FUNCIONS I DERIVADES

1 Donada la funció $y = x^2 + 3$:

a/ Dibuixeu la funció en l'interval [1,2'5]. Feu una taula de valors amb els següents valors a la x: 2'5, 2, 1'5, 1'3, 1'1, 1'01, 1'001.

b/ Calculeu les taxes de variació mitjana (els quocients incrementals) corresponents als valors anteriors, prenent com a referència el valor x=1.

c/ Trobeu els pendents de les cordes dibuixades des del punt x=1 fins als valors esmentats.

- Trobeu, aplicant la definició, les derivades de:

2 a) $f(x) = 3x+2$ b) $f(x) = 5-4x$

3 a) $f(x) = x^2$, $f'(1)$, $f'(-3)$

4 $f(x) = 6-4x^2$, $f'(1)$, $f'(-2)$

5 $f(x) = 3x^2-5x+1$, $f'(1)$, $f'(0'5)$

6 $f(x) = 2+4x-5x^2$, $f'(1)$, $f'(3)$

7 $f(x) = 4x^2-7x+1$, $f'(5)$, $f'(0)$

8 $f(x) = 9-3x-8x^2$, $f'(0)$, $f'(-1)$

9 $f(x) = x^3$, $f'(-2)$, $f'(3)$

- Aplicant les fórmules de derivació, calculeu les derivades de les següents funcions:

10 a) $y=5$ b) $y=-1/2$ c) $y=\pi$ d) $y=x^2$ e) $y=x^3$

11 a) $y=x^8$ b) $y=2^x$ c) $y=3^x$ d) $y=8^x$ e) $y=x^x$

12 a) $y=2x$ b) $y=3x^2$ c) $y=5x^7$ d) $y=6x^6$ e) $y=x^4/3$

13 a) $y=4x^2-3x+1$ b) $y= 2x^3-6x^2+4x-8$ c) $y=4-3x-7x^6$

14 a) $y=(4x-3)^6$ b) $y=(5x^3+4x^2-7x+2)^3$ c) $y=(1-x)^8$

15 a) $y=\sin^5 x$ b) $y=\ln^4 x$ c) $y=\arcsin^2 x$

16 a) $y=\sin x^5$ b) $y=\ln x^4$ c) $y=\arccos x^2$

17 a) $y=xe^x$ b) $y=x^2\cos x$ c) $y=7^x(4x-x^2)^5$

18 a) $y = arctg\dfrac{6}{e^x + x}$ b) $y = (2x^2 - x - 9^{8x})^{2-x^2}$ c) $y = 3\ln\sqrt{x^2 - 5x + 1}$

19 a) $y = \dfrac{2t^3}{1-t}$ b) $y = \dfrac{e^{3-7x}}{5\log(3x-2)}$ c) $y = \sqrt{\dfrac{\cos^3 m}{5^{7-5m}}}$ d) $y = 2 \bullet \sin 5x \bullet \cos(7-2x)$

20 a) $y = \dfrac{1}{x}$ b) $y = \dfrac{4x^2 - x}{7}$ c) $y = \ln\dfrac{arcsinx^5}{1-x}$ d) $y = 3 \bullet \sqrt[7]{\dfrac{2}{tg(4-x^2)}}$

21 a) $y = x \bullet \sqrt{x}$ b) $y = 8 \bullet \sqrt{e^{3x} \bullet tgx}$ c) $y = 3x^2 \bullet \sqrt[3]{2 + x^2 - arctg(1-x)}$

22 a) $y = \dfrac{1-x}{\sqrt[4]{5x^2 - 3x + 2}}$ b) $y = 6 \bullet \left(\dfrac{s + \sin s}{\sqrt{s}}\right)^3$

23 Trobeu el pendent de la recta tangent a la corba f(x)=x^2 en x=1. Quin angle forma aquesta tangent amb l'eix X? (85,2°)

24 Repetiu el problema anterior amb f(x)=x^3, en x=-1.

25 Escriviu l'equació de la recta tangent a la corba f(x)=4x^2+2, en x=1. (y=8x-10)

26 Calculeu l'equació de la recta tangent a f(x)=3x^2-5x+1, en x=2. Trobeu l'angle que fa amb l'eix X. (y=7x-11, 81,8°)

27 Trobeu l'equació de la recta tangent a la següent corba, en x=4: $y = x \bullet \sqrt{x}$ (y=3x-4)

28 En quin punt la recta tangent a la corba f(x) = x^2 - 5x + 2 fa un angle de 45 graus amb l'eix X? (3,-4)

29 Escriviu l'equació de la recta tangent a la funció f(x)= x^3 en el punt d'abscissa positiva on aquesta tangent fa un angle de 35 graus amb l'eix X. (Y=0'7002x-0'2255)

30 Trobeu l'equació de la recta tangent a la següent corba, en x=0:

$$y = \frac{x^2}{\sqrt{x+1}}$$

31 Calculeu el punt on es tallen les dues rectes tangents a la corba següent, en x = 3 i en x = 5:

$$y = x^2 - 6x + 5$$

(4,-4)

32 Trobeu el punt on tallen les dues rectes tangents a la corba següent, en x = 0 i en x = 2:

$$y = 3 \cdot \frac{x}{5 - x}$$

(5/4,3/4)

33 Calculeu l'equació de la recta tangent als gràfics de les funcions següents, en els punts x=-2, x=-1, x=0, x=1, x=2:

A/ $y = 3x - 2$; B/ $y = 2x^3 + 1$; C/ $y = 2x^{-1}$

34 L'equació del moviment d'un objecte que cau des del cim d'un edifici de 120 metres d'altura és: $\mathbf{e} = 120 - 5\mathbf{t}^2$, on **e** s'expressa en metres i **t** en segons.

a/ Què representa e?

b/ Digueu a quina altura està per a **t** = 2 s

c/ Quina és la velocitat mitjana des de **t** = 0 fins a **t** = 2 s?

d/ Quina és la velocitat instantània per a **t** = 2 s?

35 Donada la funció $y = 6 - 8x + x^2$:

a/ Dibuixeu el gràfic de la funció

b/ A la vista del gràfic, cerqueu el valor de **x** per al qual la derivada de la funció s'anul·la

c/ Trobeu els punts on la derivada és positiva

d/ Indiqueu l'interval on la derivada és negativa

e/ Dibuixeu i escriviu les equacions de les rectes tangents a la corba en els punts d'abscissa $x = 2$ i $x = 5$

f/ Trobeu el punt on es tallen les dues rectes que heu trobat en l'apartat anterior.

36 En una empresa la funció de benefici, B, de venda d'un producte es relaciona amb el nombre d'unitats venudes, x, per mitjà de la funció: $B = 40x - x^2 - 300$

a/ Què representen el terme independent, -300, el terme $-x^2$, el terme 40x, i el coeficient 40?

b/ Quin és el benefici de la venda de $x = 5$ unitats?

c/ Trobeu el quocient incremental en passar de 5 a 10 unitats venudes.

d/ Quina és la taxa de variació instantània de la funció benefici respecte del nombre d'articles venuts, per a $x=5$?

e/ Trobeu el punt d’equilibri ($B=0$).

37 Escriviu l'equació de la recta tangent a la corba $f(x)=x^3-2x+3$ en $x=-1$.

38 Trobeu les equacions de les rectes tangent i normal a la corba següent, en $x=1$ i ordenada negativa:

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1 \qquad \left(t: y-\sqrt{5}=\frac{2}{\sqrt{5}}(x+2), n: y-\sqrt{5}=-\frac{\sqrt{5}}{2}(x+2)\right)$$

39 Escriviu l'equació de la recta tangent a la corba $x^2+y^2=1$ traçada des del punt A(3,0). $(y=\pm(1/8)^{1/2}(x-3))$

40 Calculeu l'equació de la recta tangent a la corba $2x^2+y^2=1$ que sigui paral.lela a la recta $r: 4x-3y+2=0$. $(4x-3y\pm17^{1/2}=0)$

41 Trobeu l'equació de la recta tangent a la corba $2x^2+y^2=1$ que sigui perpendicular a la recta $r: 4x-3y+2=0$. $(3x+4y\pm0'216=0)$

42 Escriviu l'equació de la recta tangent a la corba $x^2+2y^2=1$ que forma un angle de 30° amb l'eix X.

43 Estudieu el creixement i la curvatura en x=-1, x=5 de la funció: $f(x)=2x^3-x^2+5x-3$.

44 Estudieu el creixement, els extrems, la curvatura i els punts d'inflexió de la funció: $f(x)=x^4-8x^2+3$.

45 Estudieu el creixement, els extrems, la curvatura i els punts d'inflexió de la funció: $f(x)=2x^2/(1-x)$.

46 Demostreu que la funció $f(x)=x-\ln(1+x)$ és creixent per a $x>0$. Com a conclusió, vegeu que, per a $x>0$: $\ln(1+x)<x$.

47 Estudieu si es pot aplicar el teorema de Rolle a les següents funcions, i calculeu el punt a tal que $f'(a)=0$ en cas afirmatiu:

$h(x) = -x^2+1$ en [-1,1] (Sí)

$f(x)=\begin{cases} x^2, 0 \le x \le 1 \\ x-1, 1 < x \le 2 \end{cases}$ en [0,1] (No)

$g(x)=\begin{cases} x, 1 \le x \le 2 \\ 4-x, 2 \le x \le 3 \end{cases}$ en [1,3] (No)

$i(x)=-x^2+2x+5$ en [-1,3] (Sí)

$j(x)=x-x^3$ en [-1,0] i [0,1]

$k(x)=\mathrm{tg}\, x$ en [0, π]

48 Amb l'ajuda del teorema de Rolle demostreu que la funció $f(x)=x^4+px+q$ no pot tenir més de dues arrels reals.

49 Demostreu que entre dos zeros d'un polinomi P(x) existeix, com a mínim, un zero del polinomi derivat P'(x), i que entre dos zeros consecutius de P'(x) hi ha, com a màxim, un zero de P(x).

50 Apliqueu el teorema del valor mitjà a la següent funció en l'interval (1,2): $f(x)=x^3-2x^2+x+1$. $(x=(2+7^{1/2})/3)$

51 Es pot aplicar el teorema del valor mitjà a la funció següent en l'interval [-2,5]? Calculeu el corresponent valor mitjà en cas afirmatiu: $f(x)=\dfrac{x^3+2x}{x+1}$

52 Repetiu el problema anterior amb $f(x)=3x^2+4x+1$ i [3,5].

53 Trobeu un punt de la corba $y=x^3$ tal que la tangent en aquest punt sigui paral.lela a la secant que passa pels punts (0,0) i (3,27).

54 Calculeu un punt de l'interval [1,3] tal que la tangent a la paràbola $y=x^2$ en aquest punt sigui paral.lela a la corda determinada pels punts corresponents a l'extrem de l'interval.

55 Calculeu els següents límits:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{e^x}$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$ c) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$ (0)

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2x^2-3}{x^2+3}$ b) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2-16}{x-4}$ c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^3-2x-4}$ (-1/10)

a) $\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x^3}$ b) $\lim_{x\to 0} \sin 3\frac{x}{\sin} 4x$ c) $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x^2-1)}{\ln(x-1)}$

a) $\lim_{x\to 0} x^x$ (1) b) $\lim_{x\to 0} (\sin x)^x$ (1) c) $\lim_{x\to 1} [(x-1)\bullet \ln(x-1)]$

a) $\lim_{x\to\infty} x^{1/x}$ b) $\lim_{x\to\infty} \left(x\ln\frac{1+x}{x} \right)$ c) $\lim_{x\to\pi/2} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} x}$

56 Expliqueu perquè no és correcta la següent aplicació de la regla de l'Hôpital en la resolució del límit:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^4+x^3-x-1}{x^2-1} = \lim_{x\to 1} \frac{4x^3+3x^2-1}{2x} = \lim_{x\to 1} \frac{12x^2+6x}{2} = 9$$

57 Amb un filferro de 72 cm es vol limitar un rectangle de superfície màxima. Calculeu-ne les dimensions.

58 La suma de les dues xifres d'un nombre és 10; la diferència d'aquest nombre menys el nombre que resulta d'invertir l'ordre de les seves xifres és 54. Calculeu-lo.

59 Trobeu una funció polinòmica de 3r grau que tingui un mínim local en A(0,-2), un punt d'inflexió en x=1, i la recta tangent en x=-1 formant un angle de 35º amb l'eix X.

($f(x)=0'08x^3-0'24x^2-2$)

60 Escriviu una funció parell, una imparell, una periòdica i representeu-les en un mateix diagrama.

61 Calculeu la intersecció amb els eixos de les funcions següents:

A/ $f(x)= x^3-4x^2+x+6$ B/ $g(x)=\frac{x^2+3x-10}{x+4}$ C/ $h(x)=\frac{\log(x-3)}{e^{x+5}-1}$

62 Feu l'estudi i la representació gràfica de les següents funcions:

1) $f(x)=3x-x^3$ 2) $g(x)=x^4-8x^2-9$ 3) $h(t)=2t^3-t^2-5t-2$

4) $i(m)=\frac{m^2-m-2}{m+2}$ 5) $j(x)=\frac{6x}{x^2+1}$ 6) $k(n)=\frac{n+2}{n-1}$

7) $m(x)=\frac{x^2}{x^2-4}$ 8) $y(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$ 9) $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2+1}$

10) $g(t)=\frac{x}{x^2-4}$ 11) $h(x)=\frac{6}{x^2+1}$ 12) $q(a)=\sin x$

13) $r(x)=e^x$ 14) $s(j)=\ln j$ 15) $p(x)=tg\, x$

16) $v(x)=+\sqrt{4-x^2}$ **17)** $f(x)=\frac{x^2}{1-x}$

a) $f(x)=\frac{x^3}{1-x}$ b) $f(x)=\frac{x^2+x+3}{(x+2)^2}$ c) $f(x)=\frac{1}{1-e^x}$

(I:0,M:1'5)

a) $f(x)=x^2 \bullet \ln x$ b) $f(x)=\frac{e^{x-1}}{x+1}$ c) $f(x)=e^{-\frac{1}{x^2}}$

(m:0)

a) $y=\frac{\ln(x-1)}{x}$ b) $y=\log\frac{(x+1)}{x-1}$ c) $y=2\_\cos(x+\frac{\pi}{4})$

63 Escolliu una funció per a la qual existeixi un punt a tal que f'(a)=0, però, en canvi, que el punt (a,f(a)) no sigui un extrem: $f(x)=x^4$, $g(x)=x^5$, h(x)= sin x.

64 Trobeu la derivada vint-i-quatrena de y = a · sin bx.

65 Representeu la funció f(x)= x^3.

a/ Quin tipus de simetria té?

b/ Com afecta el gràfic la introducció d'un terme independent? f(x)= $x^3 + c$?

c/ Com afecta el gràfic la introducció d'un coeficient? f(x)= $2x^3$

c/ Com afecta el gràfic la introducció de a? f(x)= $(x+a)^3$

66 A partir de la representació de la gràfica de f(x) = sin x, obteniu la gràfica de les funcions g(x) = sin x + k i h(x) = sin (x + k).

67 Considereu la funció f(x) definida per: $f(x)=\sqrt[3]{x}$

a/ Representeu esquemàticament el gràfic de la funció

b/ És contínua la funció en tot el domini?

c/ És derivable la funció en tot el domini?

d/ Escriviu l'equació de la tangent a la corba en el punt d'abscissa 0.

68 Calculeu els punts de la corba $y=\frac{1}{1+x^2}$ en què la recta tangent té pendent màxim. Dóna també l'equació de la recta que és tangent en aquest punt.

69 a/ El polinomi $ax^7+bx^3+x+d;$ on $a\neq 0$, té cap arrel real? Raona la resposta

b/ Podeu assegurar que en una funció polonòmica de grau 7 té pendent igual a zero en algún punt?

70 Determineu el valor de **k** que fa que la funció $f(x)=\frac{e^x}{x^2+k}$ tingui un sol extrem relatiu. Es tracta d'un màxim o d'un mínim? Per a quins valors de **k** la funció és contínua a tots els punts?

71 Descomponeu el nombre 36 en dos sumands, tals que el seu producte sigui màxim.

72 Es vol posar sòcol en una habitació de superfície 16 m^2. Quines dimensions hauria de tenir perquè fos el més barat possible.

73 En un país imaginari es paga en impostos un u per deu mil del quadrat del que es guanya en un any. Calculeu quin seria el sou anual més interessant. (5.000)

74 De tots els triangles rectangles amb hipotenusa igual a 9 cm, calculeu el de major àrea.

75 Tirem una moneda 60 vegades. Sabent que el producte del nombre de cares obtingudes pel de creus obtingudes és màxim, calculeu quantes de cada n'hem obtingut.

76 La Maria Antònia col.lecciona segells i monedes. Entre segells i monedes en té 50. Si un altre col.leccionista li donés tres segells a canvi d'una moneda, el producte del nombre de monedes que li queden, pel de segells, seria maxim. Quants segells i monedes tenia inicialment?

77 La suma de totes les arestes d'un prisma recte de base quadrada és 36 cm. Calculeu les dimensions del prisma perquè el volum sigui màxim.

78 Una persona té una banyera circular de 1m de radi. Vol posar-hi una estora rectangular de plàstic per ni relliscar. Quines n'han de ser les dimensions perquè abasti la major part possible del terra de la banyera.

79 Una empresa fabrica un producte. Els costos fixos de la fabricació són de 2.000 € i el cost de cada unitat produïda és de 4 €. El preu p de venda, en funció de la quantitat q d'unitats fabricades és p = 2000 - 2q. Quantes unitats s'han de produir, i a quin preu, perquè el benefici sigui màxim? (p=12,q=400)

80 Aprofitant un riu, volem delimitar una parcel.la rectangular per a un ramat d'ovelles. Disposem de 1200m de filferro. Quines són les dimensions de la màxima parcel.la que podem determinar? (300,600)

81 Descomponeu el nombre 98 en dos sumands tals que la suma de les seves arrels quadrades sigui màxim.

82 S'ha de fabricar un marc rectangular per a una finestra de 6 m^2. El tram horitzontal costa 20 €/m i el vertical, 30 €/m. Calculeu les dimensions de la finestra més barata. (b=3, h=2)

83 Una aixeta està disposada de tal manera que, del recipient que es vol omplir, en vessa un u per cent del quadrat del cabal de l'aixeta. Calculeu el cabal per al qual el recipient s'ompli el més ràpid possible. (El cabal és el volum d'aigua per unitat de temps.)

84 S'ha de construir un pavelló que aculli una exposició pictòrica ambulant. L'artista vol que sigui una única sala de 200m de perímetre, que estigui constituïda per dos quadrats units per un dels costats del més petit. Quines hauran de ser-ne les dimensions perquè ocupi el mínim terreny possible? (40,20)

85 Es vol construir un recipient cilíndric, amb tapa, de volum 10.000 m^3. Quines han de ser les seves dimensions perquè s'utilitzi la menor quantitat de material possible. (h=23'4, r=11'7)

86 Una corda de 10 m es divideix en dos trossos. Amb un es fa un quadrat i amb l'altre, una circumferència. Quina ha de ser la longitud de cada tros, perquè la suma de les àrees sigui mínima?

87 Un full de paper ha de tenir 18 cm^2 de paper imprès. els marges superior i inferior han de ser de 2cm cadascun i els laterals, d'1cm cadascun. Trobeu les dimensions del full perquè es gasti la mínima quantitat de paper. (3,6)

88 Trobeu les dimensions del triangle isòsceles d'àrea màxima, inscrit en una circumferència de radi 10 dm.

89 Una empresa vol fabricar capses de cartró, sense tapa, a partir de peces quadrades de 10 cm de costat, tallant quadrats iguals en les cantonades de cada peça i doblegant els costats. Com s'han de tallar els quadrats perquè la capacitat de la capsa sigui màxima?

90 Una escola contracta una empresa d'autobusos per fer el servei de transport. Acorden pagar 1'20 €. per estudiant si n'hi ha un mínim de 50. L'empresa es compromet a reduir un cèntim del preu, per cada estudiant que passi dels 50. Esbrineu el nombre d'estudiants que proporciona el màxim ingrés a l'empresa d'autobusos. (85)

91 El perímetre d'un rectangle és de 4 m. Els seus costats se substitueixen per semicircumferències exteriors. Trobeu les dimensions del rectangle que facin que la superfície de la figura resultant sigui mínima. (1)

92 Un triangle isósceles de perímetre 27 cm gira al voltant de la seva altura, engendrant un con. Calculeu la base del triangle perquè el con generat tingui volum màxim. (b=9)

93 De totes les rectes que passen per A(1,2), trobeu la que forma amb els eixos de coordenades un triangle de superfície màxima. ($m=\pm2$)

94 Cal construir un dipòsit obert de base quadrada de 2000 m^3. El cost del material de les parets laterals és de 45 €/m^2 i el de les verticals, 22'5 €/m^2. Determineu les

dimensions del dipòsit més barat.

95 Trobeu els punts de la corba $y^2 = 4x$ que disten menys de P(4,0).

96 Un contrabandista rep la mercaderia en pots cilíndrics, que amaga dins de pilotes de bàsquet. Quines serien les dimensions dels cilindres més avantatjoses per a ell, sabent que el radi interior d'una pilota de bàsquet és de 12 cm.

97 Calculeu el punt de l'eix X tal que la suma de les seves distàncies a A(2,4) i B(6,8) és mínima.

98 Trobeu els vèrtexs del rectangle d'àrea màxima inscrit en l'el.lipse

$(x^2/4)+(y^2/9) = 1$.

99 A un fabricant, la mà d'obra per unitat de producte li costa 12 €. La matèria primera li representa el 40% del cost total de la mà d'obra i, a més, el procés de fabricació té uns costos fixos de 4.000 €. El preu p a què vendrà cada unitat, en funció de la quantitat d'unitats fabricades q és: $p = 400 - (1/4)q$. Calculeu quantes unitats ha de produir i a quin preu les ha de vendre, perquè el benefici sigui màxim.

(q = 464, p = 28'4)

100 Un trapezi rectangle té 12 cm de perímetre i un angle de 30 graus. Trobeu-ne l'altura sabent que té àrea màxima. (2)

101 Un camp de rugbi té 100 m de llargada i 66 m d'amplada. Els pals verticals de transformació estan separats 5'65 m. Quin és el punt sobre la línia de banda des del qual és més fàcil transformar? (32'88m)

102 Trobeu els punts de la corba $x^2 + y^2 = 16$ a major i menor distància, respectivament, de P(1,1). ((-2sqrt2,-2sqrt2), (2sqrt2,2sqrt2))

103 Trobeu les dimensions del rectangle d'àrea màxima inscrit en un triangle isósceles de 20 cm de base i 30 cm d'altura.

104 Un jardiner vol dissenyar un troç de gespa en forma de sector circular i perímetre 100 m. Calculeu el radi perquè la superfície sigui màxima.

105 Un faraó vol construir una piràmide recta de base quadrada. Si disposa de prou pedra per recobrir 80.000 m^2 de superfície lateral, quines dimensions haurà de tenir perquè el volum sigui el màxim possible? (h = 151'97, b = 214'91)

106 Una persona transporta un vidre molt prim, posat verticalment, per un carrer en forma de L, de manera que una de les parts del carrer té 4 m d'amplada i l'altra, 3 m. Quina serà la longitud màxima que podrà tenir el vidre per poder passar-hi horitzontalment?

107 El Ramon té un mirall de 70 cm x 100 cm que li paguen a 0'1 €/cm^2. Si se li trenca per un cantó un troç en forma de triangle rectangle, de manera que el costat petit del mirall ha disminuït en 5 cm i gran, en 7 cm., calculeu per on caldrà tallar per obtenir el mirall rectangular que li doni a Albert més diners.

108 Trobeu els coeficients a, b, c perquè la corba $f(x)= ax^2 + bx + c$ tingui un mínim en x=2, s'anul.li en x=1, i talli l'eix OY en y=3. (1, -4, 3)

109 Trobeu l'equació d'una funció polinòmica de tercer grau, sabent que els seus punts crítics són M(2,5) i N(1,6). ($f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + d$)

110 Escriviu l'equació d'una funció polinòmica de tercer grau que tingui un extrem en l'origen de coordenades i un punt d'inflexió en A(1,-4). (2, -6, 0, 0)

111 Calculeu l'equació d'una funció polinòmica de segon grau amb un mínim en A(0,3) i amb la recta tangent en $x=2$ formant un angle de 60 graus amb l'eix X. (0'43, 0, 3)

112 Calculeu l'equació d'una funció polinòmica de segon grau amb un extrem en B(1,3) i amb la recta tangent en $x=2$ formant un angle de 40 graus amb l'eix X. (0'4, -0'8, 3'4)

113 Escriviu l'equació d'una funció polinòmica de segon grau que tingui un extrem en el punt de coordenades (-2,9), i la recta tangent a la corba en el punt $x = -1$ sigui paral.lela a la recta d'equació $8x - 2y + 3= 0$. (2, 8, 17)

114 Escriviu l'equació d'una funció polinòmica de tercer grau que tingui un extrem en A(0,-2),un punt d'inflexió en $x=1$, i la recta tangent en $x=-1$ formant un angle de 35 graus amb l'eix X. (0'08, -0'24, 0, -2)

115 Trobeu l'equació d'una funció polinòmica de segon grau, sabent que té un extrem en el punt (5,4) i que la recta tangent en el punt $x = 2$ és perpendicular a la recta $2x - 5y + 1 = 0$.

116 Trobeu l'equació d'una funció polinòmica de tercer grau amb punts crítics a M(0,6) i N(1,0). (12, -18, 0, 6)

117 Trobeu l'equació d'una funció polinòmica de grau 3, sabent que té un extrem en P(2,-1) i un punt d'inflexió en Q(1,-3). (-1, 3, 0, -5)

118 Calculeu els coeficients a, b, c i d perquè la funció d'equació $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tingui un extrem en el punt A(-1,7) i un punt d'inflexió en el punt B(0,5).

119 Escriviu l'equació d'una funció polinòmica de tercer grau sabent que A(0,3) és un punt d'inflexió, que té un màxim en x=1, i que la recta tangent en el punt x=2 forma una angle de 45 graus amb l'eix X. (1/9, 0, -1/3, 3)

120 Demostreu que la funció $f(x)=x^5+x+1$ té un zero en l'interval (-1,0).

121 Aplicant el teorema de Bolzano, trobeu un enter n tal que la funció tingui un zero entre n i n+1:

$f(x)=x^3-x+3$ $g(x)=x^5+5x^4+2x+1$ $h(x)=4x^2-4x+1$

$i(x)=2x/(x-1)$ (En (0,2))

122 Calculeu la superfície delimitada per la funció $f(x) = x^3 – 6x^2 + 8x$, entre x=0 i x=4.

123 Sigui $f(x) = x^3 + ax^2 + 8x + 5b$. Trobeu els valors de a i b de manera que la gràfica de f(x) tingui la tangent horitzontal per a x=1 i, a més, la corba passi pel punt (-1,-8).

124 Trobeu el punt de la gràfica de $y = x + \ln x$ tal que la recta tangent sigui perpendicular a la recta $2x + 6y = 5$.

125 D’una funció $y = f(x)$ sabem

a) El seu domini de definició és tot R.

b) La seva funció derivada és $f'(x)=\begin{cases}2, x<1\\-1, x>1\end{cases}$

c) f(x) és contínua en tot punt i $f(-1) = 2$.

126 Calculeu raonadament l'expressió d'una funció f(x) tal que $f'(x)=xe^{-x^2}$, i que f(x) passi pel punt (0,1/2).