EL NOMBRE D'OR

Miguel Ángel Zambrana Contreras.
IES Barres i Ones. Tutor: Carles Dorce. 2n de Batxillerat.

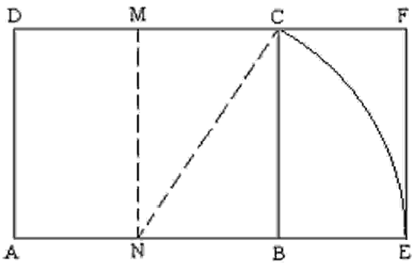
DEFINICIÓ GENERAL DE φ

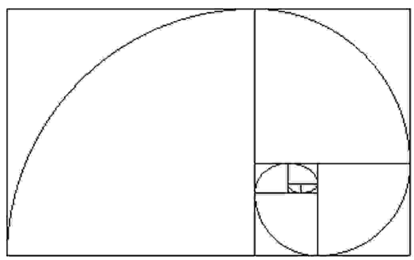
L'origen de la raó àuria es remunta als temps dels pitagòrics (s. VI - V aC), que creien en l'origen del món basat en nombres i tenien com a símbol l'estel regular de cinc punxes. Per poder definir el *nombre d'or* m'he basat en el llibre *Elements* d'Euclides (s. III aC), que es pot considerar com la gran obra matemàtica de l'antiguitat que ens ha arribat als nostres dies. Podem definir doncs, el nombre d'or mitjançant l'extrema i mitjana raó, en la qual per la prèvia explicació utilitzarem un segment d'una unitat de longitud. Dividirem aquest segment en dues parts; la primera l'anomenarem *a*, i la segona, *1 – a*; en aquest segment existeix la relació tal que la divisió de la unitat entre *a* és igual a la divisió d'a per *1 – a*. Mitjançant la multiplicació per creu i resolent l'equació de segon grau que ens surt, podem arribar a la conclusió que *a* és igual a (el resultat negatiu que ens surt no el donem per bo). Finalment, utilitzant una regla de tres, i tenint en compte que *a* és igual a una unitat, podem observar que *x* (o *incògnita*) té un resultat, és a dir, ϕ.

ALTRES APARICIONS D'AQUEST NOMBRE A LA MATEMÀTICA

També podem trobar aquest nombre en un pentàgon regular. Podem definir doncs, el nombre d'or com la relació (o divisió) que existeix entre la diagonal del pentàgon regular i un dels seus costats.

El rectangle auri és una de tantes aplicacions matemàtiques on podem trobar el nombre auri. La relació entre la base i l'altura d'aquest rectangle (o a l'inrevés) és igual al nombre ϕ. Per a l'obtenció d'aquest rectangle hi ha múltiples mètodes, però en aquest cas només explicarem el més senzill.





Per a la construcció del rectangle primerament construïm un quadrat qualsevol ABCD en què bisequem un segment MN; posteriorment utilitzem el compàs i fem un arc EC utilitzant com a centre N i radi CN. Prolongarem DC; seguidament construïm el segment EF perpendicular al segment AE, i també prolonguem DC que talla la prolongació d'EF en el punt F. Així que finalment ja tenim el rectangle auri ADFE.

L'espiral logarítmica és, sens dubte, una de les aplicacions importants de la matemàtica on podem trobar el nombre ϕ, ja que té molt a veure amb el rectangle auri.

El rectangle auri és també regenerat, és a dir, dins dels nous rectangles auris podem obtenir un altre rectangle auri. Començant pel rectangle auri ABCD, el rectangle auri ECDF és fàcilment creat dins de la part rectangular de l'anterior rectangle (ABCD). El mètode per aconseguir l'espiral logarítmica és utilitzant el producte final d'aquests infinits rectangles auris encaixats en altres rectangles auris, és a dir, connectant tots els punts d'una de les cantonades dels quadrats que es formen en construir els rectangles auris. Per fer això, utilitzem el compàs, i fem arcs amb quarts de cercle dins d'aquests quadrats. Són aquests arcs, o la seva unió, allò que forma la famosa espiral logarítmica.

LES PROPIETATS DE φ

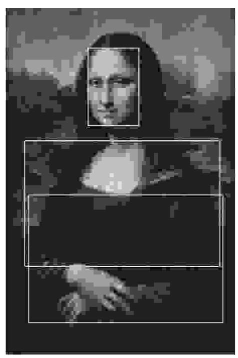
El nombre ϕ és un nombre especial ja que té unes propietats molt singulars. La primera propietat indica que ϕ és l'únic nombre real positiu del qual s'obté el quadrat (ϕ^2) sumant-li 1 ($\phi^2 = \phi + 1$). La segona propietat exposa que ϕ és l'únic nombre que es pot convertir en el seu recíproc amb l'única operació de restar-li 1 ($= \phi - 1$). La tercera i darrera propietat que he estudiat i trobat ens indica que tenint un segment AC de ϕ unitats que és dividit en extrema i mitjana raó, on AB val $\phi - 1$ i BC val una unitat, podem dir que la relació entre AB i BC és igual a la relació entre BC i AC, i que el resultat de qualsevol d'aquestes dues relacions dóna un resultat equivalent a $\phi - 1$.

LA SUCCESSIÓ DE FIBONACCI

Leonardo de Pisa (Pisa 1170 – Pisa 1240), també anomenat Fibonacci, va ser un personatge molt important en la matemàtica. Una de les seves grans obres va ser el *Liber Abac*i. Aquest llibre consta de 15 capítols en què parla de les nou xifres "índies" a les quals s'ha d'afegir el zero (que es una de les grans aportacions del llibre), les operacions amb aquests nombres, les fraccions, alguns problemes o aplicacions i les arrels. En el capítol tretzè (on Fibonacci resol alguns problemes) surt el següent enunciat: "Quantes parelles de conills es produiran en un any, començant per una parella única, si cada mes qualsevol parella engendra una altra parella, que es reprodueix a la seva vegada des del segon mes?" Per resoldre aquest problema Fibonacci proposa una llista on es poden observar els conills que es reprodueixen en una any. Aquesta llista és la següent 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233,... i s'anomena successió de Fibonacci. Aquesta sèrie de nombres es pot representar de la següent manera: $F_n = F_n - 1 + F_n - 2$ ja que cadascun dels nombres d'aquesta sèrie és format per la suma del seus dos anteriors. Aquesta sèrie oculta també el nombre ϕ, que el podem trobar en la relació que hi ha entre un nombre de la sèrie i el seu anterior. Aquest quocient s'apropa lentament a ϕ; així podem afirmar que el límit cap a l'infinit del quocient del nombres d'aquesta successió és ϕ :

$$\lim_{n \blacklozenge x} \frac{F_n}{F_{n-1}} = \phi$$

φ A LES OBRES D'ART



Aquest nombre és important, perquè, entre més coses, el podem trobar representat en l'art i més concretament en els quadres. Un dels grans pintors, Leonardo da Vinci, és un exemple d'aquest fet. Leonardo va destacar com a artista, però també tenia coneixements matemàtics molt importants i, per aquesta raó, va representar en molts dels seus quadres aquest nombre. Els quadres més importants on podem observar aquest fet són la *Gioconda*, *L'home de Vitrubi*, *Isabel d'Este* i *L'Anunciació*. Per poder introduir aquest nombre dins dels quadres, utilitzaven els rectangles auris o les relacions entre longituds destacades. Anomenarem uns pintors que, igual que Leonardo, van representar ϕ en l'art: *El Jardí de l'Edèn* (Brueghel de Velours), *Les Muntanyes Rocalloses* (Bierdstadt), *L'Yvonne Lerolle* (Maurice), *La Taula de Sopar* (Matisse) i les obres de Picasso i Mondrian. Els quadres de Picasso i Mondrian eren contemporanis i d'un estil molt diferent dels anteriors.

També podem observar el nombre ϕ dins de la fotografia, com és el cas de la fotografia del rostre de la tennista Helen Wills, en què l'estudi de Matila Ghyka va determinar la quantitat de relacions àuries que tenia aquest rostre. Per aquesta raó anomenaven aquesta imatge la "cara ideal".

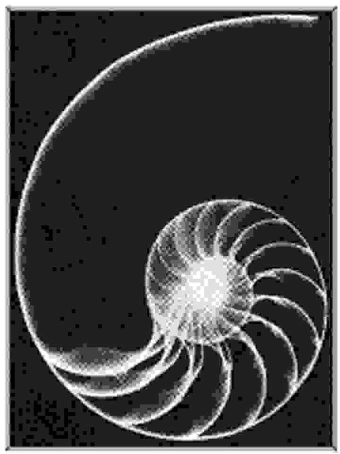
Va ser Leonardo da Vinci qui primerament va descobrir que en el cos humà hi ha una relació àuria (la relació entre l'altura de l'home i la distància del melic a la punta de la mà, lleugerament aixecada a l'altura del cap, és el nombre auri). Però al segle XX l'arquitecte Le Corbusier va basar el sistema de proporcions humanes (*El Modulor*) en el nombre auri. D'aquesta manera també podem dir que l'home té diverses relacions àuries entre les diferents longituds del seu cos. Jo m'he dedicat a comprovar aquestes relacions mitjançant un estudi estadístic fet a l'institut, i he arribat a una conclusió positiva en el cas de la relació entre l'altura total del cos i l'altura fins al melic.

φ A L'ARQUITECTURA

De la mateixa manera que el nombre ϕ apareix en l'art, aquest torna a sortir en l'arquitectura. Una de les grans obres arquitectòniques on podem observar el nombre auri és el Partenó, i també en la tomba de Mira, però aquesta última estava construïda basant-se en el pentàgon regular, la relació amb ϕ del qual ha estat esmentada anteriorment. Altres construccions més modernes també tenen relacions àuries, com és el cas de la Catedral de Saint Paul, el Castell de Windsor i la Porta de Bagdad.

EL NOMBRE D'OR A LA NATURA

Un dels aspectes més destacats és que aquest nombre també el podem trobar a la natura. Per exemple, podem trobar aquest nombre representat en forma d'una espiral logarítmica en els cargols, els cargols de mar i el Nautilus; en aquests casos sempre es troba representat en la closca. A diferencia dels primers exemples, també podem trobar representat aquest nombre en diverses espirals logarítmiques (en els dos sentits), com és el cas de la col-i-flor, la pinya i algunes flors. Una altra forma de manifestar-se el nombre ϕ en la natura és la representació de la successió de Fibonacci. Ja hem esmentat l'aparició d'aquesta successió per la resolució d'un problema de conills, però també es pot trobar en el creixement de les plantes i els seus brots. També existeix un esquema equivalent al del problema de la reproducció dels conills en la reproducció de les abelles. En aquest cas podem observar com la reproducció entre el mascle i la femella de les abelles és idèntica o similar a la dels conills. Finalment també podem trobar-lo en la relació de les diferents longituds d'algunes fulles i flors.



φ A LA VIDA QUOTIDIANA

Finalment, en molts objectes quotidians podem trobar la relació àuria de diverses formes: per l'extrema i mitjana raó de dues de les seves longituds, per la formació d'un clar rectangle amb relació àuria, o bé perquè aquest objecte es pot emmarcar en un rectangle amb proporció àuria. Podem trobar els diferents casos: primerament el d'un elegant gerro que fou creat per Johan

Rohde l’any 1920, també el cas d’una cafetera d’alumini de l’any 1934, el respatller d’una cadira de Charles i Ray Eames creat l’any 1946, una ràdio totalment àuria, i fins i tot el flascó del perfum Chanel núm. 5. Podem dir que alguns objectes determinats tenen una relació àuria estandarditzada i això passa en el cas del DNI, la targeta de metro i, fins i tot, la targeta d’identificació d’un mòbil.