

FUNCIONS

1. Trobeu el domini de les següents funcions:

$$f(x) = 2x + 3$$

$$g(x) = 5x^2 - 3x + 1$$

$$h(x) = 1 - x^3$$

$$i(x) = 1/x$$

$$j(x) = +\sqrt{x}$$

$$k(t) = \frac{5t}{3-t}$$

$$l(s) = \sqrt{l-4}$$

$$m(z) = \frac{z^2 + z + 1}{z^2 - z - 6}$$

$$n(x) = +\sqrt{l-x^2}$$

$$o(t) = \frac{1}{t^2 + 1}$$

$$p(z) = +\sqrt{z^2 - 4}$$

$$q(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

$$r(e) = \frac{r^2}{3r^2 - 5}$$

$$s(x) = -\sqrt{4x-3}$$

$$t(m) = \frac{m}{3-2m}$$

$$u(c) = \frac{3c^2 - 5c + 1}{5}$$

$$v(x) = +\sqrt{3-x}$$

$$a(t) = \frac{t+1}{5t}$$

$$b(l) = -\sqrt{2l+3}$$

$$c(x) = \frac{5x-1}{x^2+3}$$

$$d(z) = \sqrt[5]{z^2-2}$$

$$e(x) = -\sqrt[4]{5-2x}$$

2. Representeu gràficament les següents funcions:

3. $f(x) = 2 - 5x$

$$g(x) = x^2 - 3x - 4$$

$$h(x) = x^2 + x + 1$$

$$i(x) = -3/x$$

4. Trobeu els punts de tall amb els eixos de les següents funcions:

5. $f(x) = 3x - 4$

$$g(x) = 1 - x^2$$

$$h(x) = (3x+2)/(1-x)$$

6. Trobeu el domini i els punts de tall amb els eixos de les funcions:

7. $f(x) = \frac{4x+3}{x^2-9}$

$$g(x) = \sqrt[3]{x^2-1}$$

8. Busqueu les dues funcions composició de les funcions següents, comprovant el resultat amb $x=1$, $x=2$, $x=-3$:

a) $f(x) = x+1$, $g(x) = x^2$

b) $f(x) = 2x$, $g(x) = x+3$

c) $f(x) = (2x+1)/3$, $g(x) = 1-3x$

($g \circ f = 1 - 2x$, $f \circ g = -2x$)

d) $f(x) = (3x-2)/(1-5x)$, $g(x) = x^2+3$

($f \circ g = (3x^2+7)/(-5x^2-14)$, $g \circ f = (84x^2-42x+7)/(25x^2-10x+1)$)

9. Calculeu la funció inversa i el recorregut de les següents funcions:

10. $f(x) = 5x-2$ $g(x) = (5x+1)/(3+2x)$ $h(x) = (2-7x)/(4x-3)$
 $(g^{-1}(x) = (1-3x)/(2x-5))$ $(h^{-1}(x) = (3x+2)/(4x+7))$

11. Trobeu la inversa de les següents funcions i comproveu el resultat:

12. $f(x) = 5x+1$ $g(x) = 3-4x$ $h(x) = (2x+3)/5$ (inv = $(5x-3)/2$)

- De les següents funcions trobeu el domini, els punts de tall amb els eixos, la funció inversa (amb comprovació), i el recorregut:

13. $f(x) = \frac{3x+1}{5x}$ $g(x) = \frac{x}{1-5x}$ $h(x) = \frac{7x+2}{3+6x}$ ($(-3x+2)/(6x-7)$) $i(x) = \frac{4x-1}{4+7x}$

14. $j(x) = \frac{7x+4}{2+6x}$ ($g^{-1}(x) = (4-2x)/(6x-7)$) $k(x) = \frac{2x-6}{5x+3}$ ($k^{-1}(x) = (6+3x)/(2-5x)$)

15. $l(x) = \frac{x}{2+x}$ ($l^{-1}(x) = 2x/(1-x)$) $m(x) = \frac{5x+1}{2-7x}$ ($m^{-1}(x) = (2x-1)/(7x+5)$)

16. $n(x) = \frac{5x-2}{4+x}$ ($n^{-1}(x) = (4x+2)/(5-x)$) $o(x) = \frac{5x+1}{4-7x}$

17. Amb taules de valors, calculeu els següents límits:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} x^2$ b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x}{3-x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ d) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{5-x}$ e) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x}{x+5}$ f) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x}{(5+x)^2}$

- Calculeu els següents límits:

18. a) $\lim_{x \rightarrow 3} (3x^2-x+5)$ b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-3}{x^2-1}$ c) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+1}{x-4}$

19. a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^2-9}$ (-1/6) b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x^2-x-6}$ (4/5)

20. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2+2x-3}$ (1/2) b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-x^2}{x+x^3}$

$$21. \quad a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 - x^2 - 8x + 12} \quad (3/5) \qquad b) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^4 + 4h^3 + 6h^2}{7h^5 + h^3 + 2h^2} \quad (3)$$

$$22. \quad a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^3 + x^2 - 8x - 12} \quad (\infty) \qquad b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 + x^2 - x - 1} \quad (-1/2)$$

$$23. \quad a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x^2 - 8x - 12}{x^3 + 6x^2 + 12x + 8} \quad (\infty) \qquad b) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 9x^2 + 27x + 27} \quad (\infty)$$

$$24. \quad a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^2 - 4} \quad (0) \qquad b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - x^2 - 33x - 63}{x^3 + 7x^2 + 7x + 9}$$

$$25. \quad a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} \quad (1/4) \qquad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{2-x} - 1} \quad (2)$$

$$26. \quad a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \quad (2 \cdot \sqrt{2}) \qquad b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{5+x^2}}{x^2 - 4} \quad (-1/6)$$

27. Digueu si la funció $f(x) = x^2$ és contínua en $x = -3$.

28. Repetiu el problema anterior amb $f(x) = \frac{3x}{(1-x)^2}$ en $x=0$ i $x=1$

- Estudieu la continuïtat de les següents funcions:

$$29. \quad g(x) = x^2 - 5x + 3 \qquad f(x) = \frac{5x}{4 - x^2} \qquad h(t) = \frac{t+1}{t^2 - 1}$$

$$30. \quad i(x) = \frac{x+2}{x^2 - 4} \quad (f(2) = -1/4) \qquad j(s) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + x - 6} \quad (f(2) = 3/5)$$

$$31. \quad m(e) = \frac{m^2 - 9}{m - 3} \qquad n(x) = \frac{5}{x^2 + 5}$$

$$32. \quad k(z) = \frac{z^2 - 9}{z^2 - 2z - 3} \qquad l(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$$

- Estudieu la continuïtat de les següents funcions, i representeu-les gràficament:

$$33. \quad f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases} \qquad h(x) = \begin{cases} 2x+3, & x < -2 \\ x+1, & x > -2 \end{cases} \qquad i(x) = \begin{cases} 2x+3, & x < -2 \\ x+1, & x \geq -2 \end{cases}$$

$$34. \quad j(x) = \begin{cases} x+3, & x < 1 \\ 4, & 1 < x < 5 \\ x-1, & x > 5 \end{cases} \quad k(x) = \begin{cases} x+3, & x < 1 \\ 4, & 1 < x < 5 \\ x+2, & x > 5 \end{cases} \quad l(x) = \begin{cases} 1-3x, & x < 2 \\ -2x-1, & 2 < x < 4 \\ x^2, & x \geq 4 \end{cases}$$

- Calculeu els següents límits:

$$35. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (7x^2 - 12x + 3) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} (2x - x^3) \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x)$$

$$36. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + x^3) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (3 - x^2 - x^5) \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{4x^3 - 5x + 2}$$

$$37. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x^2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+x}{x^3-3} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-x^2+2x+7}{x+x^2}$$

$$38. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-x^2+2x+7}{x-x^2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3-x^2+2x+7}{x-x^2} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4-x^2+2x+7}{x+x^3}$$

$$39. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3}{3+2x^2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^2+5} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{1-x^2}$$

$$40. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3-2x}{7} \quad \text{b) } \lim_{h \rightarrow -\infty} \frac{4h^2-5h+2}{1-h^3} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2-5x+2}{1-x^3}$$

$$41. \quad \text{a) } \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{2t^3+4t-2}{5t+5t^2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{3-7x} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x+1}{3-2x}$$

$$42. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x+4} \quad \text{b) } \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{3t^2-5t+2}{\sqrt{5t^4-3t+1}} \quad \text{c) } \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z^2+\sqrt{z^3+2}}{\sqrt[3]{2z^6+z}}$$

$$43. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{1+x} \cdot \frac{3x^2}{5x^5-1} \right) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x}{3-x} \cdot \frac{x^3}{x^2+2} \right)$$

$$44. \quad \text{a) } \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{3-x} \cdot \frac{x^3}{x^4-5} \right) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3}{3-x} \cdot \frac{x}{x^2+2} \right)$$

$$45. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x+1}) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-2} - x^3)$$

$$46. \quad \text{a) } \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{3t^2-2} - \sqrt{4+2t^2}) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4+5x^3} - \sqrt{5x^3-2x})$$

47. a) $\lim_{z \rightarrow \infty} (\sqrt{2z^2 - z} - \sqrt{2z^2 + z - 3})$ $(-1/\sqrt{2})$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 1}{x} - \frac{x^3 - x}{x - 1} \right)$

48. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 - 3x^2 + x} - \sqrt{x^4 + 3x^2})$ (-3) b) $\lim_{z \rightarrow \infty} \left(\frac{3z + 1}{z} - \frac{z^3 - z}{z - 1} \right)$

49. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x + 3x^2}{1 + x} + \frac{1 - 2x^2}{x - 1} \right)$ b) $\lim_{h \rightarrow -\infty} \left(\frac{4h + 3h^2}{1 + h} + \frac{1 + 2h^2}{h - 1} \right)$

50. a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x^3 - 2}{x^2 + 1} - \frac{4x^2 + 1}{x + 2} \right)$ (inf) b) $\lim_{t \rightarrow -\infty} \left(\frac{5t^3}{4t - 3} \cdot \frac{t}{4 - 2t^3} \right)$

51. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{x + 1} \right)^{\frac{1}{x}}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x - 1} \right)^{\frac{3x^4}{2 - x^4}}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^x$

52. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 1}{4 + 2x} \right)^{x^5}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 3x^2}{5x^2 - 6} \right)^{\frac{x^2}{2 + x}}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3x - 1}{x^2 + 3} \right)^x$ (e^3)

53. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 3}{x - 2} \right)^{x^2}$ (inf) b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$ (0) c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 2}{3x + 1} \right)^{\frac{x^2}{1 - x}}$ (e)

54. a) $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - 3t^2}{5t - 3t^2} \right)^{\frac{t^2}{t + 1}}$ $(e^{5/3})$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 1}{3 + 2x} \right)^{x^2}$ (0)

55. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{2x - 2}{x + 1} \right)^{\frac{x^3}{1 - x}}$ (inf) b) $\lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 3m^3}{3m^3 - 2} \right)^{\frac{m^2 - m}{3m - 1}}$ (1)

56. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x - 4}{2 + 7x} \right)^{\frac{2x^3}{1 + x}}$ (0) b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2 - 3x}{1 + 4x^2} \right)^{\frac{x^2 - 1}{x + 1}}$ $(e^{-3/4})$