

LES MATRIUS I ELS SISTEMES LINEALS A LES PAU

Qüestions i problemes resolts utilitzant la calculadora Wiris - [Informació](#)

| Jaume Bartrolí Brugués | IES M. Carrasco i Formiguera de Barcelona | <http://www.xtec.cat/~jbartrol> | jbartrol@xtec.cat |

65 (Set. de 2008)
Matemàtiques

[1]

Considereu un sistema de dues equacions amb tres incògnites.

- a) Pot ser incompatible?
 - b) Pot ser compatible determinat?
- Raoneu les respostes.

[1 punt per cada apartat]

64 (Set. de 2008)
Matemàtiques

[1]

Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) Calculeu A^2 i A^3 .
- b) Determineu, raonadament, el valor de A^{60124} .

[1 punt per cada apartat]

63 (Juny de 2008)
Matemàtiques

[1]

Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} 2x + y - (a-1)z = 4 \\ x - 2y + z = -4 \\ 4x - (a+1)y + z = -2a \end{cases}$$

- a) Discutiu-lo en funció del paràmetre a .
- b) Resoleu-lo quan sigui compatible indeterminat.
- c) En el cas de l'apartat anterior, trobeu una solució del sistema en què x , y i z tinguin valors enters.

[2,5 punts per l'apartat a; 1 punt per l'apartat b; 0,5 punts per l'apartat c]

62 (Juny de 2008)
Matemàtiques

[1]

Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} a+b & 1 \\ 0 & a-b \end{pmatrix}$, on a i b són nombres reals.

- a) Calculeu el valor de a i b per tal que $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- b) Segons els valors obtinguts en l'apartat anterior, calculeu A^3 i A^4 .
- c) Si n és un nombre natural qualsevol, doneu l'expressió de A^n en funció de n .

[1 punt per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 0,5 punts per l'apartat c]

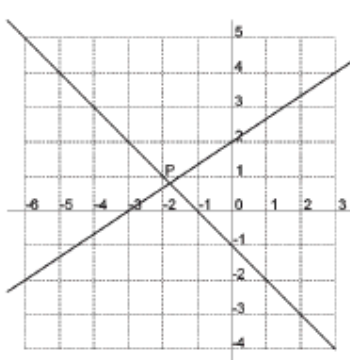
61 (Juny de 2008)
Matemàtiques

[1]

Discutiu el sistema d'equacions lineals següent en funció dels valors del paràmetre m .

$$\begin{cases} x + y + (m-1)z = 1 \\ x + (m-1)y + z = m-1 \\ (m-1)x + y + z = m+2 \end{cases}$$

[2 punts]

60 (Juny de 2008) Matemàtiques [1]	Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$. a) Trobeu la matriu M, quadrada d'ordre 2, tal que $M \cdot A = B$. b) Comproveu que $M^2 = I_2$ (matriu identitat d'ordre 2) i deduiu l'expressió de M^n. [1 punt per cada apartat]
59 (Set. de 2008) Mat. per a les CS [1]	Considereu el sistema d'equacions lineals següent: $\begin{cases} x + y + 3z = k \\ 2y + z = 0 \\ x + 3y + k^2z = 2 \end{cases}$ a) Discuti el sistema en funció del paràmetre k. [2 punts] b) Determineu la solució del sistema per al valor de k que fa que el sistema sigui indeterminat. [1 punt] c) Trobeu la solució per a $k = 1$. [1 punt] (4 punts)
58 (Set. de 2008) Mat. per a les CS [1]	Una persona va invertir 6 000 € comprant accions de dues empreses, A i B. Al cap d'un any, el valor de les accions de l'empresa A ha pujat un 5 % i, en canvi, el valor de les accions de l'empresa B ha baixat un 10 %. Tot i això, si vengués ara les accions guanyaria 150 €. Determineu quants diners va invertir en accions de cada empresa. [2 punts]
57 (Juny de 2008) Mat. per a les CS [1]	Donades les matrius següents: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ i } B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ a) Calculeu $A^2 + 2AB + B^2$. [1 punt] b) Calculeu $(A + B)^2$. [1 punt] (2 punts)
56 (Juny de 2008) Mat. per a les CS [1]	Cadascuna de les rectes del gràfic passa, almenys, per dos punts de coordenades enteres. a) Trobeu les equacions de les dues rectes. [1 punt] b) Determineu el punt d'intersecció P. [1 punt]  (2 punts)

55 (Juny de 2008) Mat. per a les CS [1]	Un trajecte de 200 km s'ha de fer combinant taxi, ferrocarril i autobús. El cost del taxi és de 5 €/km; el del ferrocarril, de 2 €/km, i el de l'autobús, de 3 €/km. El recorregut ens ha costat 500 €, per haver fet el doble de kilòmetres amb ferrocarril que amb taxi i autobús junts. Determineu les distàncies que hem recorregut amb cada mitjà de transport. [4 punts]
54 (Juny de 2008) Mat. per a les CS [1]	Considereu el sistema d'equacions següent: $\begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 3 \\ ax + 10y + 4z = 2 \end{cases}$ a) Trobeu els valors de a per als quals el sistema no és compatible determinat. [1 punt] b) Trobeu el valor de a per al qual el valor de x és 2. Determineu també els valors de y i de z en aquest cas. [1 punt] (2 punts)
53 (Set. de 2007) Matemàtiques [1]	Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & q \end{pmatrix}$. Trobeu els valors de p i q que fan que es verifiqui $A^2 = A$. En aquest cas, raoneu sense calcular què val A^{10}. [2 punts]
52 (Set. de 2007) Mat. per a les CS [1]	Una persona va a la vinateria i compra tres classes de vi. En total, en compra 20 botelles i s'hi gasta 100 €. Compra botelles de tres classes, A, B i C, que costen 3 €, 7 € i 8 € respectivament. Trobeu el nombre de botelles de cada classe que ha comprat, sabent que almenys n'ha comprat una de cada classe. (4 punts)
51 (Set. de 2007) Mat. per a les CS [1]	Resoleu el sistema següent: $\begin{cases} x + 2y - 5z = -1 \\ -3x + y - 2z = 7 \\ 2x - 3y + z = -12 \end{cases}$ (2 punts)
50 (Juny de 2007) Mat. per a les CS [1]	Tres entitats financeres, A, B i C, ofereixen, respectivament, per a dipòsits superiors a 2000 €, un interès anual del 2 %, 3 % i k % (que no coneixem). La Joana, en Manel i en Dani decideixen invertir els estalvis en aquestes entitats durant un any. Sabem que si tots ho fessin a l'entitat A, obtindrien en total uns beneficis de 164 €; però si la Joana optés per A, en Manel per C i en Dani per B, obtindrien 192 €, finalment, si la Joana i en Manel es decidissin per B i en Dani per C, obtindrien 218 €. a) Escriviu un sistema d'equacions que descrigui la situació. b) Sense resoldre el sistema, determineu la quantitat total de diners invertida entre les tres persones. c) Trobeu, si existeix, un valor de k per al qual hi hagi infinites solucions. Resoleu el sistema per a aquest valor de k, i doneu-ne tres solucions diferents. (4 punts)

LES MATRIUS I ELS SISTEMES LINEALS A LES PAU

49 (Juny de 2007) Mat. per a les CS [1]	Una companyia aèria de baix cost fa vols des de Girona fins a tres ciutats, A, B i C. Calculeu el preu dels bitllets a cada ciutat amb la informació següent: si ven 10 bitllets per anar a la ciutat A, 15 per a la B i cap per a la C, ingressa 925 €; si ven 12 bitllets per a A, 8 per a B i cap per a C, ingressa 760 €; si ven 6 bitllets per a A, 5 per a B i 8 per a C, ingressa 855 €. (2 punts)
48 (Juny de 2007) Mat. per a les CS [1]	a) Discutiu el sistema següent segons els valors del paràmetre a: $\begin{cases} x + (a+1)y = 1 \\ ax + 2y = -2 \end{cases}$ b) Resoleu-lo per al valor de a que el fa indeterminat. (2 punts)
47 (Set. de 2006) Matemàtiques [1]	Considereu el sistema d'equacions $\begin{cases} px + 7y + 8z = 1370 \\ x + y + z = 200 \\ 7x + py + 8z = 1395 \end{cases}$ a) Discutiu-lo en funció del paràmetre p. b) Doneu la interpretació geomètrica en els casos en què el sistema és incompatible. c) Resoleu el sistema per a $p = 6$. [Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1,5 punts; apartat c) 1 punt. Total: 4 punts]
46 (Set. de 2006) Mat. per a les CS [1]	Indiqueu TOTS els productes de dues matrius diferents que es poden fer amb les matrius següents: $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}.$ Puntuació total: 2 punts.
45 (Set. de 2006) Mat. per a les CS [1]	Discutiu en funció del paràmetre a el sistema següent: $\begin{cases} x + y + z = 5 \\ 5x + y - z = 11 \\ 3x - y + az = 2. \end{cases}$ Puntuació total: 2 punts.

44 (Juny de 2006) Matemàtiques [1]	Sigui la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & -m \\ 0 & m & 3 \end{pmatrix}$. Determineu els valors de m per als quals $\text{rang}(A) < 3$. Pot ser $\text{rang}(A) = 1$ per a algun valor de m? [Puntuació: 2 punts]
43 (Juny de 2006) Matemàtiques [1]	Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ a) Calculeu $A \cdot B$ i $B \cdot A$. b) Comproveu que $(A + B)^2 = A^2 + B^2$. [Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]
42 (Juny de 2006) Matemàtiques [1]	Esbrineu si el sistema següent pot ser compatible indeterminat per a algun valor del paràmetre m. $\left. \begin{array}{l} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x + 4y + 3z = 0 \\ x + y + mz = 0 \end{array} \right\}$ És incompatible per a algun valor de m? [Puntuació: 2 punts]
41 (Juny de 2006) Mat. per a les CS [1]	La despesa mensual en salaris d'una empresa de 36 treballadors és de 54.900 €. Hi ha tres categories de treballadors que indicarem A, B i C. El salari mensual d'un treballador de la categoria A és de 900 €, el d'un de la B és de 1.500 € i el d'un de la C és de 3.000 €. Sense acomiadar ningú, l'empresa vol reduir la despesa salarial en un 5%. Per fer-ho ha rebaixat un 5% el salari de la categoria A, un 4% el de la B i un 7% el de la C. Esbrineu quants treballadors hi ha de cada categoria. Puntuació pel plantejament: 2 punts; resolució: 2 punts. Total: 4 punts.
40 (Juny de 2006) Mat. per a les CS [1]	Discutiu en funció del paràmetre m el sistema d'equacions següent: $\begin{cases} x + y + mz = 1 \\ x + y - z = 2. \end{cases}$ En el cas que sigui possible doneu també la solució. Puntuació per la discussió: 1 punt; solució: 1 punt. Total: 2 punts.

39 (Juny de 2006)
Mat. per a les CS
[1]

Discutiïu en funció del paràmetre p el sistema d'equacions lineals de matriu ampliada

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 8 \\ 0 & p+5 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & p-1 & 0 \end{array} \right).$$

Puntuació total: 2 punts.

38 (Juny de 2006)
Mat. per a les CS
[1]

Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, esbrineu si existeix una matriu C que compleixi $B \cdot C = A$, i si s'escau, calculeu-la.

Puntuació total: 2 punts.

37 (Set. de 2005)
Mat. per a les CS
[1]

Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Trobeu la matriu $X = A \cdot (B - C)$.

Puntuació: total 2 punts.

36 (Set. de 2005)
Mat. per a les CS
[1]

Un magatzem de rodes de vehicles de diferents tipus té l'estoc de components (en centenars d'unitats) donat per la taula següent:

	Pneumàtics	Embellidors	Llantes
Utilitaris	3,1	0,3	2,1
Berlines	1,6	1,1	0,6
Tot terrenys	0,9	0	0,2

La quantitat de quilos de primera matèria necessària per a cada component és:

	Acer	Cautxú
Pneumàtics	0,1	4,6
Embellidors	1	0,05
Llantes	5	0

a) Calculeu el total d'acer acumulat en el magatzem.

b) Calculeu el total de cautxú acumulat en el magatzem.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

35 (Set. de 2005)
Matemàtiques
[1]

En un sistema hi ha, entre d'altres, aquestes dues equacions:

$$x + 2y - 3z = 5 \quad \text{i} \quad 2x + 4y - 6z = -2.$$

Què podeu dir de les solucions del sistema?

[2 punts]

34 (Juny de 2005) Matemàtiques [1]	La matriu següent expressa els preus unitaris, en euros, de quatre articles, A, B, C i D, procedents de les fàbriques f_1, f_2 i f_3: $P = \begin{pmatrix} 34 & 40 & 36 \\ 11 & 8 & 12 \\ 23 & 27 & 32 \\ 25 & 21 & 30 \end{pmatrix}$ Si una comanda és representada per un vector fila $C = (x \ y \ z \ t)$, què representa cadascun dels elements del resultat del producte $C \cdot P$? Si volem comprar 25 unitats de A, 30 de B, 60 de C i 75 de D, quina de les fàbriques ens ofereix el millor preu? [2 punts]
33 (Juny de 2005) Matemàtiques [1]	Considereu el sistema següent en funció del paràmetre real a: $\begin{cases} x - ay = 1 \\ ax + y = 3. \end{cases}$ a) Discutiu-lo en funció del paràmetre a. b) Resoleu els casos compatibles. [Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]
32 (Juny de 2005) Mat. per a les CS [1]	Sigui la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Calculeu A^{55}. Puntuació: total 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.
31 (Juny de 2005) Matemàtiques [1]	De tres nombres, x, y, z, sabem el següent: que el primer més el segon sumen 0; que el primer més el tercer sumen 1; que la suma de tots tres és 0 i, per acabar, que el primer multiplicat per un nombre k més el doble de la suma del segon i del tercer dóna 1. a) Què podeu dir del valor de k? b) Quant valen els tres nombres? [Puntuació: apartat a) 2 punts; apartat b) 2 punts. Total: 4 punts]
30 (Juny de 2005) Mat. per a les CS [1]	Una marca comercial utilitza tres ingredients A, B i C en l'elaboració de tres tipus de pizzes P_1, P_2 i P_3. La pizza P_1 s'elabora amb 1 unitat de A, 2 de B i 2 de C; la P_2 s'elabora amb 2 unitats de A, 1 de B i 1 de C, i la P_3 s'elabora amb 2 unitats de A, 1 de B i 2 de C. El preu de venda al públic és de 4,80 € per a P_1, 4,10 € per a P_2 i 4,90 € per a P_3. Sabent que el marge comercial (benefici) és d'1,60 € en cadascuna, trobeu quant costa cada unitat de A, B i C a la marca comercial esmentada. Puntuació: plantejament 2 punts; solució 2 punts. Total: 4 punts.

LES MATRIUS I ELS SISTEMES LINEALS A LES PAU

29 (Juny de 2005) Matemàtiques [1]	Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, on a i b són nombres reals, trobeu els valors de a i b que fan que les dues matrius commutïn, és a dir, que fan que es compleixi $A \cdot B = B \cdot A$. [2 punts]
28 (Juny de 2005) Mat. per a les CS [1]	Resoleu el sistema d'equacions següent: $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y - 4z = 9 \\ x - y + z = -1 \end{cases}$ Puntuació: eliminació 1 punt; solució correcta 1 punt. Total: 2 punts.
27 (Set. de 2004) Mat. per a les CS [1]	Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$: a) trobeu una matriu X tal que $A \cdot X = B$; b) calculeu B^{100}. Raoneu la resposta. [Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]
26 (Set. de 2004) Mat. per a les CS [1]	Discutiu i, si escau, resoleu el sistema següent: $\begin{cases} 4x + 6y - 8z = 2 \\ 6x + 9y - 12z = 3 \\ x + 2y + z = 10 \end{cases}$ Puntuació: 2 punts.
25 (Set. de 2004) Mat. per a les CS [1]	Tenim dues caixes de llibres A i B. Si passem 12 llibres de la caixa A a la B, totes dues caixes tindran la mateixa quantitat de llibres. Si passem 12 llibres de la B a la A, la caixa A tindrà el triple de llibres que la caixa B. Quants llibres conté cada caixa? Puntuació del plantejament: 1 punt; de la resolució: 1 punt. Total: 2 punts.
24 (Set. de 2004) Mat. per a les CS [1]	Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$ Trobeu una matriu X que compleixi $A \cdot X + A = B$. [2 punts]

LES MATRIUS I ELS SISTEMES LINEALS A LES PAU

23 (Juny del 2004) Mat. per a les CS [1]	Discutiu i, si escau, resoleu el sistema següent segons els valors del paràmetre a: $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = a \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ Puntuació: 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.
22 (Juny de 2004) Mat. per a les CS [1]	Tenim un litre de llimonada que conté un 25% d'aigua i un 75% de suc de llimona. Si hi afegim un quart de litre d'aigua obtenim llimonada més aigualida. Calculeu el percentatge d'aigua i de suc de llimona de la llimonada més aigualida. Puntuació: 2 punts.
21 (Juny de 2004) Mat. per a les CS [1]	En estudiar un sistema lineal dependent del paràmetre k pel mètode de Gauss, hem arribat a la matriu ampliada següent: $\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 3 & -2 & 8 \\ 0 & k-2 & 5 & 12 \\ 0 & 0 & k-1 & 0 \end{array} \right)$ Discutiu el sistema en funció del paràmetre k. Puntuació: 2 punts.
20 (Juny de 2004) Matemàtiques [1]	La matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals, un cop reduïda pel mètode de Gauss, és $\left(\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$ a) El sistema, és compatible o incompatible? Raoneu la resposta. b) En cas que sigui compatible resoleu-lo. [Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]
19 (Juny de 2004) Mat. per a les CS [1]	Tres germans tenen edats diferents, però sabem que la suma de les edats dels tres germans és de 37 anys, i la suma de l'edat del gran més el doble de l'edat del mitjà més el triple de l'edat del petit és de 69 anys. a) Expressau les edats dels tres germans en funció de l'edat del germà petit. b) És possible que el germà petit tingui 5 anys? I 12 anys? Raoneu la resposta. c) Calculeu l'edat dels tres germans. Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1 punt; apartat c) 1,5 punts. Total: 4 punts.

18 (Juny de 2004) Matemàtiques [1]	Donat el sistema $\begin{cases} y + z = 2 \\ -2x + y + z = -1 \\ (2 - 2m)x + (2m - 2)z = m - 1, \end{cases}$ on m és un paràmetre: a) discutiu el sistema segons els valors de m; b) resolcu els casos compatibles; c) en cada un dels casos de la discussió de l'apartat a), feu una interpretació geomètrica del sistema. [Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1,5 punts; apartat c) 1 punt. Total 4 punts]
17 (Juny de 2004) Mat. per a les CS [1]	La Joana i la Mercè tenien 20000 € cadascuna per invertir. Cadascuna d'elles fa la mateixa distribució dels seus diners en tres parts P, Q i R, i les porta a una entitat financera. Al cap d'un any, a la Joana li han donat un 4% d'interès per la part P, un 5% per la part Q i un 4% per la part R i a la Mercè li han donat un 5% per la part P, un 6% per la part Q i un 4% per la part R. La Joana ha rebut en total 850 € d'interessos, mentre que la Mercè n'ha rebut 950 €. De quants euros constava cadascuna de les parts P, Q i R? Puntuació del plantejament: 2 punts; de la resolució: 2 punts. Total: 4 punts.
16 (Set. de 2003) Mat. per a les CS [1]	Considereu un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites i amb coeficients reals. És possible que el sistema tingui exactament dues solucions? I exactament tres solucions? Justifiqueu les respostes. Puntuació: 2 punts.
15 (Juny de 2003) Matemàtiques [1]	Considereu el sistema d'equacions $\begin{cases} ax + y + z = a + 1 \\ 2x - y + az = a + 2 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$ on a és un paràmetre. Si $x = 1, y = -1, z = 2$ és una solució, quin és el valor del paràmetre a? [2 punts]
14 (Juny de 2003) Matemàtiques [1]	Per a quin o quins valors del paràmetre real λ el sistema d'equacions $\begin{cases} x + 2y + (\lambda + 2)z = 0 \\ x + (2\lambda)y + 3z = 9 \\ 2x - z = 4 \end{cases}$ és compatible i indeterminat? [2 punts]

13 (Set. de 2002) Mat. per a les CS [1]	Determineu per a quin valor del paràmetre λ el sistema següent: $\begin{cases} x - 3y + 5z = 2 \\ 2x - 4y + 2z = 1 \\ 5x - 11y + 9z = \lambda \end{cases}$ és compatible i, en aquest cas, resoleu-lo. Puntuació: Determinació de λ: 1 punt. Resolució del sistema: 1 punt. Total: 2 punts.
12 (Juny de 2002) Mat. per a les CS [1]	En un determinat poble es representen tres espectacles que anomenarem E_1, E_2 i E_3 respectivament, cada un amb un preu diferent. Calculeu el preu de cada espectacle si sabem el següent: – Si assistíssim dues vegades a E_1, una vegada a E_2 i també una vegada a E_3 ens costaria 34 €. – Si anéssim tres vegades a l'espectacle E_1 i una a E_2 ens costaria 46,5 €. – En el cas d'assistir només una vegada a cada un dels tres espectacles ens costaria 21,5 €. Puntuació: Planteig: 1 punt. Solució: 1 punt. Total: 2 punts.
11 (Set. de 2001) Mat. per a les CS [1]	¿Com ha de ser un sistema de tres equacions lineals amb dues incògnites perquè representi tres rectes que tenen exactament un punt comú a totes tres? Poseu un exemple i digueu, en l'exemple, quin és el punt en què es tallen les tres rectes. [2 punts]
10 (Set. de 2000) Mat. per a les CS [1]	Determineu el valor que ha de tenir el paràmetre a perquè les tres rectes d'equacions $3x + y = 5$, $x - 3y = -5$ i $x + ay = a$ es tallin en un punt. [2 punts]
9 (Set. de 2000) Mat. per a les CS [1]	Compreu dos productes i us costen 22.000 pessetes. La setmana següent feu la mateixa compra i, com que el primer article està rebaixat un 10% i el segon un 20% respecte a la setmana anterior, només us costa 18.600 pessetes. Quant us costarà la mateixa compra si en una altra ocasió els preus estan rebaixats un 10% i un 20%, respectivament, en relació amb els preus de la segona setmana? [4 punts]
8 (Juny de 2000) Matemàtiques [1]	Se sap que el sistema d'equacions $\begin{cases} x + y - az = -2 \\ 2x + y - 8z = -1 \\ -x - 2y + 10z = 5 \end{cases}$ té més d'una solució. Calculeu a i digueu quina és la interpretació geomètrica que té el conjunt de totes les solucions d'aquest sistema. [2 punts]

LES MATRIUS I ELS SISTEMES LINEALS A LES PAU

7 (Juny de 2000) Matemàtiques [1]	Donat el sistema d'equacions $\begin{cases} 3x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y + z = 4 \end{cases}$ a) Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui incompatible. b) Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui compatible indeterminat. Resoleu el sistema que s'obtingui. [2 punts]
6 (Juny de 2000) Mat. per a les CS [1]	Calculeu el valor de a que fa que el següent sistema d'equacions lineals sigui incompatible: $\begin{cases} 2x + ay = -a + 5 \\ ax + 8y = 2 \end{cases}$ [2 punts]
5 (Set. de 1999) Matemàtiques [1]	Una persona ha comprat dos productes en unes rebaixes. La suma de preus dels dos productes abans de rebaixar era de 5.000 pessetes. Al primer li han aplicat una rebaixa d'un 10% i al segon una rebaixa del 20%. Si la persona ha pagat 4.300 pessetes per tots dos, digueu quant valia cada un dels dos productes abans de les rebaixes. [2 punts]
4 (Set. de 1999) Matemàtiques [1]	Si el rang de la matriu d'un sistema de tres equacions amb tres incògnites és 2 i el de la matriu ampliada és 3, quines interpretacions geomètriques podeu donar a aquest sistema? Doneu un exemple de sistema amb aquestes característiques i la seva interpretació geomètrica. [2 punts]
3 (Set. de 1999) Mat. per a les CS [1]	Quins valors del paràmetre a fan que el sistema següent sigui compatible i determinat? Hi ha algun valor per al qual sigui compatible i indeterminat? $\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 3 \\ 6x - y - z = 4 \\ y + az = 1 \end{cases}$ [2 punts]
2 (Juny de 1999) Matemàtiques [1]	Resoleu el sistema següent per als valors de k que el facin compatible $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \\ 4x + 3y = k \end{cases}$ [2 punts]

LES MATRIUS I ELS SISTEMES LINEALS A LES PAU

1 (Juny de 1999) Mat. per a les CS [1]	Considereu el sistema d'equacions lineals $\begin{cases} ax - y = 2 - a \\ 2x - (a + 1)y = 2 \end{cases}$ on a és un paràmetre. Per a quins valors de a el sistema és compatible i determinat? Per a quins valors és compatible i indeterminat? Per a quins valors és incompatible? [2 punts]
0 (Set. de 1998) Matemàtiques [1]	Discutiu el sistema d'equacions $\begin{cases} ax - y + 2z = (2 - a) \\ 2x + 3y - z = -3a \\ x + 2y - z = -2a \end{cases}$ segons els valors del paràmetre a. [2 punts]
-1 (Set. de 1998) Mat. per a les CS [1]	Si un milió de votants de l'esquerra haguessin votat la dreta, totes dues coalicions haurien obtingut el mateix nombre de vots. Però si, contràriament, un milió de votants de la dreta haguessin votat l'esquerra, aquesta hauria obtingut el triple de vots que aquella. Quants vots ha obtingut cada coalició? [2 punts]
-2 (Juny de 1998) Matemàtiques [1]	Donada la matriu $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, utilitzeu la matriu inversa B^{-1} per trobar una matriu X tal que $B \cdot X \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. [2 punts]
-3 (Juny de 1998) Mat. per a les CS [1]	Una empresa fabrica tres models de cotxes: A, B i C. El model A ha de passar 20 hores en la unitat de muntatge; el model B, 30 hores, i el model C, 10 hores. El model A ha de passar 10 hores a la unitat d'acabats; el model B, 20 hores, i el model C, 30 hores. En total s'han produït 14 cotxes. La unitat de muntatge ha treballat 370 hores i la d'acabats, 290 hores. Quants cotxes de cada tipus s'han produït? [4 punts]
-4 (Set. de 1997) Matemàtiques [1]	Expliqueu què vol dir que un sistema d'equacions lineals sigui compatible i què vol dir que sigui indeterminat. Poden haver-hi sistemes que siguin a la vegada incompatibles i indeterminats? Digueu finalment per a quins valors del paràmetre a el sistema d'equacions següent és indeterminat, i per a quins valors de a és incompatible: $\begin{cases} a^2x + y = 0 \\ x + 3y + z = a \\ -x + y + z = 1 \end{cases}$ [2 punts]

–5 (Set. de 1997) Mat. per a les CS [1]	Expliqueu què vol dir que un sistema d'equacions lineals sigui incompatible i què vol dir que sigui indeterminat. Digueu si existeix algun valor de m per al qual el sistema següent sigui incompatible i si existeix algun valor de m per al qual sigui indeterminat: $\begin{cases} mx + y = 0 \\ y - z = 0 \\ -x - z = 0 \end{cases}$ [2 punts]
–6 (Set. de 1997) Mat. per a les CS [1]	En Pere, en Joan i la Núria han fet un treball en comú. La Núria ha treballat el doble d'hores que en Joan, i en Pere una hora més que els altres dos plegats. En total hi han dedicat 13 hores. Si entre tots han obtingut 8 punts, quants d'aquests punts corresponen a cadascun amb relació a les hores que cada un d'ells hi ha esmerçat? [2 punts]
–7 (Juny de 1997) Mat. per a les CS [1]	El dilluns d'una certa setmana els articles A, B i C d'uns grans magatzems es rebaixen un 5%, un 6% i un 8% respectivament. El dimarts, en canvi, es rebaixen un 2%, un 8% i un 6% sobre el preu inicial (no sobre el preu rebaixat del dilluns). Finalment, el divendres es rebaixen un 4%, un 7% i un 6% sobre el preu inicial. Si se sap que un client que compra una unitat de cada un d'aquests articles cada un d'aquests dies s'estalvia 210 pessetes el dilluns, 210 pessetes el dimarts i 210 pessetes el divendres, ¿quin és el preu per unitat d'aquests articles? [2 punts]
–8 (Juny de 1997) Mat. per a les CS [1]	Durant tres dies seguits tres persones, A, B i C, surten de casa amb una certa quantitat de diners cadascuna (la mateixa tots tres dies) i aposten al canòdrom. El primer dia afirmen que A ha perdut el 10% del que portava, B ha guanyat el 20% del que portava i C n'ha perdut el 50%. La suma algebraica de pèrdues i guanys (els guanys amb signe + i les pèrdues amb signe –) diuen que ha estat de 2.000 pessetes. El segon dia afirmen que A ha guanyat un 20% del que portava, B n'ha guanyat un 40% i C n'ha guanyat un 60%, i que la suma algebraica de guanys i pèrdues ha estat de 8.000 pessetes. El tercer dia afirmen que A ni n'ha guanyat ni n'ha perdut, que B ha guanyat el 60% del que portava, C n'ha perdut el 30%, i que la suma de guanys i pèrdues ha estat de 6.000 pessetes. És possible creure el que diuen? Raoneu la resposta. [2 punts]