

LES FUNCIONS I LES INTEGRALS A LES PAU

Qüestions i problemes resolts utilitzant la calculadora Wiris - [Informació](#)

| Jaume Bartrolí Brugués | IES M. Carrasco i Formiguera de Barcelona | <http://www.xtec.cat/~jbartrol> | jbartrol@xtec.cat |

41 (Juny de 2008)
Matemàtiques

[1]

Se sap que certa funció derivable $F(x)$ verifica les condicions següents:

$$F'(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \text{ i } F(1) = 3$$

- a) Trobeu $F(x)$.
b) Calculeu l'àrea compresa entre $F(x)$ i l'eix OX des de $x = 0$ fins a $x = 1$.
[1 punt per cada apartat]

40 (Set. de 2007)
Matemàtiques

[1]

Donades les funcions $f(x) = x^2 - ax - 4$ i $g(x) = \frac{x^2}{2} + b$:

- a) Calculeu a i b de manera que les gràfiques de $f(x)$ i de $g(x)$ siguin tangents en el punt d'abscissa $x = 3$, és a dir, que tinguin la mateixa recta tangent en aquest punt.
b) Trobeu l'equació de la recta tangent esmentada en l'apartat anterior.
c) Pel valor de a obtingut en el primer apartat, calculeu el valor de l'àrea de la regió limitada per l'eix d'abscisses OX i la funció $f(x)$.
[1,5 punts l'apartat a, 1 punt l'apartat b, 1,5 punts l'apartat c]

39 (Set. de 2006)
Matemàtiques

[1]

Considereu la paràbola d'equació $y = x^2 + 2x - 3$.

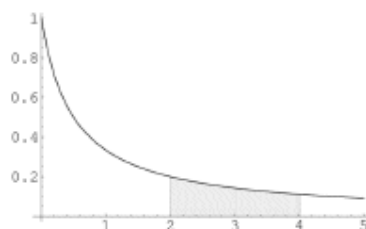
- a) Calculeu les equacions de les rectes tangents a la paràbola en els punts d'abscissa $x = -1$ i $x = 1$.
b) Calculant el mínim de la funció $y = x^2 + 2x - 3$, trobeu el vèrtex de la paràbola.
c) Trobeu les interseccions de la paràbola amb els eixos i feu una representació gràfica de la paràbola i de les tangents obtingudes al primer apartat.
d) Calculeu l'àrea compresa entre la paràbola i les rectes tangents.

[Puntuació: cada apartat val 1 punt. Total: 4 punts]

38 (Set. de 2006)
Matemàtiques

[1]

El gràfic de la funció $f(x) = \frac{1}{2x+1}$, quan $x > 0$, és com segueix:

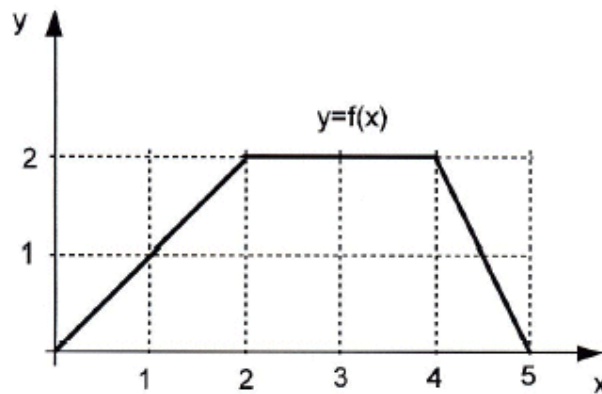


- a) Trobeu una primitiva de la funció f .
b) Calculeu l'àrea de la regió ombrejada.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

37 (Juny de 2006)
Matemàtiques
[1]

Considereu la funció $y = f(x)$ definida per a $x \in [0, 5]$ que apareix dibuixada a la figura adjunta.



- Quina és l'expressió de la seva funció derivada quan existeix?
- Calculeu $\int_0^3 f(x) dx$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

36 (Set. de 2005)
Matemàtiques
[1]

Considereu la funció

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + b & \text{si } x < 0 \\ ae^{bx} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

on a i b són nombres reals.

- Quina condició han de complir a i b per tal que f sigui contínua a tot $\mathbb{R}$?
- Trobeu els valors de a i b per als quals f sigui contínua però no derivable a tot $\mathbb{R}$.
- Per a $a = 1$ i $b = 1$, calculeu $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]

35 (Juny de 2005)
Matemàtiques
[1]

Considereu la funció $f(x) = 4x - x^2$.

- Calculeu l'equació de les rectes tangents a la gràfica de f en els punts d'abscisses $x = 0$ i $x = 4$.
- Feu un gràfic dels elements del problema.
- Calculeu l'àrea compresa entre la gràfica de f i les rectes tangents que heu trobat a l'apartat a).

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]

34 (Juny de 2005)
Matemàtiques
[1]

Donada la funció $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5x^2 - 4}}$:

- Calculeu la integral $\int f(x) dx$
- Trobeu la primitiva F de f que compleixi $F(1) = 1$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

33 (Set. de 2004)
Matemàtiques
[1]

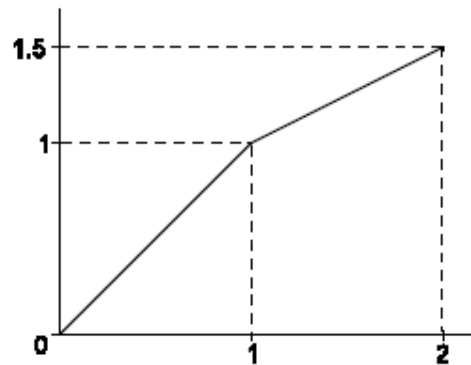
Calculeu el valor de la integral següent:

$$\int_0^3 \frac{x + 1 + \sqrt{x+1}}{x+1} dx$$

[2 punts]

32 (Juny de 2004)
Matemàtiques
[1]

Considereu la funció $f(x)$ de la figura definida a l'interval $[0, 2]$.



- Calculeu la funció derivada $f'(x)$ a l'interval $(0, 2)$
- Hi ha algun punt de $(0, 2)$ en el qual $f'(x)$ no existeixi?
- Calculeu $\int_0^2 f(x) dx$.

Raoneu totes les respostes.

[Puntuació: apartat a) 0,5 punts; apartat b) 0,5 punts; apartat c) 1 punt. Total: 2 punts]

31 (Juny de 2004)
Matemàtiques
[1]

Calculeu l'àrea del recinte tancat que delimiten la gràfica de la funció $y = \sqrt{2x}$ i la recta $y = x$.

[2 punts]

30 (Juny de 2004)
Matemàtiques
[1]

Considereu la funció $f(x) = x^3 + mx^2 + 1$, $m \geq 0$.

- Calculeu el valor de m per tal que l'àrea del recinte limitat per la gràfica de la funció, l'eix OX i les rectes $x = 0$ i $x = 2$ sigui de 10 unitats quadrades.
- Per a $m = 1$, indiqueu el punt o els punts on la recta tangent a la gràfica de la funció forma un angle de 45° amb el semieix positiu de OX .

[Puntuació: apartat a) 2 punts; apartat b) 2 punts. Total: 4 punts]

29 (Juny de 2004)
Matemàtiques
[1]

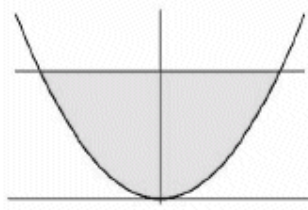
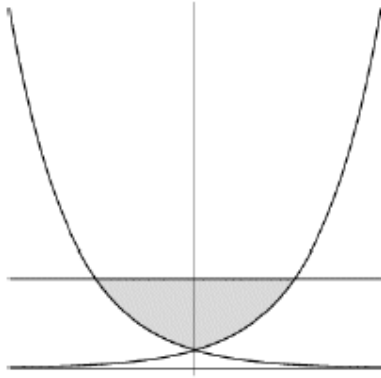
Donada la funció $f(x) = \cos x - \cos^3 x$:

- trobeu la seva integral indefinida;
- quina és la primitiva de $f(x)$ que passa pel punt $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$?

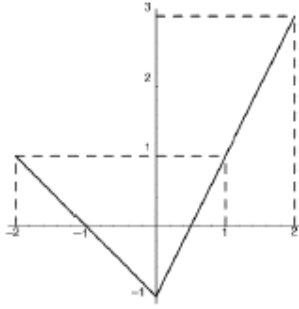
Indicació: recordeu que $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

[Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 0,5 punts. Total 2 punts]

LES FUNCIONS I LES INTEGRALS A LES PAU

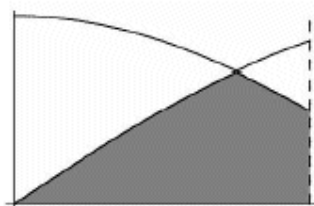
28 (Juny de 2003) Matemàtiques [1]	Considerem la regió S del pla limitada per la paràbola $y = 3x^2$ i la recta $y = 3$ representada en l'esquema següent:  Siguin A i B els punts d'intersecció de la recta i la paràbola, i T el triangle que té per vèrtexs A, B i l'origen de coordenades $(0, 0)$. Calculeu l'àrea de la regió que resulta quan es treu el triangle T a la regió S. [2 punts]
27 (Juny de 2003) Matemàtiques [1]	Calculeu $\int_1^e \frac{2 \ln^3(x)}{x} dx$ [2 punts]
26 (Juny de 2003) Mat. per a les CS [1]	Determineu l'àrea finita de la regió del pla compresa entre les dues paràboles $y = -x^2 + 4x + 1$ i $y = x^2 - 6x + 9$. Puntuació: 2 punts.
25 (Set. de 2002) Matemàtiques [1]	Calculeu el valor positiu de a que fa que l'àrea compresa entre la recta d'equació $y = ax + 2a$ i la paràbola $y = ax^2$ valgui 18. [2 punts]
24 (Set. de 2002) Mat. per a les CS [1]	Considereu la corba d'equació $f(x) = x^3 - x$. - Calculeu els punts en què la gràfica de $f(x)$ talla l'eix d'abscisses i expliqueu raonadament on $f(x)$ és positiva i on és negativa. - Trobeu l'àrea del recinte limitat per la part positiva de la gràfica de $f(x)$ i el semieix negatiu d'abscisses. Puntuació: Cada apartat val 1 punt. Total: 2 punts.
23 (Juny de 2002) Matemàtiques [1]	Calculeu l'àrea compresa entre les gràfiques de les corbes $y = e^{2x}$ i $y = e^{-2x}$ i la recta $y = 5$ representada en l'esquema següent:  [2 punts]

LES FUNCIONS I LES INTEGRALS A LES PAU

22 (Juny de 2002) Matemàtiques [1]	Calculeu la primitiva de la funció $f(x) = x\sqrt{x^2 - 1}$ que s'anul·la en el punt d'abscissa $x = 2$. [2 punts]
21 (Juny de 2002) Mat. per a les CS [1]	Trobeu l'expressió general de totes les primitives de $f(x) = 5\sqrt[3]{x^2}$. Quina és la que passa pel punt $(8,0)$? Puntuació: Primitiva general: 1 punt. Primitiva particular: 1 punt. Total: 2 punts.
20 (Juny de 2002) Mat. per a les CS [1]	Considereu la paràbola $y = x^2$ i la recta $y = mx$, amb m real positiu. a) Calculeu l'àrea de la regió tancada delimitada per les gràfiques de la paràbola i la recta en funció de m. b) Quin valor té m si l'àrea de l'apartat a) és 288? Puntuació: Cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.
19 (Set. de 2001) Matemàtiques [1]	Sabeu que la gràfica de la funció $f(x)$ passa pel punt $(1, -4)$ i que la seva funció derivada és $f'(x) = 2x - 2$. a) Determineu l'expressió de $f(x)$. b) Calculeu l'àrea de la regió limitada per la gràfica de $f(x)$ i l'eix d'abscisses OX. [2 punts]
18 (Juny de 2001) Matemàtiques [1]	Calculeu l'àrea de la regió limitada per la gràfica de la funció $f(x) = xe^x$ per a $x \geq 0$, l'eix d'abscisses i la recta vertical $x = 1$. [2 punts]
17 (Juny de 2001) Matemàtiques [1]	Teniu una funció $f(x)$ definida per a $x \in (-2, 2)$, sabeu que el gràfic de $f'(x)$ és de la forma  (on $f'(-1) = 0$, $f'(0) = -1$, $f'(1) = 1$) i que $f(0) = 2$. Dibuixeu un gràfic aproximat de $f(x)$ indicant en quins punts hi ha extrems relatius. [2 punts]
16 (Juny de 2001) Matemàtiques [1]	

LES FUNCIONS I LES INTEGRALS A LES PAU

- a) Quin és l'angle x en radians ($0 < x < \frac{\pi}{2}$) tal que $\sin(x) = \cos(x)$?
- b) Considereu les funcions $f(x) = \sin(x)$ i $g(x) = \cos(x)$. Calculeu la superfície del recinte delimitat superiorment per les gràfiques d'aquestes funcions, inferiorment per l'eix d'abscisses i lateralment per les rectes verticals $x = 0$ i $x = \frac{\pi}{3}$ representat en l'esquema següent:



[2 punts]

15 (Juny de 2001)
Mat. per a les CS

[1]

Determineu la funció $f(x)$ tal que

$$f'(x) = x^2 + \sin x \quad \text{i} \quad f(0) = 2$$

[2 punts]

14 (Set. de 2000)
Matemàtiques

[1]

D'una funció $y = f(x)$ sabem

- a) El seu domini de definició és tot $\mathbb{R}$.
b) La seva funció derivada és

$$f'(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 1 \\ -1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- c) $f(x)$ és contínua en tot punt i $f(-1) = 2$.

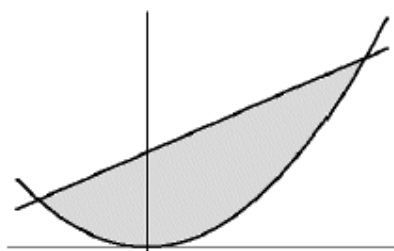
Determineu el valor de $f(1)$ i dibuixeu la gràfica de la funció $f(x)$.

[2 punts]

13 (Set. de 2000)
Matemàtiques

[1]

Calculeu per integració la superfície del recinte delimitat per les corbes $y = x^2$ i la recta d'equació $y - x - 6 = 0$ representat en el dibuix següent:



[2 punts]

12 (Set. de 2000)
Mat. per a les CS

[1]

Trobeu la primitiva de la funció $f(x) = e^{-x/2}$ que compleix la condició que la seva gràfica passa pel punt $(0, 3)$.

[2 punts]

11 (Juny de 2000)
Matemàtiques

[1]

El polinomi $p(x) = x^2 + ax + b$ s'anul·la per a $x = 2$ i compleix $\int_0^2 p(x) dx = 4$.
Calculeu raonadament a i b .

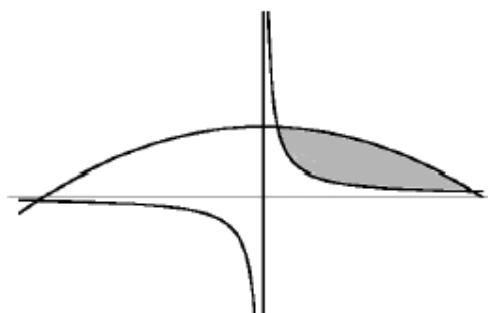
[2 punts]

LES FUNCIONS I LES INTEGRALS A LES PAU

10 (Juny de 2000)
Matemàtiques

[1]

Calculeu l'àrea que té l'únic recinte tancat limitat per les gràfiques de les funcions $y = -x^2 + 7$ i $y = \frac{6}{x}$ representat en el dibuix següent:

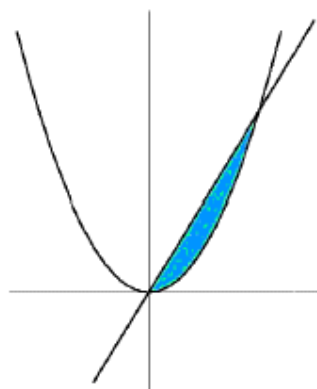


[2 punts]

9 (Juny de 2000)
Mat. per a les CS

[1]

Calculeu l'àrea de l'únic recinte tancat limitat per les gràfiques de les funcions $y = 8x$ i $y = x^4$.

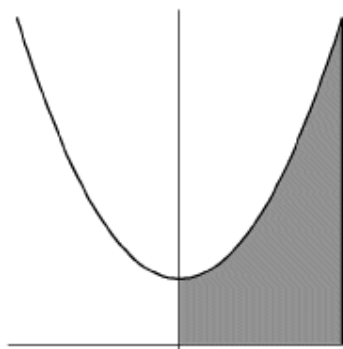


[2 punts]

8 (Juny de 2000)
Mat. per a les CS

[1]

Donada la funció $f(x) = x^2 + a$, amb $a > 0$, calculeu el valor de a que faci que l'àrea determinada per la gràfica de la funció, l'eix d'abscisses i les rectes $x = 0$ i $x = 3$ valgui 27.



[2 punts]

7 (Set. de 1999)
Matemàtiques

[1]

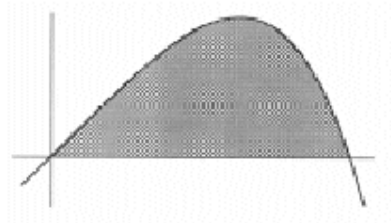
Trobeu el valor del coeficient k de manera que l'àrea limitada per la funció $f(x) = -x^2 + k$ i l'eix d'abscisses sigui igual a 36 u².

[2 punts]

LES FUNCIONS I LES INTEGRALS A LES PAU

6 (Set. de 1999)
Mat. per a les CS
[1]

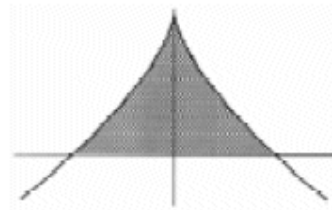
Calculeu l'àrea de la regió limitada per la gràfica de la funció $y = -x^4 + x$ i l'eix de les x que està representada en el dibuix següent:



[2 punts]

5 (Juny de 1999)
Matemàtiques
[1]

Sigui $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2}$. Calculeu l'àrea de la regió que limita la gràfica de $f(x)$ i l'eix d'abscisses i que està representada en el dibuix següent:



[2 punts]

4 (Juny de 1999)
Matemàtiques
[1]

Donada la funció $f(x) = x - 4 + \frac{16}{x+4}$

- Estudieu-ne la continuïtat.
- Estudieu-ne els intervals de creixement i decreixement i els màxims i mínims locals.
- Calculeu l'àrea limitada per la gràfica de la funció, l'eix OX i les rectes verticals $x = 0$ i $x = 2$.

[4 punts]

3 (Juny de 1999)
Matemàtiques
[1]

Calculeu raonadament l'expressió d'una funció $f(x)$ tal que $f'(x) = xe^{-x^2}$ i que $f(0) = 1/2$.

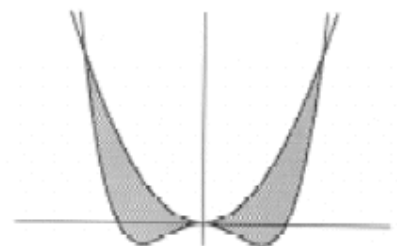
[2 punts]

2 (Juny de 1999)
Matemàtiques
[1]

Calculeu l'àrea determinada per les corbes d'equacions

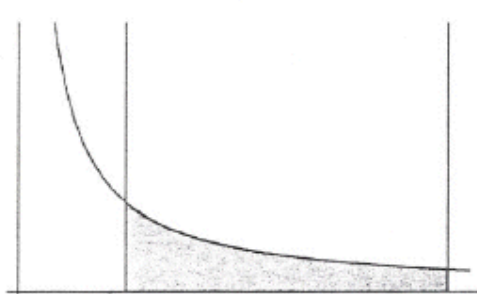
$$y = x^4 - 2x^2 \quad \text{i} \quad y = 2x^2$$

representada en el dibuix següent:



[2 punts]

LES FUNCIONS I LES INTEGRALS A LES PAU

1 (Juny de 1999) Mat. per a les CS [1]	a) Dibuixeu la gràfica de la funció $y = -x^2 + 5x - 6$. b) Calculeu l'àrea del recinte limitat per la gràfica de la funció anterior i l'eix de les x. [2 punts]
0 (Set. de 1998) Matemàtiques [1]	Calculeu l'àrea limitada per les corbes $y = e^x$, $y = e^{-x}$ i la recta vertical $x = 2$. [2 punts]
-1 (Set. de 1998) Matemàtiques [1]	Trobeu el valor de k per tal que $\int_{k+1}^{2k} \frac{dx}{x-k} = 3$ [2 punts]
-2 (Set. de 1998) Mat. per a les CS [1]	a) Escriviu l'equació de la recta tangent a la paràbola $y = x^2$ en el punt d'abscissa $x = 1$. b) Calculeu l'àrea de la regió que limiten la tangent i la corba anteriors per a x entre 0 i 1. [4 punts: 1,5 l'apartat a) i 2,5 l'apartat b)]
-3 (Juny de 1998) Matemàtiques. [1]	Considereu la funció $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ la gràfica de la qual és aproximadament la del dibuix següent:  Calculeu l'àrea de la regió ombrejada. [2 punts]
-4 (Juny de 1998) Mat. per a les CS [1]	Calculeu la primitiva de la funció $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ tal que la seva gràfica passi pel punt de coordenades (1, 1). [2 punts]
-5 (Juny de 1998) Mat. per a les CS [1]	Trobeu l'àrea de la figura compresa entre la hipèrbola $xy = 1$, les rectes $x = 1$ i $x = 4$ i l'eix X, que està representada en el dibuix següent:  [2 punts]

LES FUNCIONS I LES INTEGRALS A LES PAU

–6 (Set. de 1997) Matemàtiques [1]	Què vol dir que una funció $F(x)$ sigui primitiva d'una altra funció $f(x)$? Quantes primitives té una determinada funció? Calculeu la primitiva de la funció $\cot(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ (cotangent de x) que compleix la condició que la seva gràfica passa pel punt $(\pi/2, \pi/2)$. [2 punts]
–7 (Set. de 1997) Matemàtiques [1]	Calculeu l'àrea que en el primer quadrant tanquen les corbes $y = x^2$, $y = 4x^2$ i $y = 16$. [2 punts]
–8 (Set. de 1997) Mat. per a les CS. [1]	Què vol dir <i>primitiva d'una funció</i>? Quantes primitives té una funció? Calculeu la primitiva de $f(x) = x^2 + 2x$ que passa per $(1, 3)$. [2 punts]
–9 (Juny de 1997) Matemàtiques [1]	Calculeu els valors de m de manera que la recta $y = mx$ i la paràbola $y = x^2$ delimitin una àrea de 36 unitats de superfície. [2 punts]
–10 (Juny de 1997) Mat. per a les CS [1]	Dibuixeu el recinte del pla limitat per la paràbola $y = x^2 - 1$ i la recta $y = x + 1$, i calculeu-ne l'àrea. [2 punts]