

F. GRAELL I DENIEL

**L'APROXIMACIÓ QUANTITATIVA
DE COULOMB
AL FENOMEN ELÈCTRIC**

ESTUDIS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

QUADERNS DE FILOSOFIA

F. GRAELL I DENIEL

**L'APROXIMACIÓ QUANTITATIVA
DE COULOMB
AL FENOMEN ELÈCTRIC**

ESTUDIS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

51

QUADERNS DE FILOSOFIA

Barcelona 2026

2^a edició març 2026

© F.Graell i Deniel
ISBN: 978-84-943607-9-4

www.xtec.cat/~fgraell
www.quadernsdefilosofia.cat
www.dossier.graell

E-mail: fgraell@xtec.cat

El web permet de baixar la còpia d'un qualsevol quadern editat.
Podeu fer ús de l'adreça electrònica per a qualsevol correspondència amb
Quaderns de Filosofia.

Es prega de tenir en compte sempre de consultar si hi ha una nova edició (que
inclou canvis de vegades prou rellevants) en el web esmentat.

CONTINGUT

Presentació, 7.

I

LA BALANÇA DE TORSIÓ DE COULOMB I EL MOMENT DE LA SEVA FORÇA DE TORSIÓ, 9.

1. Fórmules del moviment oscil·latori suposant la reacció de la força de torsió proporcional a l'angle de torsió, 10.
2. Experiències per a determinar les lleis de la força de torsió, 16.

II

LA SIGNIFICACIÓ DEL QUE ÉS QUANTITATIU, 21.

III

LA INTERVENCIÓ DE LA FORÇA EN UN ESDEVENIMENT ELÈCTRIC I LA LLEI DE COULOMB, 27.

1. Alguns punts de la *Primera Memòria sobre l'electricitat i el magnetisme* (1785), 27.
2. La força elèctrica. Una raó inversa del quadrat de la distància, 33.
3. També en l'atracció entre «boles carregades d'una electricitat diferent», 36.

IV

LA QUANTIFICACIÓ DE LA DE LA «MASSA DEL FLUID ELÈCTRIC» EN LA LLEI DE COULOMB, 39.

PRESENTACIÓ

Les memòries de Coulomb a propòsit de l'electricitat i el magnetisme contenen, entre d'altres aportacions, les raons segons les quals hi ha atracció o repulsió entre cossos electritzats. No era la primera vegada que s'havia avaluat l'invers del quadrat de la distància com la relació cercada, però res no es pot comparar amb l'aproximació que en féu amb la balança de torsió. Deu tractar-se de la primera vegada que es projectava i es realitzava una sèrie sistemàtica d'experiències, en el camps elèctric i magnètic, que perseguien l'obtenció d'una raó entre forces, distàncies i càrregues, i això pensat a través del que ja s'havia aconseguit en el camp mecànic, és a dir, la noció de força, les relacions quantitatives corresponents, i aquelles que fan referència al pèndol.

L'afer dona peu a portar a col·lació la importància del quantitatiu, d'una banda; d'introduir-se a una ponderació característica del que s'entén per una força elèctrica, d'una altra. Es podria dir i tot que els treballs de Coulomb lliuren l'ocasió d'exemplaritzar l'aportació de la filosofia de la ciència pel fet que ja suposen les resultants de segles anteriors (en especial de la mecànica, però també del mateix univers elèctric i magnètic), i alhora per la circumstància que els seus treballs permeten seguir una gènesi d'aquesta part de la física.

Fet i fet, dels diferents treballs de Coulomb, bastarà per a la present tasca de fer esment del consagrat a l'estudi de la força de torsió¹, i també de les primeres memòries de l'electricitat i de magnetisme². En concret el nostre primer apartat recull alguns punts

¹ *Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsions et sur l'élasticité des fils de métal*, publicat a les *Mémoires de l'Académie royale des Sciences* (1784), pàgs.229-269.

² Les Memòries de l'electricitat i el magnetisme són set, i corresponen als anys 1785, (Primera, Segona i Tercera, 1786 (Quarta), 1787 (Cinquena), 1788 (Sisena) i 1789 (Setena), totes publicades a les *Mémoires de l'Académie royale des Sciences*.

exposats a les importants *Recherches* i, en els nostres apartats tercer i quart, s'hi esmenta algunes dades de les quatre primeres memòries, per tal d'atendre les fites que l'escrit persegueix, és a dir, com cal comprendre la força elèctrica; i alguna indicació per a interpretar què és una càrrega elèctrica.

D'altra banda el lector pot consultar el quadre adjunt que lliura les equivalències de les mesures utilitzades per l'autor en aquestes memòries, en unitats del sistema *cgs*:

1 tesa =	6 peus =	72 polzades =	864 línies =	194,9 cm
1 lliura =	16 unces =	9216 grans (massa)	=	489,5 gr.
1 lliura =	16 unces =	9216 grans (força)	=	480200 dines

S'ha procurat finalment, tant com ha estat possible, de facilitar la lectura del text, que de vegades hi introdueix fórmules del càlcul infinitesimal.

I

LA BALANÇA DE TORSIÓ DE COULOMB

I EL MOMENT DE LA SEVA FORÇA DE TORSIÓ

Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806) volgué determinar en les *Recherches* la força elàstica de torsió de fils de ferro i de llautó respecte de llur llargada, de llur gruix i de llur grau de tensió.

El mètode per a dur-ho a terme d'acord amb l'experiència consistí a suspendre un cos cilíndric per un fil metàl·lic de manera que l'eix vertical del cilindre es trobés en la prolongació del fil de suspensió. Si es feia girar una mica el cilindre hi hauria un angle de torsió de partida, i en un qualsevol punt del cilindre la força recuperadora seria proporcional a l'angle de torsió. Aquesta força recuperadora seria la força de torsió.

Ocorre que, en deixar lliure el cilindre, aquesta força recuperadora fa destòrcer el fil metàl·lic, però una vegada recuperada la posició inicial el cilindre continua girant de manera que el fil es torça per l'altre cantó fins que s'atura el gir, i llavors es destorça de nou en direcció oposada. Aquest vaivé engendra un seguit d'oscil·lacions en el que ja podem anomenar la balança de torsió.

Llavors observant per experiència d'isocronisme d'un cert nombre d'oscil·lacions trobà fàcil d'aconseguir, per les fórmules del moviment ondulatori, la força de reacció de torsió, moviment que suposa que aquesta força sigui *sensiblement* (Coulomb) proporcional a l'angle de torsió. A més fent variar en successives experiències el pes del cos suspès, la llargada del fil de suspensió i el seu gruix, podia abastar en conjunt les lleis de la reacció respecte a la tensió, a la llargada, al gruix i a la natura del fil.

Certament les forces de torsió són *sensiblement* proporcionals a l'angle de torsió, quelcom conforme amb l'experiència quan l'angle de torsió no és molt gran. Quan l'angle és més gran (és a dir, angles més grans, per exemple, de 180° o, en alguns casos, de 360°), si el fil de metall fos perfectament elàstic i no hi hagués resistència de l'aire, les oscil·lacions continuarien fins que algú les aturés: com no passa ben bé això, l'autor també estudià, fent abstracció de les resistències

de l'aire i per mitjà de les fórmules del moviment oscil·latori aplicades a unes tals experiències, aquesta alteració de la força elàstica de torsió.

Cal començar doncs per les fórmules d'un tal moviment oscil·latori.

1. Fórmules del moviment oscil·latori suposant la reacció de la força de torsió proporcional a l'angle de torsió.

1. Faci's una secció del cilindre vista des de dalt (*cf. el gràfic*), i sigui $\widehat{ACM}$ l'angle inicial de torsió (= angle A), $\widehat{MCm}$ (= angle S) la quantitat que l'angle ha disminuït després d'un temps t [per tant que la força de torsió fa recórrer en el temps t]; llavors $\widehat{ACm} = A - S$. Sigui també π un punt-massa qualsevol del cilindre, i r la seva distància a l'eix del cilindre.

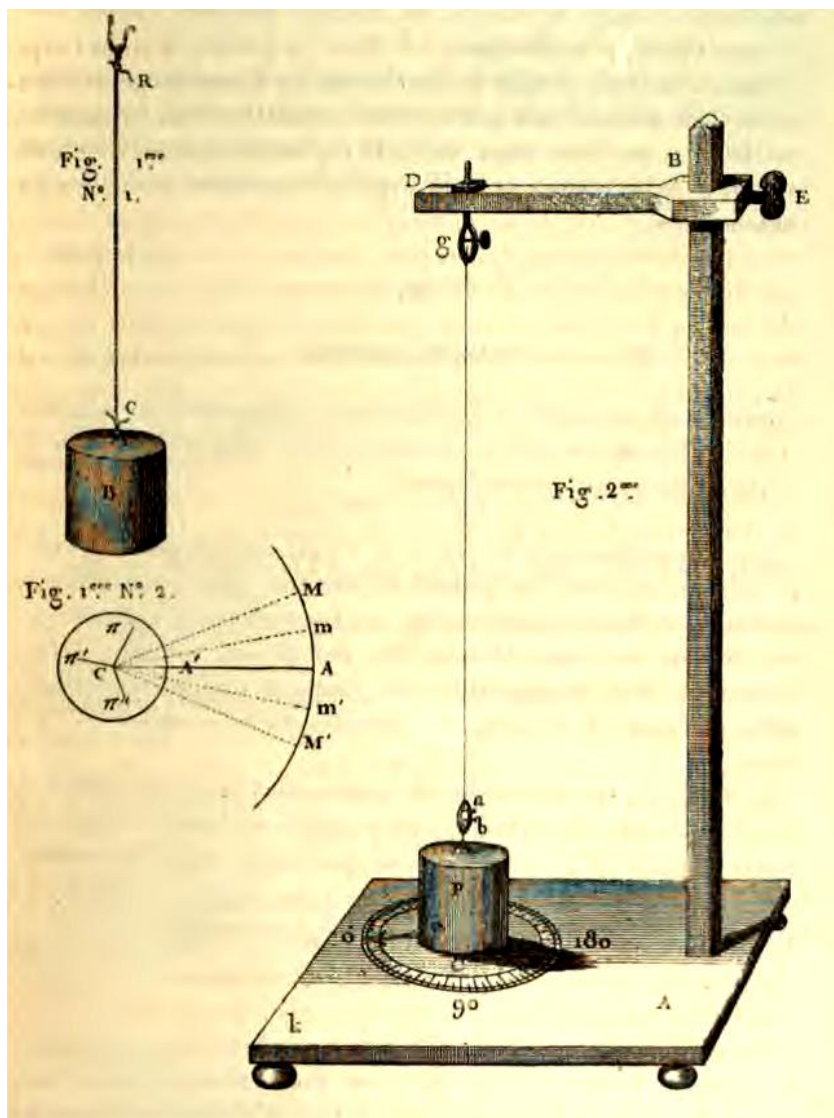
Se suposa que la força de torsió és capaç d'aplicar-se a tot el volum del cilindre. És a dir, cada element de massa del cilindre forma part, amb la quantitat accelerativa pròpia i diferent dels altres elements, de la quantitat global de la força de torsió. Llavors bastaria, per a trobar tota la força de torsió, establir la proporcionalitat entre l'angle que resulta de $A - S$, i la suma de totes les forces elementals que es troben en el cilindre, és a dir $\int \frac{dv}{dt} \pi$, on v és la velocitat lineal variable del punt massa també variable π .

Ocorre que, com en una palanca, l'eficàcia d'una força elemental depèn també del braç, i llavors:

$$n(A - S) = \int r \frac{dv}{dt} \pi$$

expressa la suma de tots els braços elementals (r és la distància variable del punt π variable respecte de l'eix de rotació C).

Es procura de no perdre l'afer físic específic i de circumscriure unes quantitats tant com sigui possible. Hi ha una suma quantitativa d'un afer banal: una palanca, amb tant o tant de braç i amb una força amb quantitats de cos i d'acceleració.



(Els gràfics són de les mateixes memòries de Coulomb)

I a l'altre cantó es té un angle i la constant n , coeficient constant que depèn de la classe de fil de metall, de la seva llargada i del seu gruix [ho sap per la repetició d'experiències, com ho veurem més avall].

2. Si CA' és el radi del cilindre ($= a$), i si la velocitat d'un punt A' de la circumferència del cilindre, després d'un temps t , es representa per u , es tindrà:

$$v = \frac{ru}{a} \rightarrow \left[\frac{dv}{dt} = \frac{r}{a} \frac{du}{dt} \right].$$

$[v = \text{velocitat lineal en un punt-massa qualsevol del cilindre}$

$u = \text{velocitat lineal en un punt de la superfície del cilindre}$

$\pi = \text{un punt-massa qualsevol del cilindre}$

$a = \text{radi del cilindre}$

$r = \text{distància d'un punt qualsevol del cilindre al seu eix}$

$S = \widehat{MCm}$

$A = \widehat{ACM}]$

Per tant:

$$n(A - S) = \int \frac{r^2}{a} \frac{du}{dt} \pi \rightarrow n(A - S)dt = du \int \frac{\pi r^2}{a} \quad (1),$$

[noti's que aquesta integral sols depèn de r i no de du en el punt A']

Però:

$$u = a \frac{dS}{dt} \quad (2)$$

[*velocitat linial en el punt A' és igual al radi per velocitat angular*],

i llavors, aïllant dt de (2) i substituint en (1):

$$n(A - S) \frac{a dS}{u} = du \int \frac{\pi r^2}{a}.$$

Transposant: $n(A - S)dS = u du \int \frac{\pi r^2}{a^2},$

i integrant: $n(2AS - S^2) = u^2 \int \frac{\pi r^2}{a^2}.$

[el membre de l'esquerra s'integra respecte de S i el de la dreta respecte de u : es tracta de la integració d'una equació diferencial separable]

Substituint u per (2), i aïllant:

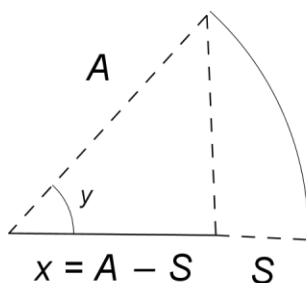
$$dt = \frac{dS (\int \pi r^2)^{\frac{1}{2}}}{n^{\frac{1}{2}} (2AS - S^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (3). \quad \left[= \left(\int \frac{\pi r^2}{n} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{dS}{(2AS - S^2)^{\frac{1}{2}}} \right]$$

La marxa algebàrica i de càlcul conclou amb el següent botó:

Car $\frac{dS}{(2AS - S^2)^{\frac{1}{2}}}$, afegeix Coulomb, representa un angle en el qual A és el radi i S el versinus, angle que s'esvaeix quan $S = 0$, i que esdevé igual a 90° quan $S = A$. Per tant el temps d'una oscil·lació completa per la integració de (3) fa:

$$T = \left(\int \frac{\pi r^2}{n} \right)^{\frac{1}{2}} 180^\circ. \quad (4)$$

[És a dir: es tracta de la integral $\int \frac{dS}{\sqrt{(2AS - S^2)}}$. En efecte:



el gràfic palesa A com a radi unitari, S com a versinus. També: $\sin y = \sqrt{A^2 - (A - S)^2} \quad [= \sqrt{2AS - S^2}]$. Acordem que:

$$y = \arccos x$$

Si més no, i seguint el gràfic:

$$\cos y = A - S [= x].$$

Derivant:

$$-\sin y \cdot \frac{dy}{dx} = 1$$

Transposant: $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{2AS-S^2}}.$

Per tant $\frac{d}{dx}(\arccos x) = -\frac{1}{\sqrt{2AS-S^2}}.$

I tenim així [S val zero quan $y = 0$ (llavors $\cos x = 1$) i també quan $y = 180^\circ$ (llavors $\cos x = -1$)]:

$$\int -\frac{dS}{\sqrt{2AS-S^2}} = |\arccos x|_{-1}^1 = -180^\circ \text{].}$$

Amb (4) s'ha trobat una manera d'accedir a una quantificació del temps d'una oscil·lació sencera (MM').

3. En un pèndol simple el període d'una oscil·lació sencera³ fa:

$$T = \left(\frac{\lambda}{g}\right)^{\frac{1}{2}} 180^\circ,$$

λ essent la llargada del pèndol, i g l'acceleració de la gravetat.

En el supòsit d'isocronisme entre una oscil·lació en una balança de torsió i un pèndol, es faria efectiu que:

$$\int \frac{\pi r^2}{n} = \frac{\lambda}{g}, \quad (5)$$

que al cap i a la fi s'interpreta com una altra manera d'enfilar les relacions quantitatives.

Tot plegat perquè s'ha d'intentar extreure el valor de n per l'experiència: car se sap les dimensions del cilindre o del cos (per tant la integral), el temps d'una oscil·lació que determina el valor de λ , i també es coneix g .

4. Ara cal cercar per al cilindre que s'usa el valor de $\int \pi r^2$. És a dir, si π és un punt material del cilindre i r la distància d'aquest punt a l'eix del cilindre, s'ha d'estendre la fórmula per a tot el cilindre.

³ Recordi's que una oscil·lació és el moviment que va d'un extrem a l'altre, passa pel punt més baix, i sense retorn.

Llavors, per a un cilindre de densitat δ , radi a , alçada L (ϕ = raó de la circumferència al radi⁴), s'acompleix que:

$$\delta L \phi \int_0^a r r^2 dr = \frac{1}{4} a^4 \delta L \phi,^5 \quad (6)$$

i essent la seva massa $M = \frac{\phi \delta L a^2}{2}$,

$$(6) \text{ farà: } \frac{1}{4} a^4 \delta L \phi = \frac{M a^2}{2}.$$

Per tant, a partir de (4) del punt 2:

$$T = \left(\int \frac{\pi r^2}{n} \right)^{\frac{1}{2}} 180^\circ = \left(\frac{M a^2}{2n} \right)^{\frac{1}{2}} 180^\circ. \quad (7).$$

$$\text{I des de (5) } \left[\int \frac{\pi r^2}{n} = \frac{\lambda}{g} \right] \text{ s'admet: } \frac{M a^2}{2n} = \frac{\lambda}{g}.$$

Consegüentment:

$$n = \frac{M a^2 g}{2 \lambda} = \frac{P a^2}{2 \lambda},$$

[P el pes del cilindre]

que lliura una fórmula molt senzilla per a determinar n per l'experiència.

Per acabar: l'aproximació entre la balança de torsió i el pèndol permet descobrir en les mateixes quantitats de la balança unes noves relacions. És com si el pèndol lliurés noves possibilitats quantitatives de les magnituds que estan en joc en la balança.

⁴ En la notació actual la raó esmentada és 2π , cosa a tenir en compte en els càlculs que segueixen. Recordi's que π és, en Coulomb, un punt-massa del cilindre.

⁵ L'equació palesa que s'integra des de la circumferència ϕr .

2. Experiències per a determinar les lleis de la força de torsió.

Coulomb experimentà, en la balança de torsió, amb fils de ferro i de llautó de diferent llargada i gruix, i amb pesos cilíndrics iguals i desiguals, i fent girar el cilindre sobre el seu eix segons diferents angles.

1. Les experiències avalarien que, quan l'angle no és molt gran, els temps d'oscil·lació esdevenen, si fa no fa, isocrònics, cosa que confirmaria que la força de torsió és proporcional a l'angle de torsió quan no es molt gran⁶; i que això és vàlid per a tots els fils de metall. Per tant es poden aplicar les fórmules oscil·latòries que s'han aconseguit amb el supòsit d'una força de torsió proporcional a l'angle de torsió.

2. Les experiències també avalen quelcom que es troba d'acord amb les fórmules trobades: (α) la tensió més o menys gran del pes del cilindre no té una influència important sobre la reacció de la força de torsió. (β) La força de torsió és, per un mateix nombre d'oscil·lacions, en raó inversa a la llargada del fil. (γ) La força de torsió és proporcional a la quarta potència del diàmetre del fil.

Vegi's un exemple de com es va reeixint en tot això. Coulomb fa força experiències, però bastarà agafar-ne les resultants d'un parell i sols a propòsit de la importància de la llargada dels fils metàl·lics de suspensió a l'hora de saber la força de torsió.

En efecte una experiència amb un fil de llautó del número 7, de 9 polzades de llargada, l'angle primitiu de torsió de 360° , tibat per un pes de 2 lliures, fa 20 oscil·lacions en 110 segons.

⁶ És a dir, que es mantindrien les consideracions que s'han fet a propòsit de la balança de torsió com un pèndol elàstic amb un període. I així com en el pèndol simple hi ha una proporcionalitat entre la força que desplaça la llentilla i l'angle d'oscil·lació, l'isocronisme de les oscil·lacions en la balança de torsió menaria a assumir també la proporcionalitat apreciable entre forces i angles.

Una segona experiència: el mateix fil de llautó del número 7, de 36 polzades de llargada, havent-hi fet tres voltes de torsió, tibet per un pes de 2 lliures, fa 20 oscil·lacions en 222 segons.

Coulomb afegeix que es veu clarament, després del repàs d'aquestes i d'altres experiències, que a mesura que s'allarga el fil un hom pot fer un nombre més gran de revolucions al cilindre sense que canviï sensiblement el grau de torsió [versemblantment ho sap per la força que l'experimentador fa, fent giravoltar el cilindre]. Per tant ha d'haver-hi una raó inversa entre la llargada del fil i la força de torsió per un mateix angle de torsió [aquí no és el cas] o per un mateix nombre de revolucions. Això seria un raonament, i ara cal veure si s'acorda amb l'experiència.

Primerament noti's el següent:

La fórmula (7) dalt trobada, on T és el període, fa:

$$T = \left(\frac{Ma^2}{2n} \right)^{\frac{1}{2}} 180^\circ.$$

Per al mateix pes, T és proporcional a $\frac{1}{\sqrt{n}}$. Llavors n és, segons el raonament [la força - $n(A - S) = \int r \frac{dv}{dt} \pi$ - és proporcional a n , i ara s'ha dit que la força és inversament proporcional a la llargada del fil], en la raó inversa de les llargades dels fils; per tant T serà com les arrels de les llargades dels fils de suspensió.

En els experiments:

- Les llargades dels fils són entre si com 1 a 4 (9 polzades i 36 polzades).

- Els temps d'oscil·lació són com 1 a 2 (110 segons i 220 segons).

L'experiència prova que els temps d'un mateix nombre d'oscil·lacions (20 en cada cas) són, per a fils tibats pel mateix pes, com l'arrel de les llargades dels fils, com ho ha avançat la deducció.

Ara d'acord amb la fórmula de la força de torsió:

$$n(A - S) = \int r \frac{dv}{dt} \pi,$$

es veu que la força és proporcional a n ; però dalt s'ha vist que n era inversament proporcional a T^2 , i s'acaba de confirmar que T és proporcional a l'arrel de l , per tant T^2 ho és a l . En acabant es conclou que la força de torsió és inversament proporcional a l .

3. Semblantment Coulomb va trobant per experiència la confirmació que la tensió del fil del pes no té massa influència, i sí que en té el diàmetre del fil.

Segons tot el que s'estudia, recordant la proporcionalitat de la força amb l'angle de torsió, s'admet que el moment de la força de torsió (aquest moment es pot considerar sempre una força actuant a l'extrem d'una palanca que té de braç la unitat: en qualsevol cas es manté que és *un moment*) es troba d'acord amb:

$$\frac{\mu B D^4}{l} \quad (8)$$

on B és l'angle de torsió, D el diàmetre del fil, l la seva llargada, i μ la rigidesa natural de cada metall, invariable per a cada fil del mateix metall, i que pot determinar-se fàcilment des de n [Coulomb afegeix un càlcul a partir d'una experiència per a saber n , mentre $n \times B$ lliura el moment de la força; llavors s'igualava amb (8) i s'extreu μ].

La recerca de Coulomb afegeix una exemplarització de l'ús de la balança de torsió per a mesurar forces molt petites, i acaba l'escrit amb una interessant secció dedicada, a través d'una colla de noves experiències, a unes observacions a propòsit de les lleis de l'elasticitat. Quan es torça els fils de ferro o de llautó, tibats, com en les experiències que Coulomb proposa, per un pes, s'observa que si l'angle de torsió no és molt gran, relativament a la llargada del fil de suspensió, en el moment de deixar el pes, la tendència de les oscil·lacions, que poden ser moltes, és la d'anar retornant a poc a poc a la posició que tenia abans de la torsió del fil de metall, és a dir, a la seva posició original: es mostra que en graus petits de torsió la força elàstica és quasi perfecta. Però si l'angle de torsió és molt gran llavors el fil no es destorça del tot després de les oscil·lacions que siguin, i el centre de reacció de torsió s'avançarà d'acord amb la part del fil que no s'ha destorçat. Tanmateix l'amplitud de la reacció elàstica no és

una quantitat constant per tots els angles de torsió (quan aquest creix més la primera no creix en el mateix grau).

4. Les experiències de Coulomb es fan amb fils de ferro o de llautó, d'un diàmetre concret en cada cas, d'una llargada donada en cada experiència, forçant un angle de torsió, comptant les oscil·lacions regulars, i atenent quan van perdent sensiblement amplitud.

Rest a clar que un angle de torsió no massa gran deixa pas a oscil·lacions isocròniques: es tracta de quelcom descriptiu, que permet assumir que les forces de torsió són proporcionals a aquell angle.

Gràcies a les experiències concretes s'apropen doncs angles i forces, però també llargades de fil i forces, gruix dels fils i forces, de manera que una fórmula del tall:

$$\frac{\mu B D^4}{l}$$

expressa a nivell general quelcom (un moment) que s'ha investigat cas per cas tot procurant capficar-se en la descripció particular i de lliurar-hi una expressió general.

Quelcom de paral·lel s'esdevé quan cerca la rigidesa (μ) d'un metall, quan usa la balança per a mesurar el fregament dels fluids contra els sòlids, i arreu de les moltes experiències per a establir algunes lleis a propòsit de l'alteració de la força elàstica en les torsions dels fils de metall.

Arreu la dada d'un fil, la lectura d'un angle, el recompte d'oscil·lacions, les desviacions del retorn esperat, etc., permeten acarar mesures. Sembla que el que algú pot plantejar aquí o ha estat descabdellat des de concretes circumstàncies, o n'ha de tenir l'esperança. Si més no tot l'esforç rau a saber com apropar-se a un esdeveniment natural.

5. Noti's que, si és fàcil de trobar n per la fórmula $n = \frac{pa^2}{2\lambda}$, també ho serà el moment de torsió multiplicant n per l'angle de torsió («actuant a l'extrem d'una palanca d'una línia de llargada», és a dir, trobant el producte equivalent d'una força d'igual mòdul actuant sobre el braç d'una palanca d'una unitat de llargada).

II

LA SIGNIFICACIÓ DEL QUE ÉS QUANTITATIU

1. Un mateix s'adona que l'admissió d'una expressió quantitativa remet a allò que l'ha feta possible com a resultant, i l'acceptació dels mitjans per a abastar-la es troba en la corresponent consideració fins a arribar al fet bàsic que – més enllà d'una qualsevol resultant – l'articulació concreta d'una relació quantitativa és la d'un marc descriptible i anotable pels nombres; en una altra direcció el càlcul infinitesimal, per exemple, s'ocupa d'afers que permeten que el pensament ho segueixi fins a arribar a un deixar-ho estar perquè ja es cospa com cal implicar-s'hi. I la circumstància de la representació en els inicis quantitatus no implica que no se'n separi de pressa.

En efecte l'origen d'un qualsevol afer quantitatiu ha de raure en un exercici en els termes possibles, hi ha un llenguatge que es troba en el mateix nivell que una resultant, i un altre que assaja de repassar la seva gènesi des d'allò més elemental o, si més no, que no suposa tantes resultants que han estat els seus pressupòsits.

2. Hom té a la mà un elefantet d'ivori. És *un* perquè l'agafa, l'individualitza, hi ha una cosa que inclou tota la seva riquesa qualitativa⁷. Tanmateix el cospa en la seva unitat. La unitat no lleva que hi hagi qualitat, que no s'atén tal qual⁸.

També és una l'oscil·lació d'un pèndol: s'hi inclou el conjunt on es fa l'esdeveniment, la lentilla del cas, el fil, el marc general, malgrat que no són atesos individualment en la unitat de l'oscil·lació. Hi ha un procés que és un, amb tota una riquesa perceptiva.

La unitat palesa un tot, sigui cosa o esdeveniment, i ho fa en un marc qualitatiu, el fet mateix de la cosa o de l'esdeveniment en el marc natural.

⁷ Per a la cosa com a fonament de la unitat, cf. *La unitat i el nombre. Una introducció a l'aritmètica* QF31.

⁸ La relació entre la cosa i la qualitat s'estudia a *Anotacions marginals als Principia mathematica de Newton* QF14.

3. Certament hi ha un salt per a la segona cosa o esdeveniment i per a una qualsevol altra unitat. Apareix el domini de tot això quantitatiu i ràpidament hi afloren formalitats.

Tot i això, mentre s'opera d'acord amb regles apreses, els motius per a fer-ho remetent als orígens, a allò que fa que hom s'atansi a una cosa física o a un esdeveniment, abraçant el que és així natural.

4. ¿Costa d'acceptar que ens hem oblidat de remetre a una gènesi específica una munió d'afers cognoscitius? Es maneja fórmules i demostracions, constants i generalitzacions, d'un tal manera que es fa gairebé impossible d'assumir que allò d'on es lleva una generalització hagi pressuposat algun nivell previ.

Perquè caldria sostenir que l'àlgebra i el càlcul reben la capacitat de convenciment del fet que parteixen de quelcom específic, i del domini de les relacions bàsiques.

Ocorre que, en el càlcul, es transita sense cap dificultat per diferents nivells: s'assumeix molt i es domina mentre – abandonat el nivell més bàsic – «tot té el mateix color».

5. Coulomb ja pensa d'acord amb l'àlgebra i el càlcul. Això vol dir que la força⁹ i el moment es calculen des de l'acceleració instantània (canvi instantani de velocitat), des de masses infinitesimals, i des del braç, per a després fer la integral del moment.

¿Es pot ser una mica més incisiu a l'hora d'explicitar què vol dir actuar així? Certament implica lliurar la resultant apresada al fenomen físic patent: la força de torsió és un esdeveniment que es fa notar. És més: hom pensa d'acord amb les disciplines formals quan aporta alguna resultant formal apresada a propòsit del fenomen estudiat, que

⁹ Convé de recordar que la força és primàriament un fenomen natural i ho suposa la segona llei del moviment. Fet i fet Newton adjectiva totes les forces que apareixen en les seves definicions, perquè la força pot ben bé qualificar-se d'acord amb moltes circumstàncies: alguns autors posteriors han tendit de vegades a bandejar la diversitat d'aspectes (i la natura material de la força) en pro d'una força circumscrita des d'una assumpció de la segona llei entesa sobretot formalment.

estima convenient d'introduir-ho, àdhuc fent-ho com a hipòtesi. En física, l'aportació resultant formal permet incloure una significació qualitativa (per exemple afers com la velocitat instantània, l'acceleració, i d'altres).

En efecte el càlcul algèbric i infinitesimal es mou certament a nivell formal, i per tant per si mateix no inclou d'altra significació. Ocorre que molt aviat es treballa amb les formalitats, cosa que no implica que els nombres passin a ser meres formes, a un qualsevol nivell que es trobin en el procés d'estudi. Precisament la universalitat de les disciplines formals s'estintola en la seva aplicació en un qualsevol camp, que justament revalidaria en paral·lel des de si la construcció formal corresponent. La significació qualitativa en física es recolza en el fet que allò numèric pot partir de quelcom natural, imaginat, o sols pensat, des d'on seria possible desenvolupar les disciplines formals: la unitat es diu de la cosa independentment de com sigui lliurada (bastaria com a llenguatge verbal).

S'introdueix afers formals que pressuposen una gènesi que hi ha dut. Coulomb pensa físicament i formalment, i les regles quantitatives han perdut la diafanitat de la primera descoberta. S'ha anat cremant etapes en el quantitatiu – sempre amb la certesa que s'hi té dret, que s'hi manté rigor i certesa.

Tanmateix el progrés en el quantitatiu es fa a costa d'on neix. S'ha avançat així, i no es podia haver fet altrament, fins que es recupera més significació del que s'està fent.

La filosofia no pot sols admirar el treball físic. També ha d'estar constantment fent explícit que, si el seu pensament es fa gràcies a quelcom que és una resultant, l'estudiós de la natura la copsa encertadament amb una significació física.

6. *S'interpreta* el que es fa, ho entén a partir d'una aventura esbojarrada del que és el quantitatiu, a molts nivells i amb moltes vicissituds, de tal manera que una qualsevol igualtat passa a ser una comparació entre parts, o quelcom capaç de mantenir alguna equivalència que hi meni d'alguna manera. És a dir, hi ha *una estratègia de relació*, que respecta les regles que han dut a on s'ha arribat, de vegades guiada pels aspectes on entren.

Repassem una vegada més com es treballa la quantitat numèrica: hi ha un domini en diverses branques (aritmètica, àlgebra, càlcul infinitesimal, etc.), per tant del que es pot fer o no. En el moment de resoldre un problema, o de provar algun teorema nou des d'altres teoremes ja demostrats o casos sabuts, no està present com s'ha arribat a tot el que es domina i per què se l'accepta, i és àdhuc possible que no se sigui capaç de demostrar-ho ara. Allò interessant rau que es domina les regles d'ús, i s'ocupa del problema o de la teoria a través seu. El pensament numèric es diu formal en aquesta mesura que ha esvaït el llarg camí que mena des dels inicis, i que palesa la facilitat d'ús de regles de tot tipus en el seu progrés.

Però això no implica cap ceguesa. Hi ha un contingut, les regles de joc, l'ús de formes, que són símbols, encara contenint un deix clarament de significació quantitativa, per tant se sap què es fa i què significa, i és així com es progressa en problemes i en teories.

És clar que, si no s'explicités quelcom més, tot això fora més aviat un afer autònom i al marge de la resta de les activitats.

Per això s'ha d'insistir, precisament provant de recórrer les etapes de l'aprenentatge formal, que el quantitatiu numèric inicial és un afer de les coses representatives (dits, pedres, oscil·lacions, caigudes). Si es vol, que és quelcom indissociable dels fenòmens naturals en els seus inicis. Les circumstàncies resultants a partir del que s'ha après, les generalitzacions, les passes de fer-ho tenint presents els límits, no impedeixen d'adonar-se que sempre es troba en joc quelcom que ha implicat el representatiu, i que arreu, a qualsevol nivell, àdhuc amb el fet que és irrepresentable molt aviat, només es pot *interpretar*, és a dir, *de comprendre-ho amb un llenguatge verbal*, a tall d'un assumpte representant del representable, i de les relacions representants de representables¹⁰.

És a dir: és la manera de pensar, o tenir en compte, afers que té el seu origen en representacions.

¹⁰ No hi ha aquí un fenomen representatiu, sinó un fenomen significatiu que no es pot validar representativament pel mateix motiu que ha dut a la necessitat del llenguatge formal. La certesa es lliura gràcies al seu aprenentatge.

L'estudi del discontinu palesa una activitat extraordinària del que s'ha après des de la discriminació de coses i d'esdeveniments.

Per això li és impossible des de si mateix – salvant el seu valor intrínsec de fita intel·lectual – saber per a què serveix més enllà de si mateix, és a dir, no és indefinidament autònom. Al cap i a la fi li ha estat indiferent en quins casos concrets ha iniciat la seva singladura, i el seu domini es basa en el que és discret.

Precisament és aquesta indiferència la que deixa estudiar un camp del saber des de l'adquirit formal, a tall de les coses i els esdeveniments a partir dels qual s'hauria pogut anar bastint la disciplina formal corresponent.

7. Una igualtat *s'interpreta* com una igualtat de resultants, els dos termes de la qual mereixen la consideració acabada de fer: la de tenir un contingut quantitatiu amb totes les respectives vicissituds cap endarrere (o cap endavant). S'expressa això: la circumstància de pensar *a nivell formal* el que cal interpretar com una relació biunívoca; es pensa formalment, però és així com es manté formalment el que s'assumeix com un fet de discriminació.

Quan es manté una igualtat un mateix s'ocupa formalment d'una relació significada discriminadament, i quan l'assigna a propòsit d'algun assumpte físic ho fa atenent que un qualsevol afer pot ser l'ocasió de l'inici de la quantificació, i de la subsegüent formalització, i també a propòsit de provar si una igualtat de resultants pot ser el lloc d'arribada escaient, amb una tal significació física, per a una experiència natural (en algun nivell es parlaria d'una hipòtesi).

Es tracta en qualsevol cas d'una circumstància subtil: es quantifica, qualsevol representació és una font inestroncable de possibilitats de discriminació – i alhora s'avança resultants molt elaborades a la cerca de fer veure si alguna igualtat s'adequa al que s'ofereix, permet conduir a alguna contrastabilitat.

Ocorre que l'home porta milers d'anys avançant la feina de complicar el quantitatiu amb noves aportacions.

8. En el treball de Coulomb hi ha la tasca d'ocupar-se amb forces i amb moviments, i hom ja ho avança quantitativament (les primeres

proporcionals a l'angle de torsió). Es treballa amb quelcom dinàmic quantitatiu, alhora que ja s'ha observat molts afers i s'ha anat treballant resultants quantitatives¹¹.

Es té en compte el que s'ha après quantitativament, mentre un qualsevol afer podria ser la concreció amb la que s'inicia el nombre.

Al cap i a la fi la suggerència de la connexió específica entre la força i l'angle fet rep un aval seriós quan s'aferma aquella connexió a través d'allò que les parts són capaces de lliurar: una relació [entre els dos termes de la igualtat] quantitativa dels afers que s'hi troben compromesos i del domini del quantitatiu que ja es disposa en qualsevol cas.

Llavors es desplega una proposta quantitativa congruent, la qual permet capficar-se en aspectes d'observacions (recordem les experiències a propòsit de la llargada) de manera que es gaudeix de quelcom que va mantenint-se. Tot plegat un continu en el qual hi ha experiment i formalitat, observació i pensament, autonomia discursiva i mesures concretes del que és perceptiu, i sobretot coherència.

9. L'àlgebra i el càlcul són llenguatges de l'estudi dels afers naturals.

Els regeix quelcom autònom: quan se'ls suposa en una força, per exemple, la quantificació es fa vàlida per si mateixa, i remetria verbalment als seus orígens. Pel cap baix la quantificació en estudis naturals té en compte què quantifica, és a dir, hi ha una significació formal i física. Però això manté un paral·lelisme amb els llenguatges naturals, amb l'única diferència que la llengua d'ús és el d'un colla de gràfics (o de sons) convencionals, que serveixen com a símbols, per tant amb la seva significació adquirida formal i física, i amb la seva sintaxi.

¹¹ La definició quantitativa de força, la lliura la segona llei del moviment. A una força de torsió contrabalançada, se li lliura una quantificació sense haver-hi moviment, com es fa així en un qualsevol altre cos en equilibri. Pel cap baix, si fos possible de llevar-li tots els contrapesos i contraforces, hauria d'haver-hi un cos accelerat.

III

LA INTERVENCIÓ DE LA FORÇA EN UN ESDEVENIMENT ELÈCTRIC I LA LLEI DE COULOMB

La balança de torsió permetia mesures detallades de les forces que intervenien en els fenòmens elèctrics, i Coulomb la utilitzà en els seus experiments. El propòsit essent ara el d'escorcollar una mica l'abast del que s'entén per força elèctrica i també el de la seva quantificació, començarem transcrivint quelcom que es troba en la seva primera memòria a propòsit dels temes elèctrics, que permetrà d'avaluar molt millor tot el que s'hi va fent.

1. Alguns punts de la *Primera Memòria sobre l'electricitat i el magnetisme* (1785)¹².

«Construcció de la balança

...

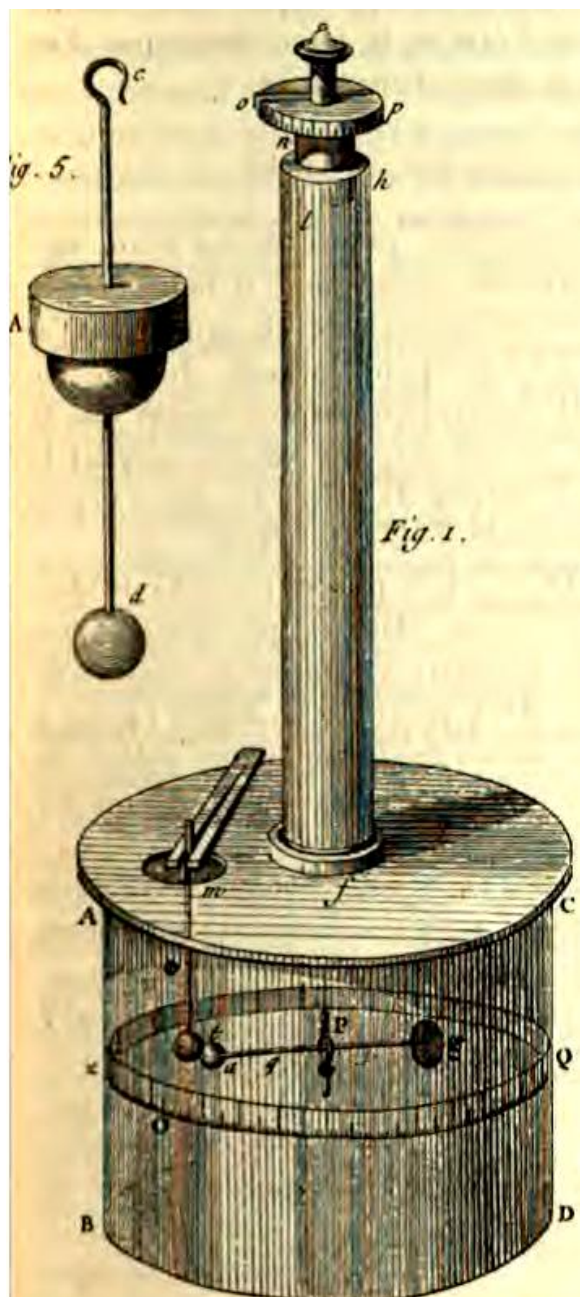
Sobre un cilindre de vidre *ABCD* [figura 1], de 12 polzades de diàmetre i de 12 polzades d'alçada es col·loca una tapadora de vidre de 13 polzades de diàmetre, que recobreix tot el vas de vidre; aquesta tapadora conté dos forats de 20 línies aproximadament de diàmetre, l'un al mig, a *f*, sobre el qual s'alça un tub de vidre de 24 polzades d'alçada; aquest tub està cimentat sobre el forat *f*, amb un ciment d'ús en els aparells elèctrics: a l'extrem superior del tub a *h*, està col·locat un micròmetre de torsió que es veu detalladament a la figura 2. La part superior, n^o1, porta el botó *b*, l'índex *io*, i la pinça de suspensió *q*; aquesta peça entra dins del forat *G* de la peça n^o2; aquesta peça, n^o2, està formada d'un cercle *ab* dividit en tot el seu abast en 360 graus, i d'un tub de coure ϕ que entra en el tub *H*, n^o3, soldat a l'interior de l'extremitat superior del tub o de la tija *fh* de vidre de la figura 1^a. La pinça *q*, figura 2, n^o1, té aproximadament la forma de l'extremitat

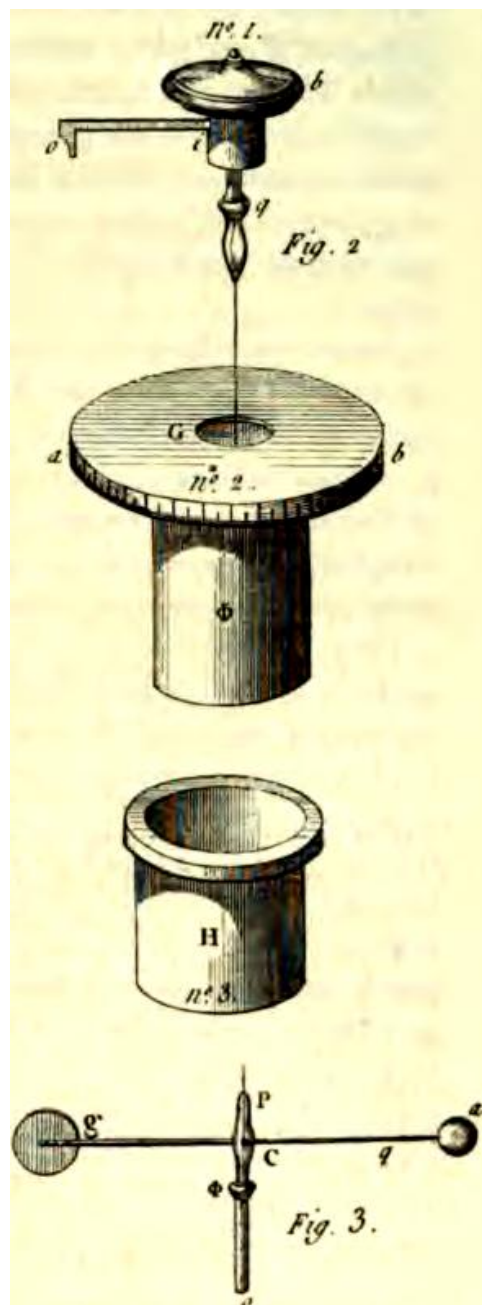
¹² *Mémoires de l'Académie royale des Sciences* 1785, pàgs.569-577.

d'un portallapis sòlid, que pot ajustar-se gràcies a l'anella q ; és en la pinça d'aquest portallapis que es troba agafat l'extrem d'un fil d'argent molt fi; l'altre extrem del fil d'argent està agafat (*figura 3*) a P per la pinça d'un cilindre Po de coure o de ferro, el diàmetre del qual és gairebé sols d'una línia, i l'extrem del qual P està fes, i forma una pinça que es ferma per mitjà d'un passador ϕ . Aquest petit cilindre fa bot i és foradat a C per tal de fer-hi córrer (*figura 1*) l'agulla ag : cal que el pes d'aquest petit cilindre sigui prou consirable perquè tibi el fil d'argent sense rompre'l. L'agulla que es veu (*figura 1*) a ag , suspesa horitzontalment a la meitat aproximadament de l'alçada del vas gran que la conté, està formada o d'un fil de seda untat de lacre, o d'una palleta igualment untada de lacre, i acabada des de q fins a a , unes 18 línies de llargada, per un fil cilíndric de goma laca: a l'extrem a d'aquesta agulla hi ha una petita bola de suro de dues o tres línies de diàmetre; a g hi ha un petit pla vertical de paper passat per trementina, que serveix de contrapès de la bola a , i que alenteix les oscil·lacions.

Hem dit que la tapadora AC presenta un segon forat a m ; és en aquest segon forat que s'hi introdueix un petit cilindre $m\phi t$, la part inferior del qual ϕt és de goma laca; a t hi ha una bola igualment de suro; al voltant del vas, a l'alçada de l'agulla, s'ha descrit un cercle ZQ dividit en 360 graus: per a fer-ho més senzill em serveixo d'una tira de paper dividit en 360 graus, tira que enganxo al voltant del vas, a l'alçada de l'agulla.

Per a començar a treballar amb aquest instrument, ajusto tal com puc, col·locant la tapa, el forat m a la primera divisió, o al punt O del cercle ZOQ traçat al vas. Col·loco l'índex oi del micròmetre [*figura 2*, $n.1$] sobre el punt o o a la primera divisió d'aquest micròmetre: després faig girar tot el micròmetre en el tub vertical fh [*figura 1*] fins que, mirant el fil vertical que suspèn l'agulla, i el centre de la bola, l'agulla ag es troba col·locada a la primera divisió del cercle ZOQ . Després introdueixo pel forat m l'altre bola t suspesa pel fil $m\phi t$, de manera que toqui la bola a i que, mirant pel centre del fil de suspensió i la bola t , es retrobi la primera divisió O del cercle ZOQ . La balança és ara en estat de prestar-se a totes les operacions; donarem com a exemple el mitjà del qual ens hem servit per a determinar la llei fonamental segons la qual els cossos electritzats es repel·leixen.







Llei fonamental de l'electricitat

La força repulsiva de dos petits globus electritzats de la mateixa naturalesa d'electricitat és en la raó inversa del quadrat de la distància del centre dels dos globus.

S'electritza, *figura 4*, un petit conductor, que no és res més que una agulla de cap molt gran, que es troba aïllada perquè la seva punta s'enfonsa en l'extrem d'un bastonet de lacre; s'introdueix aquesta agulla al forat *m* [*figura 1*], i se li fa tocar la bola *t*, en contacte amb la bola *a*: quan es retira l'agulla, les dues boles es troben electritzades de la mateixa naturalesa d'electricitat, i s'esquiven mútuament a una distància que es mesura tot mirant, pel fil de suspensió i el centre de la bola *a*, la divisió corresponent del cercle *ZOQ*: girant després l'índex del micròmetre en el sentit *pno*, es torça el fil de suspensió *lp*, i es produeix una força proporcional a l'angle de torsió, que tendeix a apropar la bola *a* a la bola *t*. S'observa per aquest mitjà la distància a la qual diferents angles de torsió fan retornar la bola *a* cap a la bola *t*, i tot comparant les forces de torsió amb les distàncies corresponents de les dues boles es determina la llei de repulsió.

Aquí sols presentaré alguns assaigs que són fàcils de repetir, i que faran posar de seguida a la vista la llei de la repulsió.

Assaig primer. Havent electritzat les dues boles amb el cap de l'agulla, l'índex del micròmetre restablert a *o*, la bola *a* de l'agulla s'ha allunyat de la bola *t* 36 graus.

Assaig segon. Havent torçat el fil de suspensió per mitjà del botó *o* del micròmetre 126 graus, les dues boles s'han apropat i parat a 18 graus de distància l'una de l'altra.

Assaig tercer. Havent torçat el fil de suspensió 567 graus, les dues boles s'han apropat fins a 8 graus i mig.

Explicació i resultat d'aquesta experiència

Quan les boles no han estat encara electritzades es toquen, i el centre de la bola *a*, suspesa a l'agulla, no se n'ha allunyat, del punt on la torsió del fi de suspensió és nul·la, més que la meitat dels diàmetres de les dues boles. Cal advertir que el fil d'argent *lp*, responsable de la suspensió, tenia 28 polzades de llargada, i aquest fil era tan fi, que el peu de llargada d'aquest fil sols pesava 1/16 part del gra. Fent el càlcul de la força que feia falta per a tòrcer aquest fil, obrant al punt *a*, allunyat quatre polzades del fil *lp* o del centre de suspensió, he trobat per les fórmules explicades en una Memòria sobre les lleis de la força de torsió dels fils de metall, impresa en el *volum de l'Acadèmica per al 1784*, que per a torçar aquest fil 360 graus no calia emprar en el punt *a*, obrant amb la palanca *an*, de quatre polzades de llargada, més que una força de 1/340 part del gra: així com les forces de torsió són, com es provà en la Memòria, com els angles de torsió, la menor força repulsiva entre les dues boles les allunya sensiblement l'una de l'altra.

Troblem en la nostra primera experiència, en la qual l'índex del micròmetre està en el punt *o*, que les boles s'allunyen 36 graus, cosa que produeix alhora una força de torsió de $36^\circ = \frac{1}{3400}$ del gra¹³. En el segon assaig la distància de les boles és de 18 graus; però, com hom ha torçat el micròmetre 126 graus, resulta de tot plegat que a una distància de 18 graus la força repulsiva era de 144 graus: així a la meitat de la primera distància la repulsió de les boles és quàdruple.

Al tercer assaig s'ha torçat el fil de suspensió 567 graus, i les dues boles no es troben allunyades més de 8 graus i mig. La torsió total era per consegüent de 576 graus, quàdruple de la del segon

¹³ Allò rellevant d'aquest esment de l'experiència de referència (360°, 4 polzades de braç, 1/340 part del gra) rau que Coulomb ha calculat, d'acord amb el procediment de la memòria *Recerques teòriques i experimentals sobre la força de torsió*, el moment que hi havia. Es tracta del braç d'aquesta balança, per tant coneix la força de torsió, de manera que, les altres experiències fetes amb la mateixa balança (i braç), la raó d'angles lliuraria la de forces. El lector ha de retenir doncs els 36°.

assaig, i no li faltava sinó mig grau, a la distància de les dues boles en el tercer assaig, perquè no es reduís a la meitat de la que era en el segon assaig. D'aquests tres assaigs resulta que l'acció repulsiva que les dues boles electritzades de la mateixa naturalesa d'electricitat exerceixen l'una sobre l'altra segueix la raó inversa del quadrat de les distàncies»¹⁴.

2. La força elèctrica. Una raó inversa del quadrat de la distància.

Estudiem la resultant d'aquests assaigs. S'assumeix que les quantitats implicades en les forces són proporcionals a l'angle de torsió, que esdevé de 36° , 144° i 576° , respectivament, mentre la separació de les dues boles, una vegada en repòs, es manté a 36° , a 18° i a $8,5^\circ$, també respectivament, on és fàcil de veure que, fent valer 36° com a unitat, la raó d'angles de torsió (respecte dels quals les forces són proporcionals) esdevé 1, 4, 16, mentre la raó de distàncies és 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, aproximadament; aquestes raons dels angles (1, 4, 16), per tant de les forces, palesen que s'acompleix la proporcionalitat inversa amb els quadrats de la distància (1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$).

Es té present al cap i a la fi la força de torsió, és a dir, aquella que origina el fil torçat i que se la calcula a través de la balança, força que s'ha de comprendre com ho fa la mecànica.

I força de torsió que es la que impedeix que la bola *a* s'allunyi més de la bola *b*.

En efecte hi ha la repulsió de *a* per part de *b* (ja que la bola *b* està fixada): el desplaçament de *a*, i la presència de la força de torsió en sentit contrari. El moviment d'aquella repulsió, perquè hi ha l'equilibri amb la força de torsió, s'atura.

És així com es parla aquí de la força elèctrica: des del moviment i des de l'equilibri amb una força de torsió.

Tornem a mirar la força elèctrica perquè cal encara fer noves distincions: se la manté com a força pels canvis locals d'uns cossos i

¹⁴ Més avall afegeix: «en les experiències del gènere de les que ens hem ocupat es pot sense error sensible atènyer-se a l'avaluació que hem donat, si la distància de les dues boles no passa de 25 o 30 graus», car, les boles, les separa la corda i no l'arc.

pels equilibris que suporta, i se la quantifica gràcies a la força de torsió. Vista de més a prop la força elèctrica és susceptible de ser força perquè els efectes són locals i d'uns cossos, i manté en sentit contrari una força de torsió. Tot allò que hi ha de força en la força elèctrica no es privatiu d'aquesta última, i precisament en això no revela què és l'electricitat, sinó que es revela com una manera d'aparèixer un rebuig, un canvi local, i un colze a colze amb la força de torsió. Només és elèctrica perquè hom sap què fa: ha manipulat els objectes que han proporcionat que es parli d'allò elèctric, ho ha sabut introduir en les boles, i ocorre el rebuig, el canvi local i l'equilibri amb la força de torsió.

Per tant la mateixa noció de força elèctrica subsumeix el que s'ha après de la força en d'altres llocs – per exemple, xocs, traccions, la mateixa gravetat – (hi ha canvi local, equilibri de forces) i és quantificada aquí gràcies a una força mecànica (la força de torsió). Allò elèctric és un afer natural i original, i hi ha una força, la quantificació de la qual suposa la manipulació de molts aparells i la realització de prou experiències.

Recapituli's una mica el que s'ha anat dient:

1. La força elèctrica rep la quantificació de la força de torsió (estrictament parlant: des dels angles de torsió que són proporcionals a les forces de torsió).

2. La força de torsió es comprèn, és clar, mecànicament.

3. La repulsió, la pateix la bola *a* solidària amb el braç de l'agulla; hi ha uns efectes cinemàtics.

4. La repulsió entre les boles es deu al fet de trobar-se carregades amb la mateixa electricitat.

5. La *força elèctrica* és *elèctrica* perquè la repulsió esdevé per l'electricitat, i és *força* perquè està interpretada així (hi ha uns cossos que reben un canvi de moviment). Es pensa en mesures locals i d'uns cossos, es manté, sí, com a repulsió que es troba en equilibri amb la torsió, i alhora com a esdeveniment de tall elèctric.

6. L'oportunitat d'estudiar la força elèctrica com a força, la lliura doncs el mateix fenomen. Hi ha un esdeveniment elèctric, i hi ha una força que es palesa en els canvis locals dels cossos, en les repulsions i

en les forces oposades. Òbviament hi ha aquí pensable un procés quantitatiu més a mà a partir de la força de torsió, que s'oposa a la força elèctrica: un hom pensa en la força elèctrica mentre manlleua una quantificació pels angles de torsió proporcionals a les forces de torsió. Les forces elèctriques seran també proporcionals als angles de torsió.

Per això calia estudiar una aproximació d'aquells efectes cinemàtics i estàtics en uns cossos a través de noves experiències com les esmenades dalt, és a dir, a través de les forces de torsió: la raó inversa dels angles de torsió (per tant de les forces de torsió i de la forces elèctriques) i distàncies palesa, és clar, que la comparació de forces es fa en termes mecànics de la torsió; i que se singularitza la força elèctrica perquè està compromesa localment amb els cossos com a força, paral·lelament a les altres forces, quantificable doncs des d'aquí, i a partir d'un esdeveniment elèctric.

L'afirmació que la força elèctrica és inversament proporcional al quadrat de les distàncies entre els cossos carregats manté els varis nivells de comprensió: hi ha un compendi quantitatiu local, una força que està implicada, una experiència elèctrica per la qual se suggereix l'origen del fenomen.

No es tracta de quelcom aliè al mateix esdeveniment, els efectes cinemàtics passen en cossos, no hi ha cap solució de continuïtat, i per això la comprensió des de la força de torsió d'un fenomen que és *força* i *elèctric* no és estrany a l'esdeveniment elèctric.

En tot això, hi apareix una diferència entre el marc elèctric, i la quantificació de distàncies i de la força; és a dir, entre la manipulació d'aparells i d'instruments relacionats amb els fenòmens elèctrics i allò que són aquelles quantificacions.

Potser s'hi val una comparació amb els fenòmens gravitatoris i amb d'altres fenòmens. L'objecte que cau, se l'estudia d'acord amb la força de la gravetat: la utilització de la força (quelcom quantitatiu específic) es fa dins d'un marc experiencial que no es troba inclòs en la força, sinó que aquesta s'hi subsumeix, en el marc de l'experiència natural. Per exemple, la causa de la gravetat no s'hi troba estudiada en la força de la gravetat. Hi ha una colla

d'experiències amb plans inclinats, amb pèndols, amb palanques, i d'altres, que van acompanyant els fenòmens gravitatoris.

¿No sembla que el conjunt d'experiments i d'observacions realitzats al voltant de l'electricitat circumscriuen un cercle de fenòmens en els quals s'estudia aquesta concepció determinada que és la força?

Segurament deu ser així: llavors hi haurà nivells diferents d'aproximació a l'estudi dels fenòmens naturals, un primer de tracte amb els processos naturals, i d'observació, als quals processos s'ha d'afegir els experiments duts a termes, àdhuc aquells que menen a noves quantificacions d'afers precisats – un segon nivell que seria el d'aquestes mateixes quantificacions, sovint resultants d'experiments cercats amb aquesta finalitat.

Caldrà doncs d'avaluar unes tals quantificacions avaluades dins d'un abast més global, que és la interacció entre un home i el medi físic, que deu ser el pressupòsit de tot estudi, el rerefons d'una qualsevol recerca posterior.

3. També en l'atracció entre «boles carregades d'una electricitat diferent».

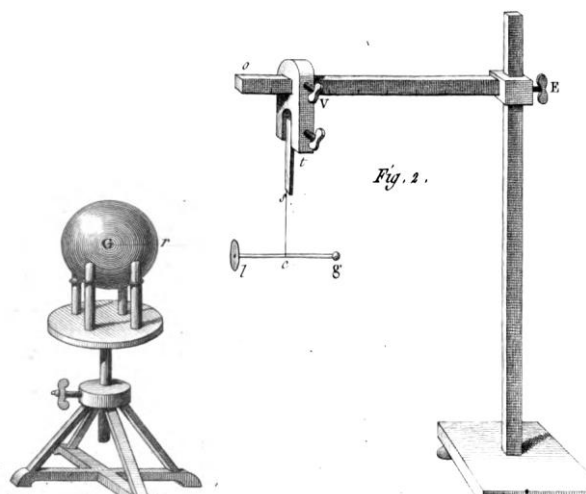
En la *Segona memòria sobre l'electricitat i el magnetisme*¹⁵, Coulomb estudia l'atracció de cossos carregats amb electricitat oposada, «l'una [bola] amb l'electricitat que es diu positiva, l'altra amb l'electricitat que es diu negativa», i que segueix també la proporció inversa del quadrat de la distància entre els dos cossos electritzats.

No se serveix de la mateixa balança, donat que hi ha si més no la dificultat que la força elèctrica tendeix a créixer molt en apropar-se els cossos fins a ajuntar-los; ara segueix de fet diferents camins per a arribar a la mateixa resultant.

Faci's aquí sols esment d'un dels mètodes: usa una nova balança que fa oscil·lar una de les boles a l'extrem d'una agulla suspesa per la meitat d'un fil de seda. De manera que, a tall d'un cos oscil·lant, sabent la distància entre els centres de les boles (una de les quals és fixa), i el temps que tarda a fer un mateix nombre d'oscil·lacions des

¹⁵ *Mémoires de l'Académie royale des Sciences* 1785, pàgs.578-611.

de diferents distàncies, es pot establir si se segueix la proporcionalitat entre temps i distàncies. Es comprova que és aproximadament així.¹⁶



Al final de la memòria es diu que, de la recerca feta, se'n pot establir el següent: «1. Que l'acció, sigui repulsiva, sigui atractiva, de dos globus elèctrics, i per consegüent de dues molècules elèctriques, és en la raó composta de les densitats del fluid elèctric de les dues molècules elèctriques, i inversa del quadrat de les distàncies».

Dalt ja havia parlat del «producte de la massa elèctrica de les dues boles»¹⁷, i avança que «un hom ho veurà pel que segueix, en les diferents Memòries que presentaré successivament a l'Acadèmia, que amb les boles de dues o de tres línies de diàmetre, i per mitjà de la

¹⁶ En efecte un hom suposa una mera oscil·lació de dreta a esquerra, i a l'inrevés. En la hipòtesi de forces inversament proporcionals als quadrats de la distància $[F(=ma) = \frac{k}{d^2}]$ s'entendria que, el període dels moviments oscil·latoris essent inversament proporcional a l'arrel de les acceleracions, i per tant de les forces, els períodes fossin directament proporcionals a les distàncies.

¹⁷ Ídem, pàg.579.

balança, tal i com l'hem descrita en la nostra primera Memòria, es pot no solament mesurar la massa total del fluid elèctric contingut en un cos d'una figura qualsevol, sinó també la densitat elèctrica de cada part d'aquest cos»¹⁸.

Ocorre que encara resta a determinar com es quantifica la càrrega elèctrica.

¹⁸ Ídem, pàgs.580-581.

IV

LA QUANTIFICACIÓ DE LA «MASSA DEL FLUID ELÈCTRIC» EN LA LLEI DE COULOMB.

1. El lector de la *Segona Memòria sobre l'electricitat i el magnetisme* llegeix que l'acció repulsiva o atractiva de dos globus elèctrics és «en la raó composta de les densitats del fluid elèctric», o «el producte de la massa elèctrica de les dues boles».

Coulomb no sembla que hagués volgut explicitar l'enunciat amb una colla d'experiències *ad hoc*, ni versemblantment deuria trobar necessària cap mena més de justificació especial.

Hom acostumat a la lectura de la llei de Coulomb, pot sobtar-li una tal absència.

Tanmateix deu ser més un efecte de l'educació d'ara que no pas alguna manca en la coherència del discurs de l'autor.

Perquè no es pot bandejar la possibilitat que Coulomb ho trobés normal en l'accepció que hi ha una raó entre les accions de rebuig i d'atracció i allò que hi porta, raó paral·lela, per exemple, amb la que es troba entre les masses i la corresponent atracció. Una tal predisposició comprensible facilitaria, sense més, d'assumir la proporcionalitat dels efecte segons aquesta direcció.

Tot i això s'hi troba, en les memòries, una confirmació involuntària, en el sentit que no es volia pas investigar això, del que diem a propòsit d'aquesta proporcionalitat, afer que alhora palesa ben bé què es quantifica.

Per exemple, la *Quarta Memòria sobre l'electricitat i el magnetisme*¹⁹ vol demostrar el següent: que aquest fluid elèctric no s'escampa en un cos per una afinitat química o per una atracció electiva, sinó que es reparteix entre cossos diferents posats en contacte únicament per la seva acció repulsiva, etc.

Ho fa patent amb la balança de la *Primera Memòria*, ara usada per a d'altres finalitats. En efecte, carregades amb la mateixa electricitat la bola estàtica (aquí de coure) i la mòbil, un hom havia de

¹⁹ *Mémoires de l'Académie royale des Sciences* 1786, pàgs.67-77.

girar 120° el micròmetre perquè la segona bola s'aturés a 28° del començament.

Es fa tocar ara la bola de coure per una bola de suro descarregada que sigui de la mateixa mida (amb totes les precaucions necessàries). Es retira després la bola de suro, i es torna a repetir l'operació anterior (és a dir, amb la bola de coure tal i com ha quedat, i la bola mòbil de la primera experiència): però ara, per tal de mantenir la bola mòbil a 28° de distància de la bola de coure cal girar 44° el micròmetre.

Per tant abans del contacte amb la bola de suro, la bola de coure expulsava l'agulla a 28° , i la força de torsió era proporcional als $120+28^\circ = 148^\circ$.

Després del contacte l'expulsava a 28° , però la força era proporcional ara a $44^\circ+28^\circ = 72^\circ$, a comptar-hi $73^\circ \frac{1}{2}$ si ho rectifiquem per la pèrdua d'electricitat entre l'interval (d'un minut, i tal i com ho estudia en la *Tercera Memòria* [1785]).

Es veu que aquesta quantitat és la meitat de la primera ($73^\circ \frac{1}{2} / 148^\circ$): «així, perquè en les dues observacions la distància de les dues boles és exactament la mateixa, i que l'acció és la raó inversa del quadrat de les distàncies, i *directa de les densitats del fluid elèctric*, resulta que la bola de suro ha pres exactament la meitat del fluid elèctric de la bola de coure» [el subratllat és nostre].

Els exemples es poden repetir. La conclusió extreta surt del fet que les forces de torsió, proporcionals als graus de torsió, són les resultants amb les dues boles a la mateixa distància. Per tant una raó entre els graus de torsió i la seva meitat entre dues boles, sempre a la mateixa distància, sols pot atribuir-se a l'acció d'una quantitat de fluid elèctric, i de la seva meitat en la bola de coure (l'altra s'ha mantingut inalterada).

2. De quin tipus de quantificació es tracta? Com s'ha d'assumir que «la bola de suro ha pres exactament la meitat del fluid elèctric de la bola de coure»? Però, ¿s'agafa res que sigui «fluid elèctric»? Què vol dir aquí la meitat, el doble, el triple, etc.?

La resposta esdevé fàcilment a l'abast de tothom, i de fet la suggereix la mateixa marxa discursiva. Car les forces de torsió són

proporcionals als angles de torsió, i inversament proporcionals a les distàncies entre els centres de les boles, i en aquesta cas:

a) En la primera experiència de la *Memòria* esmentada (la quarta) cal una torsió de 148° i en la segona experiència la meitat.

b) En la primera experiència la força és proporcional a 148°, en la segona ha de ser proporcional a la meitat.

c) En la primera experiència la bola de coure repel·leix fins a l'equilibri la bola mòbil – en la segona la bola de coure, que ha tocat una altra bola de suro, fa allunyar la bola mòbil fins a l'equilibri i a una mateixa distància.

La conclusió insisteix en allò que és obvi: es té en compte *les accions dinàmiques* de les boles en les dues experiències.

Fet i fet s'admetia la raó inversa entre la força i la distància en el primer cas, i en el segon; i ara cal admetre la proporcionalitat de la força amb la unitat («de fluid») i amb la meitat («de fluid»), respectivament en les sengles experiències; o d'allò que és doble respecte de la unitat; per tant la raó de forces és la raó entre $1/d^2$ i $1/2d^2$ [o $2/d^2$ i $1/d^2$].

És a dir, si una força és doble que l'altra, aquesta circumstància es pot expressar així:

$$\frac{F_1}{F_1'} = \frac{\frac{1}{d^2}}{\left(\frac{1/2}{d^2}\right)} = \frac{1}{1/2} \quad \left[\text{o} \quad \frac{\frac{2}{d^2}}{\frac{1}{d^2}} = \frac{2}{1} \right].$$

Aquesta coherència es mantindria si es repetís una comunicació d'electricitat des d'una bola a on fos, o també des de l'altra a allà on convingués, siguin quines siguin les relacions, i sempre assumint que l'equilibri s'aconsegueix a la mateixa separació de boles, de manera que es podria anar establint connexions interessants²⁰:

$$a) \text{ Un cas: } F_1 \propto \frac{1(\text{aquest } \frac{\text{força}}{\text{angle}} \text{ es pren com a unitat})}{d^2}$$

²⁰ ∝ : proporcional.

$$\begin{aligned}
 \text{b) Un altre cas:} \quad F_2 &\propto \frac{2 \left(\text{doble} \frac{\text{força}}{\text{angle}} \right)}{d^2} \\
 \text{c) Un altre:} \quad F_{q_1} &\propto \frac{q_1 \left(q_1 \text{ble} \frac{\text{força}}{\text{angle}} \right)}{d^2} \\
 \text{d) Un altre:} \quad F_{q_2} &\propto \frac{q_2 \left(q_2 \text{ble} \frac{\text{força}}{\text{angle}} \right)}{d^2} \\
 \text{e) Un altre:} \quad F_{q_1 q_2} &\propto \frac{q_1 q_2 (q_1 q_2 \text{ble} \frac{\text{força}}{\text{angle}})}{d^2},
 \end{aligned}$$

on 1, 2, q_1 , q_2 , $q_1 q_2$, sempre són angles proporcionals a forces quan se'n pren algun com a unitat. Certament que això es pot imaginar la resultant de la manipulació del fluid elèctric a partir de múltiples contactes entre boles; n'és la conseqüència. Tanmateix allò rellevant rau que les forces són proporcionals a aquests angles: si una de les boles perd la meitat de fluid, l'angle de repulsió és la meitat – si les dues perden la tercera part, l'angle serà 1/9 part de l'inicial. La relació d'angles palesa alhora la relació de fluids malgrat que aquest es trobi fora de l'abast sensible i de poder-lo quantificar tal qual. Perquè caldria adjuntar que sols sabem que la bola ha perdut la meitat de fluid perquè hi ha la meitat de l'angle proporcional a la força; si l'angle és 1/9 part de l'inicial deduïm, per l'equivalència de manipulacions, que cada bola ha perdut 1/3 part del fluid inicial, i així en tots els casos. Comptem angles proporcionals a forces mentre projectem aquest càlcul al fluid, quelcom que es troba enllà i que manipulem a través dels cossos que el manifesten.

Es tracta que l'experiència palesa que la força elèctrica, quantificada, no en té prou a quantificar-se a través de la raó inversa amb la distància perquè les seves accions se suposen dependents d'un «fluid», i aquesta dependència no es pot contrastar en si mateixa, és clar. Sols es pot fer per les conseqüències que modifiquen les quantitats assenyalades en la separació entre centres de les boles, o les que canvien l'angle de torsió, de manera que la quantificació de la força elèctrica manté una raó inversa amb els quadrats de les

distàncies, i també una raó directa amb els canvis introduïts en l'angle de torsió (i llur relació).

Quina serà la unitat de fluid elèctric? La d'aquells cossos igualment carregats, respecte un dels quals els altres cossos es troben en un relació de múltiple o submúltiple, afer que se sap per la relació d'angles de torsió en les experiències corresponents.

Com es quantifica doncs una càrrega elèctrica? No es pot fer tal qual, sinó a partir de l'experiència del grau de torsió que fa d'unitat (dalt a partir de dues boles amb la mateixa càrrega): aquella unitat serà la de la càrrega elèctrica, la que origina les forces d'atracció i de repulsió. I llavors totes les quantitats – en el cas de mantenir-se els cossos a una igual distància ²¹– seran d'acord amb les relacions d'angles i de forces corresponents respecte d'aquella unitat.

Una vegada més la càrrega elèctrica no es troba tal qual en res del que serveix per a quantificar-la, sinó que s'hi pensa a partir de les experiències (un cos carregat elèctricament palesa un ventall de fenòmens) i de la quantificació que s'encerta a fer.

Des d'aquí es pot segurament entrellucar que Coulomb no valorés necessària una comprovació experimental de quelcom que manté algun punt d'obvietat i de paral·lelisme amb d'altres processos naturals.

Potser convé també d'assenyalar aquí els dos nivells on es treballa: el de la manipulació d'aparells, que suposa una interacció entre el recercador i els seus estris, que ha de dur a una observació d'un fenomen natural, i el de la quantificació corresponent.

El primer nivell no sols suposa la interacció manifesta, per tant el fet d'haver-hi un entorn material; cal així mateix una modelització del que s'hi observa en l'accepció de descriure's un mateix el que està ocorrent, perquè no es gaudeix d'un objecte elèctric en si mateix, sinó de les alteracions que s'hi palesen en els cossos electritzats. S'ha de conjecturar, per exemple, que una bola perd la meitat d'electricitat a partir dels efectes consegüents.

²¹ En el cas d'experiències amb distàncies diferents entre els cossos caldria corregir la relació d'angles de torsió, per exemple, d'acord amb la relació entre els quadrats de l'invers de la distància entre cossos en les respectives experiències.

Ocorre que no es pot superar la distància que hi ha entre el vaivé per tal d'admetre una electricitat doble o la meitat, per exemple, i el fet mateix de dar-se una quantitat a tall precisament de càrrega elèctrica. I llavors aquesta càrrega sempre se la cospa com una resultant que suposa un rerefons material i una descripció modèlica (certament prou coherent).

La càrrega elèctrics serà doncs la relació quantitativa de forces entre diferents cossos quan es troben a la mateixa distància, o la relació quantitativa més complexa en d'altres supòsits amb forces, i distàncies. Expressa això segons el rerefons material i modèlic.

3. No sembla que s'hagi defensat res que no se suposi arreu: la llei de Coulomb permet, a partir de la força exercida entre dues càrregues situades a una distància determinada, valgui el cas, un criteri per a mesurar les esmentades càrregues perquè suposem que el valor de les forces és proporcional al valor de les càrregues. I això s'estén a d'altres supòsits més complexos.

Tanmateix no es tractava d'arribar a una resultant diferent d'aquella que admetem avui, sinó d'explicitar, tant com ha estat possible, a partir de conceptes com «densitat elèctrica», «massa elèctrica», «càrrega elèctrica», la circumstància que no n'hi hagi una quantificació directa. No es pot interrogar el cos elèctric per la seva càrrega, sinó que la quantificació es troba reflectida en d'altres llocs. Aquí, en Coulomb, la quantificació de la càrrega és, en els casos més elementals, una relació entre forces (o entre angles de torsió) i res més.

Aquesta quantificació esdevé sempre un afer derivat. Sens dubte es comprèn que un cos pot estar més o menys carregat perquè tot això deriva de l'experiència física. Ara bé: la superposició del concepte de càrrega i de la quantificació a partir de la relació de forces (de manera simple o complexa) adjudica un contingut d'acord amb un model, quelcom doncs concebut (la càrrega), a una quantificació que tal qual no li correspon. El possible engegament d'això comportaria de fet que no es comprenguéssim una quantificació de càrrega: d'aquí que la tasca present hagi volgut explicitar-ho en conformitat amb els supòsits actuals.