

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

Qüestions i problemes resolts utilitzant la calculadora Wiris - [Informació](#)

| Jaume Bartrolí Brugués | IES M. Carrasco i Formiguera de Barcelona | <http://www.xtec.cat/~jbartrol> | jbartrol@xtec.cat |

70 (Set. de 2008)
Matemàtiques

[1]

Donades les funcions $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ i $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$:

- Comproveu que $[g(x)]^2 - [f(x)]^2 = 1$.
- Comproveu també que $f'(x) = g(x)$ i $g'(x) = f(x)$.
- Comproveu que $f(x + y) = f(x) \cdot g(y) + f(y) \cdot g(x)$.
- Calculeu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ dividint per e^x el numerador i el denominador; amb un pro-

cediment similar (però no igual), trobeu $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.

[1 punt per cada apartat]

69 (Set. de 2008)
Matemàtiques

[1]

Considerem la funció $f(x) = ax^2 + x + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Trobeu els valors de a i b que fan que la recta $y = 2x + 1$ sigui tangent a la gràfica de f quan $x = 1$.

[2 punts]

68 (Juny de 2008)
Matemàtiques

[1]

Digueu per a quin valor de x la recta tangent a la corba $y = \ln(x^2 + 1)$ és paral·lela a la recta $y = x$. Escriviu l'equació d'aquesta tangent.

[2 punts]

67 (Juny de 2008)
Matemàtiques

[1]

Trobeu els valors dels paràmetres a i b per tal que la funció següent sigui contínua i derivable en $x = 2$.

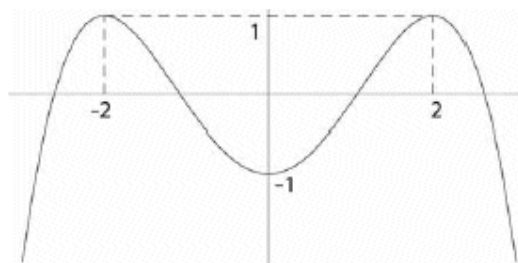
$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x + 3 & \text{si } x < 2 \\ x^3 + bx + 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

[2 punts]

66 (Juny de 2008)
Matemàtiques

[1]

Considerem una funció tal que la seva representació gràfica a l'interval $(-3, 3)$ és la següent:



- Determineu les abscisses dels punts extrems (màxims i mínims) relatius.
- Estudieu el creixement i decreixement de la funció a l'interval $(-3, 3)$.
- Feu un esbós de la gràfica de la derivada d'aquesta funció.
- Sabent que la funció és de la forma $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$, trobeu de quina funció es tracta.

[0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 1 punt per l'apartat c; 2 punts per l'apartat d]

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

65 (Set. de 2008)
Mat. per a les CS
[1]

Considereu la funció real de variable real $f(x) = \frac{x^2 + 5x}{x - 4}$.

- a) Determineu-ne els intervals de creixement i decreixement.
[1,5 punts]
- b) Trobeu-ne els extrems relatius.
[0,5 punts]

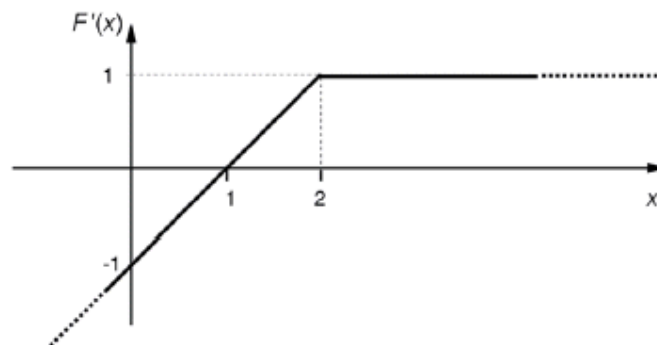
(2 punts)

64 (Juny de 2008)
Mat. per a les CS
[1]

Determineu els intervals de creixement i decreixement, així com els màxims i mínims, de la funció $f(x) = x^2 e^{-x}$.
[2 punts]

63 (Set. de 2007)
Matemàtiques
[1]

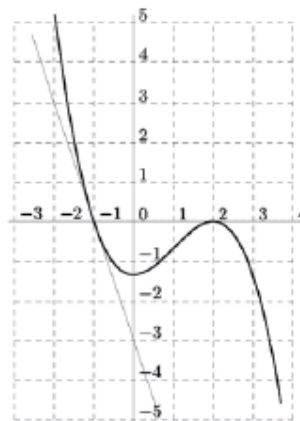
La funció derivada $F'(x)$ d'una funció contínua $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que passa per l'origen és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix.



Escriviu l'expressió de la funció $F(x)$ com una funció a trossos.
[2 punts]

62 (Set. de 2007)
Mat. per a les CS
[1]

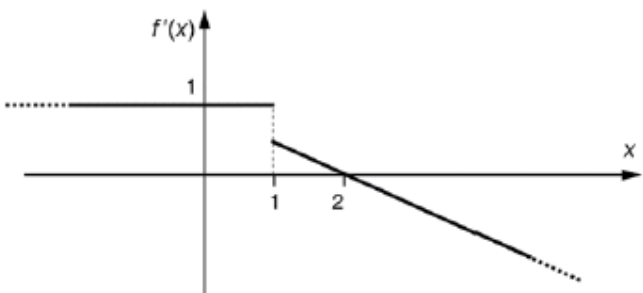
La corba $y = f(x)$ de la figura té per domini el conjunt de tots els nombres reals.



- a) Determineu els punts on la funció val 0. Determineu els valors de x pels quals la funció és positiva.
- b) Digueu en quins punts s'anul·la la derivada i en quins punts $f'(x) < 0$.
- c) Trobeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa $x = 2$.
- d) Determineu la recta tangent en el punt d'abscissa $x = -1$.
- e) Determineu a sabent que $f(x) = a(x + 1)(x - 2)^2$.

(4 punts)

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

<p>61 (Set. de 2007) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Considerem la funció $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$.</p> <p>a) Trobeu l'equació de la recta tangent a la corba $y = f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 2$.</p> <p>b) Determineu els intervals de creixement i decreixement, així com els extrems, si n'hi ha.</p> <p style="text-align: right;">(2 punts)</p>
<p>60 (Juny de 2007) Matemàtiques [1]</p>	<p>Busqueu els extrems relatius i els punts de tall amb els eixos, i feu una representació aproximada de la corba d'equació $y = x^4 - x^2$. A continuació, calculeu l'àrea del recinte tancat per aquesta corba i l'eix d'abscisses.</p> <p>[1 punt pel càlcul d'extrems, els punts de tall i la gràfica; 1 punt pel càlcul de l'àrea]</p>
<p>59 (Juny de 2007) Matemàtiques [1]</p>	<p>En quin punt la recta tangent a la funció $f(x) = x \cdot e^x$ és paral·lela a l'eix d'abscisses? Escriviu l'equació de la recta tangent en aquest punt.</p> <p>[2 punts]</p>
<p>58 (Juny de 2007) Matemàtiques [1]</p>	<p>Calculeu els valors del paràmetre a, $a \neq 0$, que fan que les tangents a la corba d'equació $y = ax^4 + 2ax^3 - ax + 1512$ en els punts d'inflexió siguin perpendiculars.</p> <p>[2 punts]</p>
<p>57 (Juny de 2007) Matemàtiques [1]</p>	<p>La funció derivada $f'(x)$ de certa funció contínua $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix.</p>  <p>a) Digueu si $f(x)$ és derivable en tots els punts de \mathbb{R} i per què.</p> <p>b) Estudieu el creixement i el decreixement de $f(x)$.</p> <p>c) Trobeu si $f(x)$ té algun extrem relatiu i, si és així, per a quin valor de x i de quin tipus.</p> <p>d) Sabent que $f(0) = 1$, calculeu el valor de $f(1)$.</p> <p>Justifiqueu totes les respostes.</p> <p>[0,5 punts cada apartat]</p>

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

<p>56 (Juny de 2007) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Considereu la funció real de variable real $f(x) = \frac{2x+m}{x}$, on m és un paràmetre real.</p> <p>a) Calculeu el valor que ha de tenir m perquè la tangent a la gràfica de $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = -3$ sigui paral·lela a la recta $x - 3y + 1 = 0$. Calculeu també l'equació d'aquesta tangent.</p> <p>Ara fixeu el valor de $m = 1$.</p> <p>b) Determineu el domini de la funció i els intervals on és creixent o decreixent.</p> <p>c) Determineu-ne les asymptotes.</p> <p>d) Dibuixeu un esbós de la gràfica resultant.</p> <p style="text-align: right;">(4 punts)</p>
<p>55 (Juny de 2007) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>La funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ té un màxim en el punt $(1, 4)$ i passa pel punt $(3, 0)$. Trobeu a, b i c.</p> <p style="text-align: right;">(2 punts)</p>
<p>54 (Set. de 2006) Matemàtiques [1]</p>	<p>Sigui $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funció definida per $f(x) = e^x(ax + b)$, on a i b són nombres reals.</p> <p>a) Calculeu els valors de a i b per tal que la funció tingui un extrem relatiu en el punt $(3, e^3)$.</p> <p>b) Per als valors de a i b obtinguts, digueu quin tipus d'extrem té la funció en el punt esmentat.</p> <p>[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]</p>
<p>53 (Set. de 2006) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Considereu la funció:</p> $f(x) = \begin{cases} x^3 + x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$ <p>a) Estudieu-ne la continuïtat.</p> <p>b) Determineu els intervals de creixement i decreixement de la funció.</p> <p>c) Feu un gràfic aproximat de la funció.</p> <p>d) Trobeu els extrems relatius i absoluts en l'interval $[-2, 2]$.</p> <p>Puntuació per cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.</p>
<p>52 (Set. de 2006) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>En els sis primers mesos, des que va obrir, una llibreria ha anat anotant el nombre de compradors de cada mes. Aquest nombre $N(x)$ es pot ajustar per la funció</p> $N(x) = \frac{1000x - 600}{x},$ <p>essent x el número del mes comptat des que van obrir.</p> <p>a) Quants compradors van tenir el segon mes? En quin mes, comptat a partir de l'obertura, van tenir 900 compradors?</p> <p>b) Suposem que aquesta fórmula serveix per predir el nombre de compradors en el futur. Podem assegurar que aquest nombre sempre anirà en augment? Expliqueu detalladament el perquè de la vostra resposta.</p> <p>Puntuació: a) 1 punt; b) 1 punt. Total: 2 punts.</p>

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

<p>51 (Juny de 2006) Matemàtiques [1]</p>	<p>Donada la funció $f(x) = e^{-x^2+2x}$.</p> <p>a) Trobeu el seu domini i les possibles interseccions amb els eixos. b) Trobeu els intervals on creix i decreix i els extrems relatius. c) Trobeu les possibles asymptotes. d) Feu la representació gràfica aproximada de la funció.</p> <p>[Puntuació: cada apartat val 1 punt. Total: 4 punts]</p>
<p>50 (Juny de 2006) Matemàtiques [1]</p>	<p>Considereu la funció definida per $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$. Calculeu quant val el pendent de la recta tangent a la seva gràfica pel punt d'abscissa $x = 0$. Trobeu si hi ha altres punts en els quals el pendent de la tangent sigui igual al que s'ha obtingut.</p> <p>[Puntuació: 2 punts]</p>
<p>49 (Juny de 2006) Matemàtiques [1]</p>	<p>Considereu la funció $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 7$.</p> <p>a) Calculeu c sabent que la seva recta tangent en el punt d'abscissa $x = 0$ és horitzontal. b) Per al valor de c trobat a l'apartat anterior, calculeu a i b sabent que aquesta funció té un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -2$ i que talla l'eix OX quan $x = 1$. c) Per als valors obtinguts als altres apartats, calculeu els intervals on la funció creix i decreix, els seus extrems relatius i feu una representació gràfica aproximada.</p> <p>[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]</p>
<p>48 (Juny de 2006) Matemàtiques [1]</p>	<p>Trobeu el domini i les asymptotes de la funció definida per $f(x) = \frac{x^2-4x+1}{x-1}$.</p> <p>[Puntuació: 0,5 punts pel càlcul del domini i 1,5 pel de les asymptotes. Total: 2 punt]</p>
<p>47 (Juny de 2006) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Considereu la funció $f(x) = \frac{3-2x}{x}$.</p> <p>a) Trobeu els punts de la gràfica en els quals la recta tangent és paral·lela a la recta $3x + 4y + 5 = 0$. b) Calculeu les equacions d'aquestes rectes tangents.</p> <p>Puntuació: a) 1 punt; b) 1 punt. Total: 2 punts.</p>
<p>46 (Set. de 2005) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>La corba d'equació $y = 3x^2 - 1$ i la recta $y = 4x + b$ són tangents.</p> <p>a) Determineu el punt de tangència. b) Determineu b.</p> <p>Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.</p>

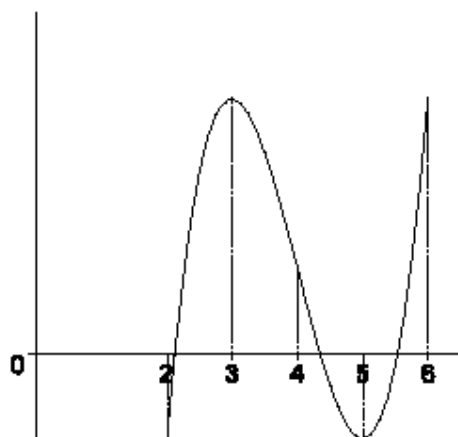
LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

<p>45 (Juny de 2005) Matemàtiques []</p>	<p>Sigui la paràbola $y = 2x^2 + x + 1$ i sigui A el punt de la paràbola d'abscissa 0.</p> <p>a) Trobeu l'equació de la recta tangent a la paràbola en el punt A.</p> <p>b) En quin punt de la paràbola la recta tangent és perpendicular a la recta que heu trobat en l'apartat anterior?</p> <p style="text-align: right;">[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]</p>
<p>44 (Juny de 2005) Matemàtiques []</p>	<p>Trobeu els màxims i mínims relatius de la funció $f(x) = 6x^5 - 15x^4 + 10x^3$.</p> <p style="text-align: right;">[2 punts]</p>
<p>43 (Juny de 2005) Mat. per a les CS []</p>	<p>Considereu la funció $f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$.</p> <p>a) Calculeu l'equació de la recta tangent a la corba que representa $f(x)$, en el punt d'abscissa $x = 2$.</p> <p>b) Quina és la funció que dona el pendent de la recta tangent en cadascun dels punts de la corba?</p> <p>c) Calculeu el punt de la corba que representa $f(x)$ en el qual el pendent de la recta tangent és màxim. Trobeu el valor d'aquest pendent màxim.</p> <p>Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.</p>
<p>42 (Juny de 2005) Mat. per a les CS []</p>	<p>Calculeu a i b de manera que $f(x) = a \ln(x) + bx^2 + x$ tingui extrems relatius en els punts d'abscisses $x = 1$ i $x = 2$, i digueu, en cada cas, si es tracta d'un màxim o d'un mínim.</p> <p>Puntuació: càlcul de a i b 1 punt; determinació del caràcter 1 punt. Total: 2 punts.</p>
<p>41 (Juny de 2005) Mat. per a les CS []</p>	<p>a) Calculeu els punts del gràfic de la corba $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ on la recta tangent té pendent $-\frac{1}{3}$.</p> <p>b) Determineu la recta tangent en aquests punts.</p> <p>Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.</p>
<p>40 (Set. de 2004) Matemàtiques []</p>	<p>Considereu la funció polinòmica de tercer grau, $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$).</p> <p>a) Trobeu els valors de a, b, c i d per als quals $f(x)$ talla l'eix OX en els punts $x = 0$ i $x = 1$ i presenta un mínim relatiu en el punt $x = 0$.</p> <p>b) Feu un esbós de la gràfica de la funció que heu trobat, i acabeu de calcular els elements necessaris per dibuixar-la.</p> <p style="text-align: right;">[Puntuació: apartat a) 2 punts; apartat b) 2 punts. Total: 4 punts]</p>

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

39 (Set. de 2004)
Matemàtiques
[1]

La gràfica següent correspon a una funció $f: [2, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ derivable i amb derivada contínua. Feu un esbós de la gràfica de $f': (2, 6) \rightarrow \mathbb{R}$ i justifiqueu-ne el perquè.



[2 punts]

38 (Set. de 2004)
Mat. per a les CS
[1]

Sigui la funció $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$.

- Trobeu les equacions de les asímptotes de $f(x)$.
- Estudieu el signe de la funció.
- Estudieu el creixement i decreixement de la funció i indiqueu quins són els seus màxims i mínims.
- Feu un esbós de la gràfica de $f(x)$.

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

37 (Juny de 2004)
Matemàtiques
[1]

El consum d'un cotxe depèn de la seva velocitat v (expressada en km/h) segons la funció $f(v) = \frac{3e^{0,012v}}{v}$ (en litres/km). Quina és la velocitat més econòmica?
 [2 punts]

36 (Juny de 2004)
Mat. per a les CS
[1]

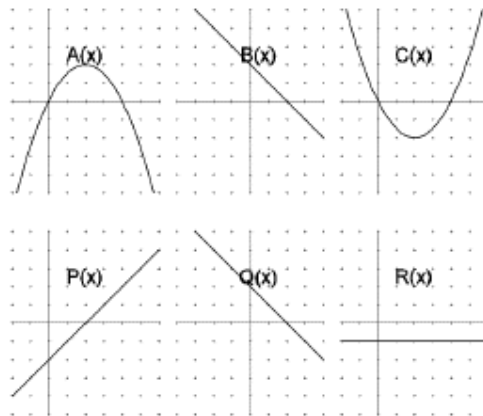
Trobeu els valors de b i c per tal que la funció $f(x) = x^2 + bx + c$ tingui un extrem relatiu en el punt $(-1, -4)$. Quin tipus d'extrem és?

Puntuació: 2 punts.

35 (Juny de 2004)
Mat. per a les CS
[1]

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

El dibuix representa les gràfiques de les tres funcions $A(x)$, $B(x)$ i $C(x)$ i de les seves derivades $P(x)$, $Q(x)$ i $R(x)$, no necessàriament en el mateix ordre.



Associeu cada funció $A(x)$, $B(x)$ i $C(x)$ amb la seva respectiva funció derivada $P(x)$, $Q(x)$ o $R(x)$. Raoneu la resposta.

Puntuació: 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.

34 (Juny de 2004)
Matemàtiques

[1]

Considereu la funció $f(x) = 1 + \frac{a}{x} + \frac{6}{x^2}$ on a és un paràmetre.

- Calculeu el valor del paràmetre a sabent que $f(x)$ té un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = 3$.
- Aquest extrem relatiu, es tracta d'un màxim o d'un mínim? Raoneu la resposta.

[Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 0,5 punts. Total 2 punts]

33 (Juny de 2004)
Matemàtiques

[1]

Considereu la funció $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$.

- Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 3$.
- Existeix alguna altra recta tangent a la gràfica de $f(x)$ que sigui paral·lela a la que heu trobat? Raoneu la resposta i, en cas afirmatiu, trobeu-ne l'equació.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total 2 punts]

32 (Set. de 2003)
Matemàtiques

[1]

Calculeu el punt de la corba $y = 2 + x - x^2$ en què la tangent és paral·lela a la recta $y = x$.

[2 punts]

31 (Set. de 2003)
Mat. per a les CS

[1]

Esbrineu si les gràfiques de la funció $f(x) = x^2 - 2x + 2$ i de la recta $y = 2x - 2$ són tangents en algun punt. En cas que ho siguin, determineu aquest punt. Hi ha algun altre punt d'intersecció entre la recta i la gràfica de la funció?

Puntuació: 2 punts.

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

<p>30 (Juny de 2003) Matemàtiques [1]</p>	<p>a) Determineu el valor del paràmetre a que fa que la funció</p> $f(x) = \frac{x + a}{x^3}$ <p>presenti un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = 3$.</p> <p>b) Per a aquest valor del paràmetre a, calculeu els intervals de creixement i decreixement, i les asymptotes de la funció.</p> <p>c) A partir de les dades que heu obtingut, feu una gràfica aproximada d'aquesta funció.</p> <p style="text-align: right;">[4 punts]</p>
<p>29 (Juny de 2003) Matemàtiques [1]</p>	<p>Calculeu les equacions de les dues rectes del pla que passen pel punt $P = (1, -1)$ i que són tangents a la corba d'equació $y = (x - 1)^2$.</p> <p style="text-align: right;">[2 punts]</p>
<p>28 (Juny de 2003) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>La funció $f(x) = -5ax^2 + 700x + 1440$ té un extrem relatiu per $x = 10$. Calculeu el valor de a.</p> <p>Puntuació: 2 punts.</p>
<p>27 (Set. de 2002) Matemàtiques [1]</p>	<p>Se sap que la derivada d'una funció $f(x)$ és:</p> $f'(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x + 1}$ <p>Calculeu les abscisses dels punts on la funció $f(x)$ té els seus extrems relatius, especificant per a cada un dels valors que obtingueu si es tracta d'un màxim o d'un mínim relatiu.</p> <p style="text-align: right;">[2 punts]</p>
<p>26 (Set. de 2002) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Considerem la funció $f(x) = 2002x^2 + ax + b + \sin x$, amb a, b reals. Calculeu els valors dels paràmetres a, b perquè f passi pel punt $(0, 3)$ i tingui un extrem relatiu en aquest punt. Expliqueu raonadament quin tipus d'extrem té f en aquest punt.</p> <p>Puntuació: Planteig: 1 punt. Determinació de a i b: 2 punts. Determinació del tipus d'extrem: 1 punt. Total: 4 punts.</p>
<p>25 (Juny de 2002) Matemàtiques [1]</p>	<p>Sigui $f(x) = \frac{mx - 2}{x - 1}$, on m és un paràmetre.</p> <p>a) Determineu per a cada valor del paràmetre m el valor del límit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (si existeix).</p> <p>b) Per a quins valors de m la derivada $f'(x)$ de la funció $f(x)$ és positiva per a tot x?</p> <p style="text-align: right;">[2 punts]</p>

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

<p>24 (Juny de 2002) Matemàtiques []</p>	<p>Sabent que la funció $y = (x + a)(x^2 - 4)$, on a és un nombre real, té un màxim i un mínim relatiu, i que el màxim relatiu s'assoleix en el punt $x = -\frac{1}{3}$, trobeu l'abscissa del mínim relatiu. [2 punts]</p>
<p>23 (Juny de 2002) Mat. per a les CS []</p>	<p>Trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$ en el punt d'abscissa $x = 2$.</p> <p>Puntuació: Total: 2 punts.</p>
<p>22 (Set. de 2001) Matemàtiques []</p>	<p>Considereu la funció definida per</p> $f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & \text{si } x \leq 0 \\ 2x + 1, & \text{si } x > 0 \end{cases}$ <p>on a és un nombre real.</p> <p>a) Calculeu $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ i comproveu que $f(x)$ és contínua en $x = 0$.</p> <p>b) Per a quin valor del paràmetre a la funció $f(x)$ és derivable en $x = 0$? [2 punts]</p>
<p>21 (Set. de 2001) Mat. per a les CS []</p>	<p>Calculeu a i b sabent que la funció $f(x) = ax^2 + bx - 7$ té un extrem local en el punt $(2, 1)$. És un màxim o un mínim? [2 punts]</p>
<p>20 (Juny de 2001) Matemàtiques []</p>	<p>Per a cada valor del paràmetre $a \in \mathbf{R}$, considereu la funció</p> $f(x) = x + \frac{3 - a}{x}$ <p>(definida per a tots els valors de x diferents de 0).</p> <p>a) Determineu per a cada valor del paràmetre a, els extrems relatiu que té la funció $f(x)$.</p> <p>b) Per a quins valors del paràmetre a la funció $f(x)$ és sempre creixent? [2 punts]</p>
<p>19 (Juny de 2001) Matemàtiques []</p>	<p>Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 1}$</p> <p>a) Determineu les seves asymptotes.</p> <p>b) Calculeu els intervals on creix i on decreix, i els extrems relatiu.</p> <p>c) D'acord amb els resultats que heu obtingut, dibuixeu aproximadament la seva gràfica.</p> <p>d) Fixant-vos en la gràfica anterior, expliqueu quina seria la gràfica de la funció $g(x) = -f(x) + 3$ (feu-ne un esquema). En quins punts té màxims la funció $g(x)$? [4 punts]</p>

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

<p>18 (Juny de 2001) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>a) Donada la funció $f(x) = x^3 - 3x$, calculeu els punts de tall amb els eixos i els extrems relatius (si en té), i feu un esbós de la gràfica de la funció.</p> <p>b) Basant-se en el gràfic anterior, i sense cap més càlcul, <i>raoneu</i> que la funció $g(x) = x^3 - 3x - 10$ talla l'eix de les x en un sol punt.</p> <p>c) Indiqueu, raonadament, un interval de longitud 1 en el qual es troba la solució real de l'equació $x^3 - 3x - 10 = 0$.</p> <p style="text-align: right;">Nota: L'apartat a) val 2 punts. Els altres dos apartats valen 1 punt cadascun. [4 punts]</p>
<p>17 (Juny de 2001) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Calculeu en quin punt (si és que n'hi ha algun) la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x) = e^{2x}$ forma un angle de 45° amb l'eix de les x. [2 punts]</p>
<p>16 (Set. de 2000) Matemàtiques [1]</p>	<p>Donada la funció $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$, determineu l'equació de la recta tangent a la seva gràfica en el punt on s'anul·la la segona derivada. [2 punts]</p>
<p>15 (Set. de 2000) Matemàtiques [1]</p>	<p>a) Trobeu els extrems relatius de la funció polinòmica</p> $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x - 3$ <p>i calculeu els valors de $f(x)$ en aquests punts. A partir d'aquestes dades, feu un dibuix aproximat de la seva gràfica.</p> <p>b) Demostreu que l'equació $x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x - 3 = 0$ té, exactament, tres solucions reals. [2 punts]</p>
<p>14 (Set. de 2000) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Considereu la funció $f(x) = \frac{x+3}{1-x}$</p> <p>a) Determineu les seves asímptotes verticals i horitzontals (si en té) i els intervals de creixement i decreixement. Feu després un esquema senzill de la seva gràfica.</p> <p>b) Determineu els punts de la gràfica de la funció on la tangent és paral·lela a la recta d'equació $y = x$. [4 punts]</p>
<p>13 (Set. de 2000) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Considereu la funció $y = (x-1)^2 x^3$. Digueu quin és el seu domini de definició. Calculeu els seus intervals de creixement i decreixement, així com els màxims i mínims (si en té). Calculeu també els punts en què la gràfica talla els eixos. Feu després un esbós d'aquesta gràfica. [4 punts]</p>
<p>12 (Set. de 2000) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Calculeu l'abscissa del punt en què la tangent a la gràfica de la funció $f(x) = 2 \ln x$ és paral·lela a la recta $16x - 2y = 7$. [2 punts]</p>

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

<p>11 (Juny de 2000) Matemàtiques [1]</p>	<p>Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2}{x+a}$, on a és un paràmetre.</p> <p>a) Calculeu a sabent que la recta $y = x + 2$ és una asymptota obliqua d'aquesta funció.</p> <p>b) Prenent el valor de a obtingut en l'altre apartat, calculeu el domini, les interseccions de la gràfica amb els eixos, els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius de la funció f. Feu una gràfica aproximada d'aquesta funció a partir de les dades que heu obtingut.</p> <p style="text-align: right;">[4 punts]</p>
<p>10 (Juny de 2000) Matemàtiques [1]</p>	<p>Determineu els punts de la gràfica de $f(x) = x^4 + 5x$ on la recta tangent és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant. Calculeu l'equació d'aquestes rectes tangents.</p> <p style="text-align: right;">[2 punts]</p>
<p>9 (Juny de 2000) Matemàtiques [1]</p>	<p>Calculeu els valors de a tals que les tangents a la gràfica de la funció $f(x) = ax^3 + 2x^2 + 3$ en els punts d'abscisses $x = 1$ i $x = -1$ siguin perpendiculars entre si.</p> <p style="text-align: right;">[2 punts]</p>
<p>8 (Set. de 1999) Matemàtiques [1]</p>	<p>Considereu la funció $f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$</p> <p>a) Trobeu el domini de $f(x)$ i les asymptotes.</p> <p>b) Determineu el signe de la funció en el seu domini (determinar el signe de $f(x)$ vol dir establir per a quins valors de x es compleix $f(x) \geq 0$ i per a quins $f(x) \leq 0$).</p> <p>c) Trobeu-ne els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius.</p> <p>d) Feu un esquema de la gràfica de la funció.</p> <p style="text-align: right;">[4 punts]</p>
<p>7 (Set. de 1999) Matemàtiques [1]</p>	<p>La gràfica d'una funció és la que hi ha en el dibuix següent. Quina és la gràfica de la seva funció derivada? En quins punts és discontinua la derivada?</p> <div style="text-align: center;"> <p style="text-align: center;"> $(-1, 0)$ $(0, 3)$ $(1, 1)$ $(4, 1)$ </p> </div> <p style="text-align: right;">[2 punts]</p>
<p>6 (Set. de 1999) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Representeu gràficament la funció</p> $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 4}$ <p>de manera raonada (domini de definició, asymptotes, intervals de creixement i decreixement, màxims i mínims...).</p> <p style="text-align: right;">[4 punts]</p>

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

5 (Set. de 1999) Mat. per a les CS []	Escriviu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció $y = e^x$ en el punt en què aquesta gràfica talla l'eix de les y . [2 punts]
4 (Set. de 1999) Mat. per a les CS []	Considereu la funció $y = \ln x$ (on \ln indica el logaritme en base e). a) Determineu el seu domini de definició. Poseu en evidència que aquesta funció és creixent en tot el seu domini. b) Feu un esquema senzill de la seva gràfica tot indicant els límits de la funció quan $x \rightarrow \infty$ i quan $x \rightarrow 0$. c) Escriviu l'equació de la recta tangent a la gràfica d'aquesta funció en el punt d'abscissa $x = 1$. d) Escriviu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció en el punt d'abscissa $x = a$ i determineu a per tal que aquesta recta sigui paral·lela a $y = 2x$. [4 punts]
3 (Juny de 1999) Matemàtiques []	Considereu la funció $y = f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$ a) Feu un estudi de les seves asímptotes. b) Calculeu els punts en què aquesta funció té extrem relatiu i digueu per a quins intervals del domini la funció és creixent. c) Feu un esbós de la gràfica de la funció a partir de les dades obtingudes en els apartats anteriors. [4 punts]
2 (Juny de 1999) Mat. per a les CS []	Digueu raonadament quin és l'interval de creixement de la funció $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ [2 punts]
1 (Juny de 1999) Mat. per a les CS []	Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 1}$ Trobeu el domini de definició, els punts de tall amb els eixos, les possibles asímptotes, els intervals de creixement i decreixement, així com els possibles màxims i mínims. Feu després un esquema senzill de la gràfica d'aquesta funció. [4 punts]
0 (Set. de 1998) Matemàtiques []	Sigui $f(x) = \frac{x + 5}{x^2 - 9}$ a) Trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 2$. b) Estudieu el domini de definició de $f(x)$ i les asímptotes. c) Estudieu els intervals de creixement i decreixement. Feu-ne la representació gràfica. [4 punts: 1 els apartats a) i b), 2 l'apartat c)]

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

<p>-1 (Set. de 1998) Matemàtiques [1]</p>	<p>Trobeu el punt de la gràfica de $y = x + \ln x$ tal que la recta tangent sigui perpendicular a la recta $2x + 6y = 5$. [2 punts]</p>
<p>-2 (Set. de 1998) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Considereu la funció</p> $f(x) = \frac{x^2 - x}{8x^2 + 1}$ <p>Busqueu-ne el domini de definició, els límits quan $x \rightarrow +\infty$ i quan $x \rightarrow -\infty$, les asímptotes, els punts de tall amb els eixos, els intervals de creixement i decreixement, i els màxims i mínims locals. Feu després un dibuix aproximat de la seva gràfica. [4 punts]</p>
<p>-3 (Set. de 1998) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Escriu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x) = e^{3x}$ en el punt $(0, 1)$. [2 punts]</p>
<p>-4 (Juny de 1998) Matemàtiques [1]</p>	<p>Sigui $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x + 5b$. Trobeu els valors de a i b de manera que la gràfica de $f(x)$ tingui la tangent horitzontal per a $x = 1$ i, a més, la corba passi pel punt $(-1, -8)$. [2 punts]</p>
<p>-5 (Juny de 1998) Matemàtiques [1]</p>	<p>En quin punt de la corba $f(x) = \ln x$ la recta tangent és paral·lela a la corda AB determinada pels punts $A = (1, 0)$ i $B = (e, 1)$? [2 punts]</p>
<p>-6 (Juny de 1998) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Trobeu els nombres a i b de manera que la funció $f(x) = ax^2 + bx$ tingui un màxim en el punt $(3, 9)$. [2 punts]</p>
<p>-7 (Set. de 1997) Matemàtiques [1]</p>	<p>Determineu per a quins valors de n la recta $y = -3x + n$ és tangent a la gràfica de la funció $f(x) = x^3 - 6x + 1$. [2 punts]</p>
<p>-8 (Set. de 1997) Matemàtiques [1]</p>	<p>Expliqueu la relació que hi ha entre la derivada d'una funció en un punt i la tangent a la gràfica d'aquesta funció en el mateix punt. ¿La corba $y = x^3 - 3x$ i la recta $y = -5x$ són tangents en algun punt? [2 punts]</p>
<p>-9 (Set. de 1997) Matemàtiques [1]</p>	<p>Feu un esquema de la representació gràfica del polinomi</p> $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x - 20$ <p>i digueu quantes arrels reals té. Per a cada arrel, determineu la seva part entera. [2 punts]</p>
<p>-10 (Set. de 1997) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>Calculeu el valor dels coeficients a, b, c i d de la funció polinòmica $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, sabent que la seva gràfica té un màxim en el punt $(0, 3)$ i un mínim en el punt $(2, -5)$. [2 punts]</p>

LES FUNCIONS I LES DERIVADES A LES PAU

<p>–11 (Set. de 1997) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>a) Expliqueu el concepte de derivada d'una funció en un punt. Doneu-ne una interpretació geomètrica.</p> <p>b) Si l'equació de la recta tangent a una corba $y = f(x)$ en el punt $(a, f(a))$ és $4x - 2y - 1 = 0$, quin és el valor de la derivada de $f(x)$ en el punt $x = a$? [2 punts]</p>
<p>–12 (Juny de 1997) Matemàtiques [1]</p>	<p>a) Calculeu els màxims i mínims locals de la funció $f(x) = x^3 + x^2 + b$ i doneu en funció de b el valor que pren la funció en aquests màxims i mínims.</p> <p>b) Feu un esbós de la gràfica de la funció quan el paràmetre b és positiu, i quan aquest paràmetre és nul.</p> <p>c) Calculeu el valor negatiu de b per al qual la gràfica de $f(x)$ és tangent a l'eix de les x en el màxim local d'aquesta funció. Dibuixeu la gràfica de la funció per a aquest valor de b.</p> <p>d) Determineu (fent servir l'estudi de la funció realitzat en els apartats anteriors) els valors de b per als quals l'equació $f(x) = 0$ només té una solució. [4 punts]</p>
<p>–13 (Juny de 1997) Matemàtiques [1]</p>	<p>a) En quin punt la corba d'equació $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ té una recta tangent horitzontal?</p> <p>b) És possible que aquesta corba tingui una tangent paral·lela a la recta $3x - 3y + 7 = 0$ en algun punt d'abscissa x negativa? [2 punts]</p>
<p>–14 (Juny de 1997) Matemàtiques [1]</p>	<p>Calculeu els extrems relatius de la funció</p> $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$ <p style="text-align: right;">[2 punts]</p>
<p>–15 (Juny de 1997) Mat. per a les CS [1]</p>	<p>El perfil del tram de carretera corresponent als últims 2 km d'una etapa de muntanya del <i>Tour</i> coincideix amb la gràfica de la funció $y = \frac{5}{100}(-x^3 + 3x^2 - x + 20)$ entre els valors $x = 0$ i $x = 2$. La figura mostra aproximadament la forma d'aquest perfil (la figura no és a escala). Calculeu el punt d'aquest tram que té màxim pendent (allà on la carretera fa més pujada). Digueu també quin és aquest pendent màxim. [2 punts]</p> 