

SUCCESSIONS, FUNCIONS, ETC... A LES PAU

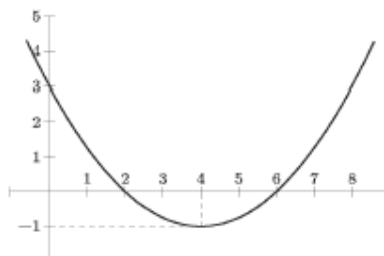
Qüestions i problemes resolts utilitzant la calculadora Wiris - [Informació](#)

| Jaume Bartrolí Brugués | IES M. Carrasco i Formiguera de Barcelona | <http://www.xtec.cat/~jbartrol> | jbartrol@xtec.cat |

15 (Set. de 2008)
Mat. per a les CS

[1]

La gràfica següent representa una funció polinòmica de segon grau (paràbola).



a) Trobeu el vèrtex de la paràbola i les interseccions amb els eixos.

[0,5 punts]

b) Determineu l'equació de la paràbola.

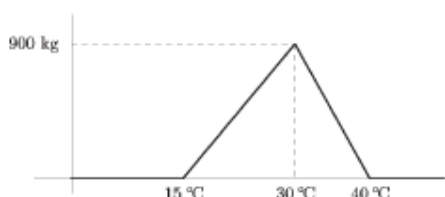
[1,5 punts]

(2 punts)

14 (Juny de 2008)
Mat. per a les CS

[1]

Un hivernacle està destinat al cultiu de tomàquets. Se sap que les tomaqueres només produeixen fruits si la temperatura dins l'hivernacle està entre 15 °C i 40 °C. En la gràfica següent es mostra la producció de tomàquets en kilograms, segons la temperatura que es manté a l'hivernacle.



a) Si la temperatura està entre 15 °C i 29 °C, digueu quina variació experimenta la producció en augmentar la temperatura 1°C. Calculeu aquesta variació quan la temperatura està entre 30 °C i 39 °C.

[1,5 punts]

b) Definiu una funció a trossos que expressi la producció segons la temperatura.

[1,5 punts]

c) Trobeu les temperatures per a les quals s'obté el 75 % de la producció màxima.

[1 punt]

(4 punts)

13 (Juny de 2007)
Mat. per a les CS

[1]

Considereu la funció definida a trossos següent:

$$f(x) = \begin{cases} -4x + a & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 5 & \text{si } -2 < x < 1 \\ bx + 3 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

a) Calculeu els valors de a i de b per tal que $f(x)$ sigui contínua per a tot x .

b) Feu un gràfic de la funció obtinguda en l'apartat anterior.

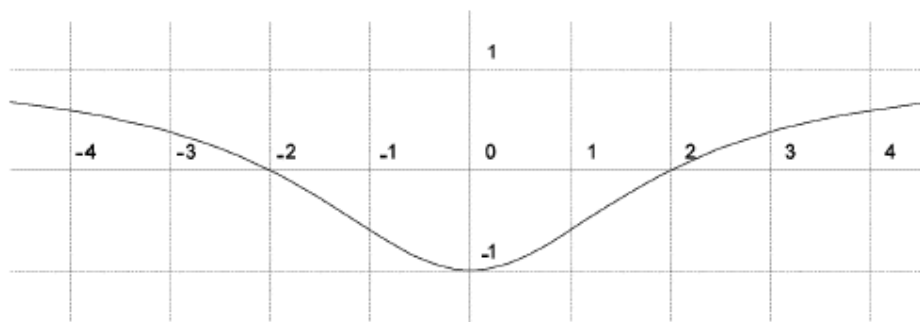
(2 punts)

12 (Juny de 2006) Mat. per a les CS [1]	Considereu la funció: $f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2, & \text{si } x > 0. \end{cases}$ a) Dibuixeu la gràfica. b) Estudieu-ne la continuïtat. c) Determineu els extrems relatius. Puntuació: a) 1 punt; b) 0,5 punts; c) 0,5 punts. Total: 2 punts.
11 (Juny de 2005) Mat. per a les CS [1]	El preu d'un bitllet d'una línia d'autobusos és la suma d'una quantitat fixa i una altra proporcional al nombre de quilòmetres del recorregut. S'han pagat 18 € per un bitllet a una població que és a 500 km i 33 € per un altre a una ciutat que és a 1000 km. Quant haurem de pagar per un bitllet a una població que és a 250 km? Puntuació: plantejament 1 punt; solució 1 punt. Total 2 punts.
10 (Juny de 2005) Mat. per a les CS [1]	La funció $f(x) = \frac{90x + 100}{x + 5}$ indica el nombre de minuts que s'aconsella de caminar diàriament en funció del nombre x de setmanes que han passat des que es va començar un programa de manteniment. a) Segons aquest programa de manteniment, a partir de quina setmana s'ha de caminar més d'una hora? b) Feu un gràfic aproximat de la funció i expliqueu el seu creixement. Quant de temps aproximadament hauria de dedicar diàriament a caminar una persona que fa molt de temps que segueix el programa? Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.
9 (Set. de 2004) Mat. per a les CS [1]	Una empresa de lloguer de cotxes ens ofereix la possibilitat d'escollir entre dues tarifes: A: 20 € per dia més 0,2 € per quilòmetre recorregut B: 40 € per dia a) Per a cadascuna de les dues tarifes, expresseu el cost del lloguer en funció del nombre t de dies de durada del viatge i del quilometratge x. b) Si s'han de fer 1000 km en 8 dies, a quina tarifa convé acollir-se? I si el viatge de 1000 km ha de durar 12 dies? c) Si hem de fer 1000 km, per a quina durada del viatge el cost és el mateix amb les dues tarifes? Expliqueu quina tarifa ens interessa escollir en funció del nombre de dies que duri el viatge. Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.

8 (Juny de 2004)
Mat. per a les CS
[1]

Observeu la gràfica següent de la funció $f(x)$ i digueu quin valor tenen (aproximadament)

- a) $f(0)$ b) x si $f(x) = 0$ c) $f'(0)$ d) $f'(-2)$



Puntuació de cada apartat: 0,5 punts. Total: 2 punts.

7 (Juny de 2004)
Mat. per a les CS
[1]

$$\text{Sigui } f(x) = \begin{cases} e^{x-1} & \text{si } x < 1 \\ (x+a)^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Per a quins valors del paràmetre a la funció és contínua?

Puntuació: 2 punts.

6 (Set. de 2002)
Mat. per a les CS
[1]

En començar l'any 2001, el nombre de refugiats sota l'empara de l'ACNUR (organisme de l'ONU) era de 12,10 milions.

- Durant l'any 2000 el nombre de refugiats va augmentar un 4%. Quants n'hi havia en començar l'any 2000?
- Durant l'any 2001 el nombre de refugiats va augmentar un 10%. Quants n'hi havia al final del 2001?
- Suposant que a partir del 2002 hi haurà una disminució del 10% anual, quin any hi arribarà a haver menys d'un milió de refugiats?

Puntuació: Apartats a) i b): 0,5 punts cadascun. Apartat c): 1 punt. Total: 2 punts.

5 (Juny de 2002)
Matemàtiques
[1]

Determineu el valor que ha de tenir k perquè la funció $f(x) = \frac{2x^2 - 3kx + 5}{x - 2}$ tingui límit quan x tendeix a 2 (és a dir, existeixi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$) i calculeu el valor que tindrà aquest límit. [2 punts]

4 (Juny de 2000)
Mat. per a les CS
[1]

Un concurs de televisió consisteix a proposar al concursant una successió de preguntes fins que dona una resposta incorrecta i queda eliminat. Els premis per a cada resposta s'acumulen i són d'una pesseta per la primera, dues per la segona, quatre per la tercera i així successivament en progressió geomètrica de raó 2.

- Si responem deu preguntes correctament, quants diners aconseguirem?
- Quin és el nombre mínim de preguntes que cal respondre per aconseguir un milió o més?

[2 punts]

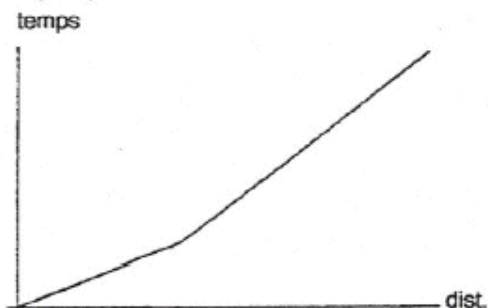
SUCCESSIONS, FUNCIONS, ETC... A LES PAU

3 (Juny de 2000) Mat. per a les CS [1]	Fa quatre anys es va repoblar un llac amb una nova espècie de peixos. Llavors es van introduir 100 exemplars d'aquesta nova espècie. Actualment s'estima que hi ha 25.000 exemplars. S'estima que el nombre N de peixos ve donat en funció del temps t per la funció $N = Ae^{Bt}$, on A i B són dues constants. El temps t es considera expressat en anys des del moment de la repoblació. Quant temps haurem d'esperar perquè hi hagi 200.000 exemplars? [4 punts]
2 (Juny de 1999) Mat. per a les CS [1]	Una màquina d'una fàbrica perd cada any un 20% del seu valor. Quan la van comprar va valer 40 milions de pessetes. Per quan es valorarà al cap de 10 anys de funcionament? [2 punts]
1 (Juny de 1999) Mat. per a les CS [1]	Es deixa caure una bola de goma des d'una altura de 243 metres. Cada vegada que toca a terra rebota i recorre cap amunt una distància igual a les dues tercers parts de l'altura des de la qual ha caigut l'última vegada. a) De quina altura ha caigut la bola quan ha tocat a terra per sisena vegada? b) Quina distància ha recorregut des que s'ha deixat caure fins que ha tocat a terra per sisena vegada? [4 punts]
0 (Set. de 1998) Mat. per a les CS [1]	Trobeu les equacions de les asímptotes verticals i obliqües de la funció $g(x) = \frac{x^3 - 5x^2}{2x^2 - 18}$ [2 punts]
-1 (Set. de 1997) Matemàtiques [1]	El carboni 14 es desintegra seguint la llei exponencial següent: $Q(t) = Q_0 e^{-kt}$, on t indica el temps transcorregut a partir d'un cert instant inicial que es pren com a origen per comptar el temps (aquest origen és arbitrari i es pot prendre com a tal qualsevol instant de temps), $Q(t)$ indica la quantitat d'àtoms que encara no s'han desintegrat a l'instant t, Q_0 la quantitat d'àtoms que no s'havien desintegrat a l'instant que s'ha escollit com a instant inicial, i k és una certa constant. El carboni 14 té un període de semidesintegració de 5.770 anys. Això vol dir que cada 5.770 anys la quantitat d'àtoms que encara no s'han desintegrat es redueix a la meitat. A partir d'aquesta dada determineu el valor de la constant k. Digueu després quin tant per cent d'àtoms encara no s'han desintegrat al cap de 30.000 anys de l'instant inicial. [2 punts]
-2 (Set. de 1997) Mat. per a les CS [1]	Volem llogar un apartament a l'estiu. Una agència A demana 20.000 pessetes d'entrada per despeses diverses i 4.000 pessetes diàries. Una altra agència B en demana 10.000 d'entrada i 5.000 cada dia. Dibuixeu en un mateix sistema de referència les gràfiques que donen el preu de l'apartament en funció dels dies, i digueu a partir de quants dies d'estada resulta més econòmica l'oferta de l'agència A. [2 punts]

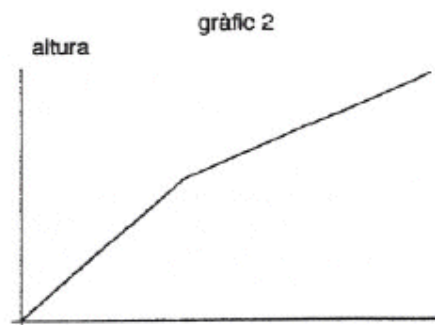
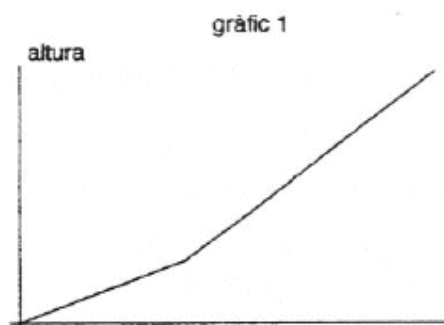
–3 (Set. de 1997)
Mat. per a les CS

[1]

Un excursionista acaba d'arribar al cim del Tossal de Prades. La gràfica que us presentem ens indica la distància total acumulada que ha caminat des del peu de la muntanya amb relació al temps transcorregut des de l'inici de l'excursió (es tracta d'un simple esbós de gràfica; per això no hem graduat els eixos). Tingueu en compte que l'excursionista sempre camina *amb les mateixes ganes*, o sigui que quan va més a poc a poc a poc és perquè el desnivell és més fort i quan va més de pressa és perquè el desnivell és més suau.



- Quin dels perfils de muntanya que es mostren en els gràfics 1 i 2 creieu que correspon a aquest Tossal? Expliqueu breument i clarament, en termes de velocitat, quines són les diferents característiques de la funció que us hem donat que us fan prendre la vostra decisió.
- Si un cop dalt del cim decideix descansar un moment i tornar a baixar pel mateix camí per on ha pujat, completeu l'esbós del gràfic «distància total acumulada – temps» de manera que reflecteixi l'excursió completa. Expliqueu clarament tot el que feu.



[4 punts]

–4 (Juny de 1997)
Matemàtiques

[1]

Calculeu el límit quan $x \rightarrow \infty$ i quan $x \rightarrow -\infty$ de la funció polinòmica $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, on els coeficients $a_0, a_1, \dots, a_n$ són nombres reals, i $a_n > 0$ (haureu de considerar el cas que n sigui parell i el cas que sigui senar). Justifiqueu després el fet que tot polinomi de grau senar amb els coeficients reals té sempre, pel cap baix, una arrel real. [2 punts]

–5 (Juny de 1997)
Mat. per a les CS

[1]

Un anunci lluminós està format per un panell de bombetes que es poden encendre i apagar. Està programat de manera que quan es posa en marxa s'encén una bombeta al primer segon, dues bombetes més al segon segon, quatre bombetes més al tercer segon, i així successivament cada segon s'encenen el doble de bombetes que al segon anterior. Mentrestant, cada segon a partir del segon número 4 inclòs s'apaguen 10 bombetes. Escriviu la fórmula que ens dona les bombetes que hi ha enceses a cada segon, a partir del segon número 4. Apliqueu-la per dir quantes bombetes estaran enceses al segon número 10. [2 punts]

-6 (Juny de 1997)
Mat. per a les CS

[1]

Un cultiu de bacteris en condicions favorables segueix un creixement exponencial. Això vol dir que si N_0 és el nombre de bacteris en un instant determinat (que es pren com a instant inicial), el nombre de bacteris N quan ha transcorregut un temps t (comtat des de l'instant inicial) està determinat per l'expressió $N = N_0 e^{kt}$, on k és una certa constant que depèn de la població. Sabent que a l'instant inicial hi ha 10 milions de bacteris i que al cap d'una hora se n'ha duplicat la població, digueu quin nombre de bacteris hi haurà quan hagin transcorregut 5 hores des de l'instant inicial. [4 punts]