

## NOMBRES COMPLEXOS

1. Calculeu:  $a\sqrt{-16}, b\sqrt{-25}, c\sqrt{-36}, d\sqrt{-50}$
  
2. Representeu en un diagrama cartesià els nombres complexos següents, escrivint-los en forma binòmica i cartesiana:  
 $a=(1,1)$        $b=(2,-3)$        $c=-3-4i$        $d=-4+2i$        $e=6i-3$   
 $f=(0,1)$        $g=(-5,0)$        $h=(0,-8)$        $i=(1,0)$        $j=7$   
 $k=-9i$
  
3. Passeu els següents nombres a forma polar:  
 $a)(3,3)$        $b)5i-1$        $c)4-2i$        $d)(-3,-1)$        $e)4$        $f)-3i$        $g)-2$   
 $h)i$        $j)6i$        $k)1$        $l)-1$        $m)-i$        $n)-7i$        $o)-3$
  
4. Escriviu els nombres complexos de l'exercici 2 en forma polar i representeu-los en un gràfic.
  
5. Escriviu en forma cartesiana i binòmica els complexos següents i representeu-los:  
 $a) 3_{60}$        $b) 5_{150}$        $c) 10_{\pi}$        $d) 10_{270}$        $e) 2_{\pi/6}$        $f) 5_{\pi/2}$        $g) 1_{\pi/4}$        $h) 7_0$
  
6. Amb els nombres de l'exercici 2, calculeu:       $a) a+b$        $b) c+d$        $c) c-b$   
 $d) h-e$        $e) c \cdot d$        $f) a \cdot b$        $g) h \cdot i$        $h) d \cdot e$        $i) c/d$        $j) a/b$
  
7. Efectueu:  $a) 3_{45}+2_{60}$        $b) 7_{15}-4_5$        $c) 3_{45} \cdot 2_{60}$        $d) 7_{15} \cdot 4_5$        $e) \frac{6_{\pi}}{3_{\pi/4}}$        $f) \frac{10_{\pi/3}}{8_{2\pi/3}}$
  
8. Calculeu:  $a)i^{23}$        $b)i^{128}$        $c)i^{213}$        $d)i^{478}$        $e)i^{2345}$        $f)i^{214}$
  
9. Efectueu:  $a)(2+i)^2$        $b)(3,-4)^3$        $c)(1+i)^{10}$        $(32i)$        $d)(5_{30})^4$        $e)(2_{135})^7$
  
10. Efectueu i representeu gràficament els resultats:  
 $a) \sqrt{5_{80}}$        $(40,220)$        $b) \sqrt[5]{32_{100}}$        $c) \sqrt[4]{5-3i}$        $(m=1'6,82'5)$   
 $d) \sqrt[3]{-4+4\sqrt{3}i}$        $(m=2,2\pi/9)$        $e) \sqrt{4}$        $f) \sqrt{-16}$        $g) \sqrt{-1}$        $(\text{com.})$        $h) \sqrt[4]{i}$        $(1,\pi/8)$

i)  $\sqrt[3]{8}$  (2,0)    j)  $\sqrt[3]{2i-3}$  (1'53,48'46)    k)  $\sqrt{4i}$     l)  $\sqrt[3]{i^{25}(7i-2)}$  (1'93,65'6) m)

$\sqrt[3]{\frac{7+3i}{2-i}}$  (1'50,16'58)    n)  $\sqrt[4]{-5i}$  (1'49,67'5)    o)  $\sqrt[5]{\left(\frac{2i-3}{7+3i}\right)^2}$

11. Transformeu les següents expressions en altres d'equivalents on aparegui la unitat imaginària:

A)  $5\sqrt{-32} + 2\sqrt{-72}$     B)  $\sqrt{-\frac{4}{9}} + \sqrt{-16}$     C)  $2\sqrt{12} - 2\sqrt{-12}$

Escriviu els resultats de totes les formes.

12. Donats els nombres complexos següents:

$z_1 = -1 + 3i$ ,     $z_2 = 1 - 2i$ ,     $z_3 = 2 + i$ ,     $z_4 = 5i$ ,     $z_5 = 4$ ,     $z_6 = -2$ ,     $z_7 = -3i$

calculeu:

a)  $z_1 - z_2 - z_3 + z_4$     b)  $z_1 - (z_2 + z_3) + z_5$   
 c)  $z_1 - z_2 - (z_3 - z_7)$     d)  $z_1 - (z_2 + z_3 - z_6)$

13. Calculeu:    a)  $(i^7 - i^5)^6$     b)  $\frac{i^{31} - i^{-22}}{i^{45}}$

14. Calculeu:

A)  $(-3+2i)(5-4i) - (6-i)(3-2i) =$     B)  $\frac{(2-3i)i}{(2+3i)(1+i)} - \frac{3+i}{4(2-i)} =$

15. Efectueu:

A)  $(2 - 2\sqrt{3}i)^4$ ;    B)  $\frac{(3-2i)^2}{(3+2i)^3}$     C)  $\frac{2(1+i)}{1-i} + \frac{1+i}{i^3} + \frac{1}{i} - \frac{(1+i)(1-i)}{2+i^2}$   
 D)  $(1 - 3\sqrt{5}i)^7$ ;    E)  $\frac{(1-i)^5}{(3+2i)^4}$     F)  $\frac{(1+i)}{2(1-i)} - \frac{(1+i)^3}{(i-3)^3} + \frac{1+i}{i} - \frac{(1-i)^3}{(2+i)^2}$

16. Calculeu:    a)  $i^{80}(5-2i)^2$  (21-20i)    b)  $\frac{i^{71}(4-5i)^8}{4_{15}}$  (70674<sub>19</sub>)

17. Calculeu les cinc arrels cinquenes de -1 i comproveu que sumen 0.

18. Resoleu les següents equacions en el conjunt de nombres complexos:

a)  $x^2+16=0$       b)  $3x^2+8x+12=0$       c)  $t^2+14t+60=0$       d)  $2m^2-12m+21=0$

Escriviu els resultats en forma polar.

19. Trobeu el valor de a i de b perquè es verifiqui:

a)  $(a+2i)(4-bi)=18-i$       b)  $(a-2i)(2-bi)=4(1-i)$       c)  $(a-2i)=(b-5i)=29i$

20. Calculeu a perquè el producte  $(3+2i)(a+6i)$  sigui a) real pur, b) imaginari pur

21. Trobeu x perquè el quocient  $\frac{4-xi}{2+3i}$  sigui a) real pur (-6) b) imaginari pur (8/3)

22. Calculeu z en les equacions següents:

A)  $\frac{z}{1+2i} + 3 + 2i = 2 + 5i$      $((9/8) - (7/8)i)$       B)  $(4+3i)z + 7 - 10i = 2 + 3i + (1-2i)z$

C)  $\frac{z}{2-i} - (2-3i)z = 1 + 5i$       D)  $z^3 - 4z = 0$

23. Trobeu dos nombres que sumen 10 i tals que el seu producte 26.       $(5 \pm i)$

24. Resoleu els sistemes següents:

A)  $\left. \begin{array}{l} iz + (2-2i)w = 2i \\ z + iw = 3 + i \end{array} \right\}$       B)  $\left. \begin{array}{l} 2u + 2(1+i)v = 4-6i \\ u + 3iv = -3-2i \end{array} \right\}$       C)  $\left. \begin{array}{l} z + (2-2i)w = 2 \\ (2-2i)z + w = 3-i \end{array} \right\}$

D)  $\left. \begin{array}{l} \frac{x-11i}{4+1} \\ \frac{3-xi}{1+2i} \end{array} \right\}$

25. Trobeu x perquè el mòdul de  $(x+i)^6$  sigui 1000.