

KAM (Kolgomorov, Arnold, Moser) en què es prova un teorema d'existència de tors invariants usant el mètode de la parametrització amb les estimacions més precises donades fins ara, que permeten, en els models presentats, obtenir demostracions assistides per ordinador d'existència de corbes invariants en casos extrems molt més enllà del que s'havia obtingut fins ara. Finalment, el darrer capítol, escrit amb M. Canadell, està dedicat a l'estudi de varietats normalment hiperbòliques.

En aquests capítols, a més del corresponent estudi teòric, es desenvolupa l'estudi exhaustiu d'un total de dotze exemples en què es mostren els avantatges d'aquest mètode respecte dels mètodes usats prèviament. Com ja s'indica en el prefaci, la filosofia subjacent en el desenvolupament del llibre es basa en la cadena: de la teoria als algorismes i dels còmputs a les validacions. Els autors proporcionen una

versió pública del programari usat per a l'estudi d'alguns dels exemples tractats en el text. Els resultats corresponents als exemples són nous o bé són refinaments substancials de resultats previs.

El llibre conté una detallada perspectiva històrica, així com una extensíssima i completa bibliografia de dinou pàgines.

Aquesta publicació s'adreça a matemàtics interessats en sistemes dinàmics. També és útil per a físics, químics, biòlegs, enginyers i en general investigadors que necessitin fer càlculs eficients de varietats invariants dels models que estudien. Crec que aquest llibre serà una eina fonamental per difondre els avantatges del mètode de la parametrització i estendre'n encara més l'ús en la comunitat que estudia models des del punt de vista qualitatiu i global.

Matemàtiques a *Incendis* (2003), de Wajdi Mouawad

Pep Bujosa

Associació Catalana de GeoGebra

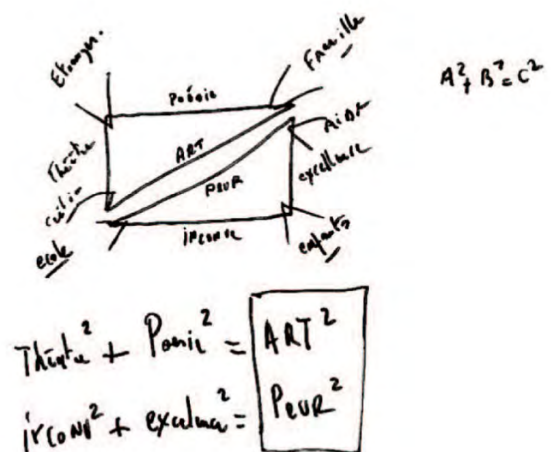
En aquest article vull presentar i comentar les matemàtiques que trobem en l'obra de teatre *Incendis*, de l'autor libanès Wajdi Mouawad.

Qui és Wajdi Mouawad?

És un dels autors teatrals actuals més importants. Les seves obres s'han representat i es representen a casa nostra molt sovint. Al Romea vam poder veure *Incendis* (2012 i 2013) i *Litoral* (2013); al Teatre Lliure, *Seuls* (2013); a la Biblioteca de Catalunya, *Cels* (2014), *Un obús al cor* (2016) i *Boscós* (2017).

Wajdi Mouawad va néixer a Beirut el 1968 en una família cristiana maronita. El 1977 es va refugiar amb la seva família a França, fugint del conflicte armat del Líban. Al cap de sis anys de viure a París, les autoritats franceses van decidir no renovar-los els permisos de residència. Van viatjar fins al Quebec, on van aconseguir la nacionalitat canadenca. Es va diplomiar a l'Escola Nacional d'Art Dramàtic del Canadà i del 2000 al 2004 va dirigir el Teatre de Quat'Sous a Mont-real.

El 2005 va fundar dues companyies de creació teatral, Au Carré de l'Hypoténuse, a França i Abé Carré Cé Carré, al Quebec. Fixeu-vos en els noms. Les referències pitagòriques són evidents. Aquí teniu els gràfics associats al noms que trobem a la seva pàgina web <http://www.wajdimouawad.fr/wajdi-mouawad/compagnies>



Triangle superior:

- Hipotenusa: ART
- Catet major: Poesia
- Catet menor: Teatre
- Angle ART/Poesia: Família

Triangle inferior:

- Hipotenusa: POR
- Catet major: Desconegut
- Catet menor: Excel·lència
- Angle POR/Excel·lència: Ajuda
- Angle Excel·lència/desconegut: Nens
- Angle POR/Desconegut: Escola

$$\text{Teatre}^2 + \text{Poesia}^2 = \text{ART}^2$$

$$\text{Desconegut}^2 + \text{Excel·lència}^2 = \text{POR}^2$$

Queda força clar que a Mouawad li agraden les matemàtiques. Hauria pogut fer servir molts jocs de paraules de diferents estils per triar el nom d'aquestes companyies i, en canvi, fa aquestes referències al teorema de Pitàgores. Si més no, és curiós.

Incendis

Mouawad va escriure i estrenar *Incendis* el 2003. Va ser portada al cinema el 2010 per Denis Villeneuve i va ser nominada a l'Oscar a la millor pel·lícula de parla no anglesa. Forma part, juntament amb *Litoral* (1999), *Boscós* (2006) i *Cels* (2009), de la tetralogia anomenada *La sang de les promeses*. L'autor està considerat pels crítics el recuperador i l'adaptador de les tragèdies gregues al teatre actual.



A Barcelona es va estrenar al Teatre Romea, el 5 de desembre de 2012, amb Clara Segura, Julio Manrique, Xavier Boada i Màrcia Cisteró, en els papers principals. La va dirigir Oriol Broggi i va tenir com a ajudant de direcció Ferran Utzet, matemàtic i al qual vaig fer una entrevista en el número anterior. Gràcies a l'èxit que va tenir, es va tornar a programar per a la temporada següent. Es calcula que unes 50.000 persones van veure l'obra.

A *Incendis* ens trobem amb la mort de Nawal, una dona que ha deixat de parlar en els darrers cinc anys de la seva vida. A través del seu amic, el notari Hermil Lebel, deixa als seus fills bessons, Jeanne, matemàtica i professora d'universitat, i Simon, boxejador, un testament en forma de missió: han de lliurar una carta al seu pare, a qui donaven per mort, i una altra al seu germà, del qual en desconeixien l'existència. Si ho fan podran conèixer els secrets que ha guardat la seva mare durant aquests darrers anys. Jeanne i Simon han de deixar el Canadà per tornar al país dels seus orígens que, encara que no es digui explícitament, és el Líban i així descobrir la seva vertadera història.

Matemàtiques a *Incendis*

Analitzem els moments en què les matemàtiques són ben explícites.

Jeanne dóna la benvinguda als seus alumnes de teoria de grafs:

JEANNE: Les matemàtiques tal com les coneixíeu fins ara tenien l'objectiu d'arribar a una resposta concreta i definitiva partint de problemes concrets i definitius. Les matemàtiques a les quals us enfrontareu a partir d'ara, seguint aquest curs d'introducció a la teoria de grafs, són d'una naturalesa totalment diferent, perquè es tractarà de resoldre problemes sense solució que us portaran a d'altres problemes que tampoc no tindran solució. La gent que us envolta no deixarà de repetir-vos que allò que us importa tant és inútil. La vostra manera de parlar es modificarà, com també es modificarà, d'una manera més profunda, la vostra manera de callar i de pensar. Això és el que menys se us perdonarà. Sovint se us retraurà que estigueu dilapidant la vostra intel·ligència en exercicis teòrics absurds en comptes de posar-la al servei de la recerca contra la sida o

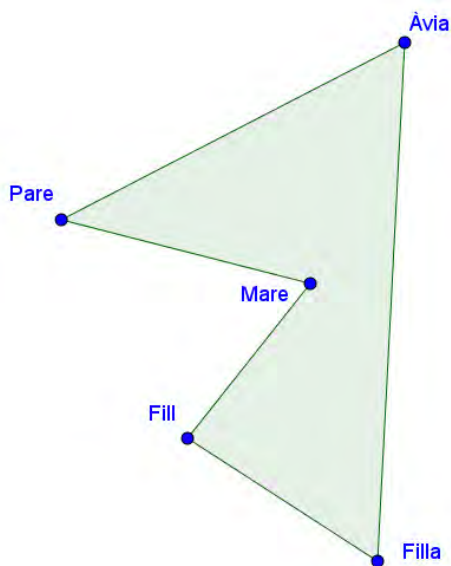
d'algun tractament contra el càncer. I no tindreu cap argument per defensar-vos perquè els vostres arguments seran, ells mateixos, d'una complexitat teòrica absolutament esgotadora. Benvinguts a les matemàtiques pures, és a dir, al país de la soledat.

Aquesta declaració de principis de la protagonista Jeanne és molt clara. A través d'aquestes paraules tan impactants està prevenint els seus alumnes de la difícil tasca que tenen encomanada. En el context de l'obra, es pot trobar un paral·lelisme entre aquest advertiment i la difícil missió que haurà de portar a terme per resoldre els problemes plantejats per la seva mare en el testament.

Però no s'acaba aquí. La classe continua presentant un graf de visibilitat associat a un polígon:

Agafem un polígon simple de cinc costats. Siguin A, B, C, D i E els seus vèrtexs. Anomenem aquest polígon K . Imaginem-nos que aquest polígon és un mapa d'una casa on hi viu una família. I que a cada racó d'aquesta casa hi ha un dels membres d'aquesta família. Substituïm A, B, C, D i E per l'àvia, el pare, la mare, el fill i la filla, respectivament, vivint tots junts en el polígon K . Preguntem-nos, llavors, qui pot veure qui des del lloc on són. L'àvia veu el pare, la mare i la filla. El pare veu la mare i l'àvia. La mare veu l'àvia, el pare, el fill i la filla. El fill veu la mare i la filla, i, finalment, la filla veu el fill, la mare i l'àvia.

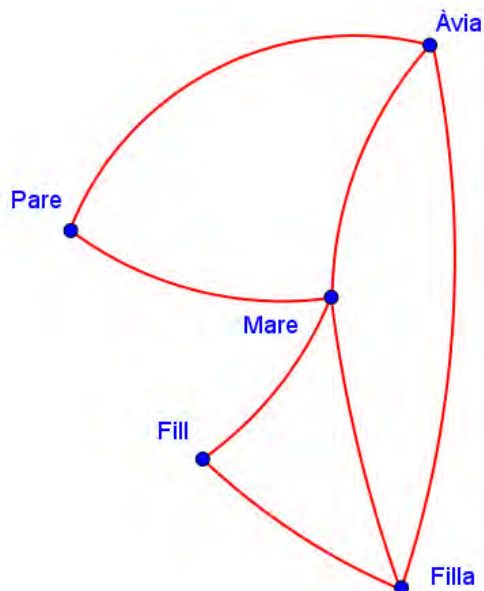
Aquí teniu la representació gràfica del polígon:



(continua l'explicació de la Jeanne)

JEANNE: I ara traiem els murs de la casa i tracem uns arcs únicament entre els membres que es veuen. El dibuix al qual s'arriba es diu graf de visibilitat associat al polígon K .

Aquí teniu el graf:



(continua l'explicació de la Jeanne)

JEANNE: El problema és el següent: per a qualsevol polígon simple podem fàcilment traçar-ne els grafs de visibilitat[...]. Ara bé, de quina manera podem, partint d'una aplicació teòrica, traçar el graf i d'aquesta manera trobar el polígon concordant? Quina seria la casa on viurien els membres d'una família representada per un altre graf? Si ho voleu resoldre, no us en sortireu. Tota la teoria de grafs reposa essencialment sobre aquest problema que, de moment, és impossible de resoldre. I aquesta impossibilitat el fa bonic.

Encara que sembli que reproduïxo una classe universitària real, estic reproduint una escena de teatre. Quan la vaig veure per primera vegada vaig quedar molt sorprès! L'autor havia anat més enllà d'una simple anècdota. Però encara n'hi ha més...

La Jeanne parla amb el notari Lebel i li diu:

JEANNE: En matemàtiques $1 + 1$ no fan $1,9$ ni $2,2$. Fan 2 . T'ho creguis o no, 1 i 1 fan 2 . Tant si estàs de bon humor com si estàs profundament deprimat. Tots formem part d'un polígon, senyor Lebel. Jo em pensava que

coneixia el meu lloc a l'interior del polígon del qual formo part. Jo creia que era el punt que només veia el meu germà Simon i la meua mare Nawal. Avui descobreixo que des del punt on sóc potser també puc veure el meu pare i també aprenc que existeix un altre membre d'aquest polígon, un altre germà. El graf de visibilitat que he traçat sempre resulta que és fals. Quin és el meu lloc dins d'aquest polígon? Per descobrir-ho he de resoldre una conjectura. El meu pare és mort. Aquesta és la conjectura. Tot sembla indicar que és veritat. Però no hi ha res que ho demostrï. No he vist el cadàver. No he vist la seva tomba. Podria ser entre l'1 i l'infinit que el meu pare sigui viu. Adéu, senyor Label.

A banda d'aquesta última referència de l'infinit que és una mica confusa, la resta és un raonament molt correcte amb un vocabulari precís.

Passem a l'última referència i, per a mi, la més important. Són a l'escena els dos germans i en Simon està molt esverat perquè creu que ha esbrinat quelcom important:

SIMON: Tu sempre m'has dit que un i un feien dos. És veritat, això?

JEANNE: Sí... És veritat...

SIMON: No m'has mentit?

JEANNE: No t'he mentit! Un i un fan dos!

SIMON: I no hi ha manera que facin un?

JEANNE: Què has descobert, Simon?

SIMON: Un i un poden fer un, d'alguna manera?

JEANNE: Sí...

SIMON: I com pot ser?

JEANNE: Simon

SIMON: Explica-m'ho!

JEANNE: Collons! No és el moment de parlar de matemàtiques, ara. Digue's-me què has descobert!

SIMON: Explica'm com un i un poden fer un. Sempre em dius que no entenc res, ara és el moment, doncs! Explica-m'ho!

JEANNE: D'acord! Hi ha una conjectura molt estranya en matemàtiques. Una conjectura que no ha estat mai demostrada. Tu em diràs un número qualsevol. Si és parell es divideix per dos. Si és senar, es multiplica per tres i

s'hi suma un. Es repeteix el mateix amb el resultat que s'obté. Aquesta conjectura afirma que sigui quin sigui del número de partida, sempre s'acaba arribant a un. [...]

A continuació i a partir d'aquesta explicació, ho proven amb el set i fan tots els càlculs mentalment i de manera iterada fins arribar a u. Sense voler explicar els detalls del final, vull dir que aquest raonament tan curiós ajuda a resoldre l'enigma que els havia plantejat la seva mare...

Tota una revelació! Us confesso que desconeixia la conjectura i suposo que a la immensa majoria dels espectadors els passava el mateix. La vaig buscar i la vaig trobar. Es coneix com a «conjectura de Collatz» perquè va ser enunciada per primer cop per Lothar Collatz cap al 1937. També s'anomena «conjectura de Siracusa», perquè es va treballar en aquesta universitat en un congrés posterior. Interessat pel tema, vaig dissenyar amb el GeoGebra una aplicació per experimentar amb qualsevol número inicial i per comptar el nombre de passos que cal fer per arribar a u (<https://www.geogebra.org/m/xSAuqHQg>). Vaig proposar que hi treballessin alumnes de primer d'ESO fent servir l'aplicació i va ser tot un èxit! Ja veieu quin recorregut: del teatre a la classe de matemàtiques.

Qüestions finals

No hi cap dubte que les referències matemàtiques d'*Incendis* no són trivials. Tant la introducció a la teoria de grafes com l'exposició de la conjectura de Collatz tenen un cert nivell. A més, encaixen perfectament en l'estructura i en el desenvolupament de l'obra. Si hi afegim la curiosa manera d'anomenar les companyies que ha creat Mouawad, fa pensar que a l'autor no només li agraden les matemàtiques sinó que, a més, té un cert interès a explicitar la seva afició. Per què? D'on li ve aquesta afició? A l'hora d'acabar la redacció d'aquest article no he trobat cap informació que em pugui respondre a aquests dubtes. Ara bé, si algú té més informació sobre aquesta qüestió, li agrairia que me la fes arribar al meu correu jbujosa@xtec.cat i així ho podria comentar en el proper número.