

GEOMETRIA

Vectors i rectes

1. Trobeu els vectors **AB** i **CD** essent $A(3,4)$, $B(7,2)$, $C(-1,0)$ i $D(3,-2)$. Són equipolents?
2. Determineu si els punt $A(3,1)$, $B(5,2)$ i $C(1,0)$ estan alineats.
3. Calculeu el quart vèrtex del paral.lelogram ABCD: $A(2,1)$, $C(10,-1)$, $D(7,-3)$.
($B(5,3)$)
4. $A(4,-2)$, $B(5,2)$, $C(9,1)$ són vèrtexs d'un quadrat. Trobeu l'altre. ($D(8,-3)$)
5. Busqueu el simètric de A respecte a M:
a) $A(4,2)$, $M(5,-1)$ ($A'(6,-4)$) b) $A(3,2)$. $M(0,4)$ ($A'(-3,6)$)
6. Trobeu el punt mitjà dels segments determinats pels següents punts:
7. a) $A(1,3)$, $B(5,10)$; b) $A(3,7)$, $B(-4,2)$; c) $C(-4,3)$, $D(9,4)$
- Calculeu els punts que divideixen, en tantes parts com s'indica, els segments determinats per:
8. $A(5,1)$, $B(3,2)$, en 3 parts iguals ($(13/3,4/3)$), ($11/3,5/3$)
9. $A(-1,2)$, $B(9,-2)$, en 4 parts iguals
10. $M(-5,-2)$, $N(0,8)$, en 5 parts iguals
11. El punt mitjà d'un segment és $M(2,-1)$ i un dels extrems, $B(3,0)$. Calculeu-ne l'altre. ($A(1,-2)$)
12. Representeu gràficament, escriviu les equacions paramètriques i contínua, calculeu el pendent de les següents rectes, i trobeu l'angle que fan amb l'eix X:
 $r:(x,y)=(1,2)+a(2,1)$ (26'5) $s:(x,y)=(1,2)+b(2,3)$ $t:(x,y)=(3,4)+c(2,1)$
13. Escriviu les equacions vectorial, paramètriques i contínua de la recta que passa pel punt $A(5,-4)$ i té de vector director $\mathbf{v}(-2,3)$.

14. Escriviu l'equació vectorial de la recta que passa per P(1,1) i té de pendent:
- a) $m = 2$ b) $m = -3$ c) $m = 1/4$
d) $m = 3/5$ e) $m = -2/3$ f) $m = 0$
15. Trobeu el pendent, escriviu l'equació vectorial de la següent recta i representeu-la gràficament: $\frac{x-3}{-5} = \frac{y+1}{2}$
16. Escriviu les equacions vectorial, paramètriques i contínua de la recta que passa pels punts A(2,5), B(4,-1). Calculeu el seu pendent.
- Escriviu les equacions vectorial, paramètriques, contínua, implícita i explícita, i feu la representació gràfica de la recta:
17. que passa per P(-3,2) i té de vector director (4,3) ($y=(3/4)x+(17/4)$)
18. que passa per A(0,1) i té de pendent 3 ($y=3x+1$)
19. $\frac{x+2}{-4} = \frac{y-2}{7}$ ($7x+4y+6=0$)
20. $4x+3y-1=0$ ($(x,y)=(0,1/3)+a(3,-4)$)
21. que passa pels punts M(-3,5), N(4,2) ($3x+7y-26=0$)
22. que passa per P(4,5) i és paral·lela a l'eix X
23. que passa per (-1,3) i és paral·lela a l'eix Y
24. que passa pel punt P(5,-3) i que és paral·lela a la bisectriu dels quadrants 1r i 3r. Indiqueu tres punts d'aquesta recta
25. Digueu si els punts A(5,4) i B(7,9) pertanyen a la recta $r:(x,y)=(2,5)+a(-3,1)$. (Sí, no)
26. Passa la recta $r:3x+5y-1=0$ pel punt C(2,-1)? I la recta $s:(x,y)=(1,-4)+b(2,-3)$?
27. Calculeu l'equació de la recta que passa pel punt A(2,1) i forma un angle de 120° amb la part positiva de l'eix X.

28. Trobeu l'equació de les medianes del triangle de vèrtexs A(3,1), B(0,2) i C(1,-2).
29. Calculeu l'equació de la recta que passa pel punt A(-2, 1/3) i té el mateix pendent que la recta que passa pels punts P(2,1) i Q(3,4).
30. Escriviu l'equació vectorial, implícita, explícita, trobeu l'angle que fan amb l'eix X, i representeu gràficament les següents rectes:

$$r: \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{0}$$

$$s: \frac{x-1}{0} = \frac{y-3}{-2}$$

$$t: y=3$$

$$m: x=-5$$

$$n: y=3x-5$$

$$o: 2x-5y+1=0$$

$$p: x=0$$

$$q: y=0$$

31. Escriviu l'equació explícita de la recta que passa per A(-2,1) i forma un angle de 35° amb l'eix X. $(y=0'7x+2'4)$

32. Calculeu l'equació de la recta que passa per la intersecció de les rectes r:2x-y-1=0, s:3x+2y+4=0, i fa un angle de 45° amb l'eix X. Feu-ne la representació gràfica. $((x,y)=((-2/7),(-11/7))+a(1,1))$

33. Escriviu l'equació vectorial i trobeu numèricament i gràficament l'angle que fan amb l'eix X les següents rectes:

$$r: y=2-x$$

$$s: 5x-3y-2=0 \quad (59'03)$$

$$t: 7x+2y-1=0$$

34. Trobeu les equacions vectorial i explícita de la recta que passa pels punts A(-1,3), B(2,4). Quin angle fa amb l'eix X? $(y=(1/3)x+(10/3), 18'43^\circ)$

35. Digueu si els següents vectors són paral·lels i comproveu-ho gràficament:

$$a) \mathbf{u}(-2,3), \mathbf{v}(4,-6)$$

$$b) \mathbf{w}(1,5), \mathbf{t}(2,6)$$

$$c) \mathbf{r}(1,-1), \mathbf{s}(-5,5)$$

36. Estan alineats els següents punts? (utilitzeu dos mètodes):

$$a) A(1,3), B(3,5), C(7,9) \quad (\text{Sí})$$

$$b) R(-3,1), S(4,2), T(5,5) \quad (\text{No})$$

37. Sabent que P, Q, R estan alineats, i que $a+b=1$, calcula a i b: P(a,b), Q(a+1,b-1), R(2a,3b). $(a=2, b=-1)$

38. Digueu si les següents rectes són paral·leles (comproveu-ho gràficament):

a) $r: (x, y) = (1, -5) + \mu (2, 5), s: \frac{x-7}{-6} = \frac{y+1}{-15}$

b) $t: y = \frac{2}{3}x - 2, w: y = \frac{4}{5}x - \frac{1}{2}$

c) a: $7x - 2y + 1 = 0$, b: $14x - 4y + 5 = 0$

39. Escriviu l'equació de la recta que passa pel punt indicat i és paral·lela a la recta següent (representeu el problema gràficament):

a) A(5, -6), r: $(x, y) = (1, -2) + a(3, 4)$

b) B(1, 0), s: $y = 2 - 5x$

c) C(4, -1), t: $5x - 4y + 2 = 0$ (dos mètodes)

40. Calculeu l'àrea del triangle limitat per la recta $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$, l'eix d'abscisses i l'eix d'ordenades.

41. Determineu els punts d'intersecció de la recta $\frac{x}{2} - \frac{y-3}{3} = 0$ amb els eixos cartesianes.

42. Donada la recta $5x + y - 5 = 0$,

a) trobeu la longitud dels segments que determina sobre els eixos

b) calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per la recta i els eixos

43. Trobeu l'equació de la recta que passa per la intersecció de les rectes r: $2x + 3y - 1 = 0$ i s: $5x - 2y + 2 = 0$ i fa un angle de 63° amb l'eix Y.

44. Escriviu l'equació de la recta que passa pel punt mitjà del segment A(-2, 6), B(5, 2) i és paral·lela a la recta r: $5x - 3y + 2 = 0$. $(y = (5/3)x - 3/2)$

45. Trobeu els vèrtexs del triangle que té els costats sobre les rectes: r: $2x + y - 1 = 0$, s: $x + 2y + 1 = 0$, t: $x - y - 3 = 0$. $((1, -1), (4/3, -5/3), (5/3, -4/3))$

46. Escriviu les equacions dels costats del triangle $A(0,0)$, $B(3,1)$, $C(-2,5)$.
47. Trobeu el baricentre del triangle $A(3,1)$, $B(2,0)$, $C(-1,3)$.
48. Calculeu el baricentre del triangle que té els costats sobre les rectes $r:x+y+2=0$, $3x+y-1=0$, $x-2y+1=0$.
49. Trobeu el baricentre dels següents triangles (dos mètodes):
- a) $A(2,-1)$, $B(4,3)$, $C(-1,2)$
- b) $A(2,3)$, $B(-1,2)$, $C(1,1)$
50. Calculeu el valor del paràmetre k en les rectes següents, de manera que compleixin la condició que s'assenyala en cada cas:
- a) $3kx + 5y + k - 2 = 0$; la recta passa pel punt $(-1,4)$
- b) $4x - ky - 7 = 0$; la recta té pendent 3
- c) $kx - y = 3k - 6$; la recta té d'abscissa a l'origen 5
- d) $kx + ky - 9 = 0$; la recta té d'ordenada a l'origen de -4
51. Trobeu el valor de a perquè les rectes $r:ax+y+1=0$ i $s:x+ay-1=0$ siguin paral·leles. ($a \neq \pm 1$)
52. Calculeu a i b perquè les rectes $r:x+2y-3=0$ i $s:ax+y-3b=0$ siguin
- a) paral·leles ($a=1/2, b \neq 1/2$)
- b) coincidents ($a=b=1/2$)
53. Trobeu a perquè les rectes
- $r:(a-1)x+(a+1)y+a=0$ i $s:(2a+2)x+(4a+10)y+(4a-2)=0$ siguin
- a) paral·leles ($a=-3, a=2$)
- b) coincidents (impossible)
54. Trobeu a i b perquè $r:ax+by-1=0$ i $s:2x-3y+4=0$ siguin paral·leles i r passi per $A(1,1)$. ($a=-2, b=3$)

- Digueu quins dels següents quadrilàters són paral·lelograms:

55. $A(2,3), B(3,4), C(7,3), D(6,2)$ (Sí)
56. $M(4,2), N(4,-3), P(-2,-4), Q(-2,1)$ (Sí)
57. $H(0,0), I(4,1), J(0,3), K(-1,0)$ (No)
58. Trobeu l'equació de la recta que passa pel punt $(2,3)$ i és:
- a) paral·lela a l'eix X. b) paral·lela a l'eix Y.
 - c) paral·lela a la bisectriu del primer quadrant.
 - d) paral·lela a la bisectriu del segon quadrant.
 - e) perpendicular a la bisectriu del tercer quadrant.
59. D'un paral·lelogram ABCD es coneixen $A(1,1), B(3,3)$ i el punt d'intersecció de les diagonals, $M(5,2)$. Calculeu els altres vèrtexs. (En un paral·lelogram les diagonals es tallen en el seu punt mitjà.) $(C(9,3), D(7,1))$
60. Donades les rectes $3x + by - 8 = 0$ i $ax - 3y + 12 = 0$, determineu a i b perquè es tallin en el punt $P(2,-3)$.
61. Donades les equacions de dos costats d'un rectangle, $2x - 3y + 5 = 0$ i $3x + 2y - 7 = 0$ i un vèrtex, $A(2,-3)$, trobeu les equacions dels altres dos costats del rectangle i dels altres tres vèrtexs.
62. Trobeu l'equació d'una recta que passa pel punt $A(4,5)$ i forma amb els eixos positius un triangle d'àrea 40 unitats quadrades. $(y-5 = -5/4(x-4))$
63. Donat el rectangle de vèrtexs ABCD, completeu les següents igualtats:
- a) $\mathbf{AB} + \mathbf{BC} =$ b) $\mathbf{AC} + \mathbf{CB} =$ c) $\mathbf{AD} + \mathbf{DB} =$
 - d) $\mathbf{AD} + \quad = \mathbf{AC}$ e) $\mathbf{CB} + \quad = \mathbf{AB}$ f) $\mathbf{BC} + \quad = \mathbf{BA}$
65. Considereu el vector $(4,-7)$. Trobeu dos vectors que tinguin la mateixa direcció i que siguin unitaris.

66. Trobeu m , n i p perquè els vectors \mathbf{u} , \mathbf{v} i \mathbf{w} siguin unitaris:
 $\mathbf{u}=(\frac{1}{2},m),\mathbf{v}=(-3,n),\mathbf{w}=(-\cos 45, p)$.
67. Calculeu el producte escalar i l'angle que formen els següents vectors:
 a) $\mathbf{u}(3,2),\mathbf{v}(4,-1)$ (47'7) b) $\mathbf{t}(2,5),\mathbf{w}(-1,3)$
68. Trobeu l'angle que formen els vectors:
 a) $(-5,12)$ i $(8,-6)$ b) $(5,12)$ i $(8,-6)$ c) $(5,12)$ i $(-8,6)$
 d) $(5,12)$ i $(-8,-6)$ e) $(5,12)$ i $(-8,6)$ f) $(5,-12)$ i $(-8,6)$
69. Calculeu l'angle que formen els vectors $(1,-4)$ i el que té d'origen $(2,4)$ i extrem $(1,-8)$.
70. Calculeu la projecció ortogonal del vector $\mathbf{m}(-3,5)$ sobre el vector $\mathbf{n}(-7, -1)$.
71. Un vector, de mòdul 10, es descompon en suma de dos vectors ortogonals de mòduls iguals. Trobeu el mòdul d'aquests vectors.
72. Repetiu el problema anterior, suposant que els dos vectors formen un angle de 45° .
73. Donats els vectors $\mathbf{u}=(2,4)$ i $\mathbf{v}=(3,1)$,
 a) Trobeu el mòdul i la direcció dels vectors $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ i $\mathbf{u} - \mathbf{v}$.
 b) Calculeu el producte escalar de $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ i $\mathbf{u} - \mathbf{v}$.
 c) Trobeu el producte escalar de $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ i $\mathbf{v} - \mathbf{u}$.
 d) Calculeu el producte escalar de $2\mathbf{u} + 3\mathbf{v}$ i $2\mathbf{u} - 3\mathbf{v}$.
74. Doneu un contraexemple per comprovar que de la igualtat $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = \mathbf{u}\cdot\mathbf{w}$ no es dedueix que $\mathbf{v} = \mathbf{w}$.
75. Són perpendiculars els vectors $\mathbf{u}(3,-5)$ i $\mathbf{v}(4,1)$? I els $\mathbf{t}(2,3)$ i $\mathbf{w}(6,-4)$?
76. Trobeu a perquè els vectors $\mathbf{n}(3,-5)$, $\mathbf{o}(a,2)$: a) siguin paral.lels $(-6/5)$
 b) siguin perpendiculars $(10/3)$ c) formin un angle de 30° $(-0'036,-3'6)$

77. Trobeu el valor de m perquè els vectors $\mathbf{u}=(1/2,m)$ i $\mathbf{v}=(\cos 45,1)$ siguin ortogonals.
78. Digueu si les següents rectes són perpendiculars:
- a) $r:5x-2y+4=0$, $s:2x+5y+3=0$ b) $t:y = 2x + 3$, $u:(x,y)=(1,1)+r(2,1)$
79. Escriviu l'equació de la recta que
- a) passa per $A(0,-5)$ i és perpendicular a $r:4x-5y+1=0$
- b) passa per $B(1,2)$ i és perpendicular a $s:2x+4 = y$
80. Trobeu l'equació de la recta que passa per $P(5,2)$ i és
- a) paral·lela b) perpendicular a la recta $2x+3y+1=0$.
81. Calculeu a perquè les rectes $r:3ax-y+1=0$ i $s:2x-5y+2=0$ siguin perpendiculars.
82. Trobeu a i b perquè les rectes $r:bx-4ay+2=0$ i $s:3x-y-1=0$ siguin perpendiculars i la primera passi per $A(1,-2)$. $(a=-3/10, b=2/5)$
83. Trobeu l'equació de les altures del triangle de vèrtexs $A(3,-1), B(-5,2), C(1,4)$. Calculeu el punt on es tallen: l'ortocentre. (de C a BA : $8x-3y+4=0$)
84. Escriviu l'equació de la mediatriu del segment $AB:A(4,7), B(0,2)$. ($8x+10y-61=0$)
85. Trobeu l'equació de la mediatriu del segment d'extremes $A(1,-2)$ i $B(3,0)$.
86. Trobeu l'equació de la mediatriu del segment determinat pels punts $A(1,3)$ i $B(5,-1)$. Calculeu també l'angle que forma amb l'eix OX .
87. Trobeu el punt simètric de $P(0,4)$ respecte a la recta $r:x-2y+3=0$. $(2,0)$
88. Calculeu la recta simètrica de $r:x+y-1=0$ respecte a $s:x-2y+3=0$. $(7x+y+1=0)$
89. Representeu cadascun dels parells de rectes següents. Trobeu el punt d'intersecció de les rectes gràficament i analítica. Indiqueu l'angle que formen les rectes. Calculeu l'angle que forma cada recta amb l'eix X :

$$\left. \begin{array}{l} 8x - 2y - 20 = 0 \\ A/ \\ 3x + 2y - 13 = 0 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x - y = 30 \\ B/ \\ 2x - 2y - 14 = 0 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 8x - 2y - 15 = 0 \\ C/ \\ x + 4y - 12 = 0 \end{array} \right\}$$

90. Calculeu l'angle que formen les rectes

a) r: $4x + 3y - 2 = 0$ i s: $2x + y + 1 = 0$ (10,3) b) t: $3x + 2y - 1 = 0$ i u: $5x - 3y + 4 = 0$ (64,6)

91. Escriviu l'equació de la recta

a) que passa per A(2,-1) i fa un angle de 30° amb la recta r: $5x - 2y + 1 = 0$

b) que passa per A(-7,2) i forma un angle de 45° amb la recta s: $2x + 3y + 4 = 0$

92. Calculeu el valor de a per què les següents rectes formin l'angle que s'indica:

a) r: $2x - 3ay + 2 = 0$, s: $5x + 2y + 1 = 0$, 70° (0'75, 19'9)

b) t: $ax + 4 = 2y$, u: $3x + 5y = 1$, 30°

c) m: $3x = 2ay + 1$, n: $ax + 2 = 5y$, 60°

93. Escriviu l'equació de la recta que passa per P(-3,2) i fa un angle de 45° amb la recta r: $2x - 5y + 1 = 0$.
($y = 2'3x + 8'9$, $y = -0'4x + 0'8$)

94. Repetiu el problema anterior amb:

a) el punt Q(1,2), la recta s: $x + 4 = 3y$, i l'angle 45° (m = 2, -0'5)

b) el punt R(2,-1), la recta t: $5x - 2y + 1 = 0$, i l'angle 30° (0'79, -6'94)

c) el punt S(-1,2), la recta u: $5x + 3y - 2 = 0$, i l'angle 70° (0'19, 22)

95. Calculeu a perquè les rectes r: $5x - ay + 1 = 0$ i s: $3x + 4y + 2 = 0$

a) siguin paral·leles b) siguin perpendiculars c) formin un angle de 30°

96. Escriviu l'equació de la recta que passa per P(5,-2) i

a) és paral·lela a r: $2x + 3y - 1 = 0$ (2x + 3y - 4 = 0)

b) és perpendicular a s: $5x - 6y + 2 = 0$ (6x + 5y - 20 = 0)

c) fa un angle de 50° amb la recta t: $y = 2x + 3$ (m = 0'235, -2'286)

97. Trobeu els angles del triangle de vèrtexs $A(-2,2)$, $B(5,3)$ i $C(2,15)$.
98. Calculeu la longitud dels costats del triangle de vèrtexs $A(3,4)$, $B(-2,1)$, $C(0,0)$.
99. Trobeu a perquè la distància entre P i Q sigui $3u$: $P(1,-2)$, $Q(3,a)$. $(-4'23,0'23)$
100. Calculeu, per dos mètodes, la distància entre
- a) $A(5,-1)$ i $r:2x-7y+2=0$ $(2'6)$ b) $B(0,3)$ i $s:\frac{x-1}{4}=\frac{y+5}{-3}$
101. Trobeu la distància de l'origen de coordenades a la recta que passa pels punts $A(-2,1)$ i $B(3,-2)$.
102. Trobeu b perquè la distància entre $A(1,b)$ i $r:3x+4y-2=0$ sigui de 5 unitats. $(6,-13/2)$
103. Trobeu la distància entre els rectes:
- a) $r:2x-3y+1=0$, $s:4x-6y+5=0$ $(0'41)$ b) $r:2x+1=3y$, $s:3x=2+4y$ (0)
104. Escriviu l'equació de la recta paral·lela a $r:5x+3y-2=0$ i que està a 5 unitats de distància del punt $A(3,-2)$. $(C=8, -50)$
105. Trobeu l'equació de la recta perpendicular a $s:y=1-3x$ i que està a 2 unitats del punt $B(1,-5)$.
106. Trobeu l'àrea del paral·lelogram format pels vèrtexs $A(-3,-1)$, $B(5,1)$, $D(-2,-2)$. $(S=10)$
107. Calculeu la superfície del triangle de vèrtexs $M(3,2)$, $N(-1,4)$, $P(2,5)$.
108. Repetiu el problema anterior amb $A(3,-2)$, $B(1,0)$, $C(4,1)$.
109. Trobeu la superfície del quadrat que té dos costats en les rectes $r:2x+y+1=0$, $s:6x+3y-7=0$. $(2'2)$
110. Repetiu el problema anterior amb $r:4x+3=y$, $s:8x+1=2y$. $(0'36)$
111. Escriviu l'equació del lloc geomètric dels punts del pla que estan a una distància de 5 unitats del punt $C(3,-4)$. Quina figura és? $(x^2+y^2+8y-6x=0)$

112. Trobeu l'equació del lloc geomètric dels punts del pla que estan a doble distància de A(0,-3) que de B(1,0). $(3x^2+3y^2-8x-6y-5=0)$
113. Escriuiu l'equació del lloc geomètric dels punts del pla que equidisten de les rectes r:2x-y+1=0, s:x-2y+3=0. $(x+y-2=0, 3x-3y+4=0)$
114. Trobeu l'equació de les bisectrius de les rectes r:(x,y)=(2,-3)+a(-2,5) i s: $\left. \begin{array}{l} x = 4 - 2t \\ y = 3t - 1 \end{array} \right\}$
115. Escriuiu el lloc geomètric dels punts del pla que equidisten de A(3,0) i de B(-4,2). Quina figura és?
116. Calculeu l'equació del lloc geomètric dels punts del pla que equidisten de P(3,0) i de r:2x-y+3=0. $(x^2+4y^2-42x+6y+4xy+36=0)$
117. Trobeu l'equació del lloc geomètric dels punts tals que la suma dels quadrats de les seves distàncies a A(3,0) i a B(1,-4) és 10u.
118. Donades les rectes r:2x - y + 4 = 0 i s:3x + 2y - 9 = 0, trobeu el seu punt d'intersecció i l'equació de les rectes paral·lela i perpendicular a la recta t:2x - y + 3 = 0 i que passa pel punt d'intersecció trobat.
119. Donades les rectes r:3x + my - 7 = 0, s:4x + y - 14 = 0, t:7x + 2y - 28 = 0, determineu m perquè les tres rectes coincideixin en un punt (serien del mateix feix de rectes).
120. Donat el triangle de vèrtexs A(2,5), B(3,1) i C(2,-1). Calculeu:
- Les coordenades del baricentre G del triangle ABC.
 - Les coordenades dels punts mitjans M, N, i P dels costats del triangle ABC.
 - El baricentre G' del triangle MNP.
 - Compara G i G'.
121. Determineu el valor de a perquè les rectes $ax + (a-1)y - 2(a+2) = 0$ i $3ax - (3a+1)y - (5a+4) = 0$ siguin a) perpendiculars b) paral·leles.

122. Donada la recta d'equació $ax + by = 1$, calculeu a i b sabent que la recta és perpendicular a la recta d'equació $2x + 4y = 11$ i que passa pel punt $P(1, 3/2)$.
($a=4, b=-2$)
123. Trobeu l'equació de les rectes que passen pel punt $(-3, 0)$ i formen amb la recta d'equació $3x - 5y = -9$ un angle tal que la seva tangent és $1/3$.
124. Calculeu el simètric de l'origen de coordenades respecte a la recta $4x + 3y = 50$.
125. Els punts $B(-1, 3)$ i $C(3, -3)$ són els vèrtexs d'un triangle isòsceles que té el tercer vèrtex A en la recta $x + 2y - 15 = 0$. Trobeu el vèrtex A si els costats iguals són AB i AC .
126. Calculeu el baricentre (punt on es tallen les medianes), el circumcentre (punt on es tallen les mediatrïus), l'íncentre (punt on es tallen les bisectrïus), i l'ortocentre (punt on es tallen les altures) del triangle de vèrtexs $A(0, 1)$, $B(2, 3)$ i $C(3, 0)$.
127. Trobeu el punt de la recta $r: 2x - y + 5 = 0$ que equidista dels punts $A(3, 5)$ i $B(2, 1)$.
128. Repetiu el problema anterior amb $r: 3x - 5y + 25 = 0$, $A(3, 4)$, $B(7, 8)$. ($29/4, 15/4$)
129. Calculeu els punts de la recta $s: 2x - y - 4 = 0$ que equidisten dels eixos de coordenades. ($(4, 4)$, $(4/3, 4/3)$)
130. Trobeu n perquè les rectes $r: 2x + y + n = 0$ i $s: 2x + y = 0$ estiguin a una distància de 3 unitats. ($\pm 3\sqrt{5} = \pm 6\sqrt{7}$)
131. $A(0, 2)$ i $B(4, 0)$ són vèrtexs d'un triangle rectangle isòsceles d'hipotenusa AB . Calculeu el tercer vèrtex. ($(3, 3)$, $(1, -1)$)
132. La recta $r: x + 3y = 0$ és bisectriu d'un angle de 60° i vèrtex $A(-3, 1)$. Esbrineu les equacions dels costats de l'angle.
133. Trobeu els punts de la recta $r: y = x + 1$ que estan a 4 unitats de distància de $P(1, 3)$. ($(4\sqrt{2}, 5\sqrt{2})$ i $(-1\sqrt{3}, -0\sqrt{3})$)
134. Un punt P equidista de $M(3, 0)$ i de $N(0, 4)$, i la seva distància a l'eix X és el triple de la seva distància a l'eix Y . Calculeu-lo. ($(7/18, 7/6)$, $(-7/30, 7/10)$)

135. Per $A(2,4)$ es traça una perpendicular (s) a $r:2x+y-2=0$. Trobeu un punt d'aquesta perpendicular s que equidisti de A i de la recta. $(4/5,17/5)$
136. El costat desigual d'un triangle isósceles fa $4u$ i està sobre $r:x-y=0$. El vèrtex oposat és $A(0,4)$. Esbrineu els altres dos vèrtexs. $((2+\sqrt{2},2+\sqrt{2}),(2-\sqrt{2},2-\sqrt{2}))$
137. Donats $A(1,0)$ i $B(5,0)$ trobeu el lloc geomètric dels punts del pla des dels quals es veu el segment AB sota un angle recte. $(x^2+y^2-6x+5=0)$
138. Calculeu les coordenades dels punts de la recta $r:x+y=2$ tals que **PA** sigui perpendicular a **PB**, sent $A(0,-1)$ i $B(1,2)$. $((2,0),(0,2))$
139. Pel punt $B(0,5)$ passa una recta BA que té de pendent $1/3$, i pel punt $C(3,2)$ passa una recta CA perpendicular a BA. Trobeu l'àrea del triangle ABC. $(3'58)$

Còniques

140. Trobeu l'equació de la circumferència de centre $A=(1,2)$ i de radi 3. Fes el gràfic.
141. Trobeu el centre i el radi de la circumferència $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1=0$. Feu el dibuix de la circumferència i indiqueu si el punt $(0,0)$ és interior o exterior a la circumferència.
142. Escriviu l'equació de la circumferència centrada en l'origen de coordenades i de radi 1.
143. Trobeu el centre i el radi de les següents circumferències:
- a) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 10 = 0$ b) $4x^2 + 4y^2 - x + 6y - 8 = 0$
- c) $(x - 1)^2 + y^2 = 25$ d) $x^2 + y^2 - 8y + 9 = 0$
144. Trobeu l'equació de la circumferència de centre $(1,1)$ i que passa pel punt $(5,-3)$. Dóna un punt interior i un exterior a la circumferència.
145. Trobeu l'equació de la circumferència concèntrica amb la d'equació: $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 9 = 0$ i de radi 5.
146. Escriviu l'equació de la circumferència concèntrica amb la d'equació: $x^2+y^2-4x+6y-6=0$ i que passa per $P(5,-4)$.

147. Un diàmetre de la circumferència c és el segment d'extremes $A=(0,1)$ i $B=(6,5)$. Trobeu l'equació de la circumferència. $(x^2+y^2-6x-6y+5=0)$
148. Repetiu el problema anterior amb $A(4,-1)$, $B(3,0)$.
149. Una corda d'una circumferència té per extrems els punts $A=(3,0)$ i $B=(6,1)$. Trobeu la seva equació sabent que té el seu centre en la recta $2x + 3y = 0$. $((x-6)^2+(y+4)^2=25)$
150. Trobeu l'equació de la circumferència de centre $A(2,-1)$ i que és tangent a $r: x-5y+2=0$. $(x-2)^2+(y+1)^2=1'76^2 : x^2+y^2-4x+2y+1'91=0)$
151. Escriviu l'equació de la circumferència de centre $C=(2,-4)$ i és tangent a la recta $x - 2y = 0$. $((x-2)^2+(y+4)^2=20)$
152. Calculeu l'equació de la circumferència que passa per $M(3,0)$, $N(0,2)$, $P(1,1)$. $((x-4'5)^2+(y-5'5)^2=5'7^2 : x^2+y^2-9x-11y+18'01=0)$
153. Trobeu l'equació de la circumferència que passa pels punts $M=(0,2)$, $N=(6,0)$ i $P=(3,1)$. (Sense solució)
154. Trobeu la circumferència circumscrita al triangle ABC , $A=(0,0)$, $B=(4,0)$ i $C=(3,1)$. $((x-2)^2+(y+1)^2=5)$
155. Escriviu l'equació de la circumferència inscrita en el triangle de vèrtexs $A(-4,5)$, $B(5,7)$, $C(-4,7)$.
156. Trobeu la circumferència inscrita en el triangle de costats:
 $r:2x+3y-8=0$, $s:3x-2y-25=0$, $t:2x-3y+4=0$. $((x-31/5)^2+(y-2)^2=(52/25)^2)$
157. Trobeu l'intersecció de la circumferència $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ amb la recta $x = 1$. Feu el gràfic.
158. Trobeu l'intersecció de la circumferència $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$ amb la que té per centre el punt $(0,1)$ i passa pel punt $(1,-6)$.
159. Trobeu la intersecció de la recta $x + 2y - 7 = 0$ amb la circumferència $3x^2 + 3y^2 - 12x - 18 = 0$. $((5,1)$ i $(1,3))$

160. Estudieu la posició relativa de les dues circumferències d'equacions:
 $x^2 + y^2 = 25$ i $x^2 + y^2 - 6x - 3 = 0$.
161. Trobeu la potència del punt (6,2) respecte de la circumferència que té el centre en la intersecció de les rectes $2x - 3y - 11 = 0$ i $3x + 5y - 26 = 0$ i és tangent a l'eix d'abscisses.
162. Una circumferència de centre $C=(5,3)$ és tangent a la recta que passant pel punt (0,2) forma un angle de 45° amb l'eix OX. Es demana:
- a) l'equació de la tangent. b) el punt de tangència
163. Trobeu l'eix radical de les circumferències de l'exercici 14 i el de les circumferències de l'exercici 5.
164. Calculeu els semieixos, els focus, els vèrtex i l'excentricitat de les el·lipses:
- a) $x^2/10 + y^2/4 = 1$ b) $x^2/25 + y^2/144 = 1$ c) $x^2 + 3y^2 = 1$.
165. Trobeu l'equació de l'el·lipse de semieixos $a=4$ i $b=3$.
166. Calculeu l'equació de l'el·lipse amb focus $F(3,-1)$ i $F'(0,2)$, i eix major 10.
 $(91x^2+91y^2-282x-118y+18xy-1809=0)$
167. Escriviu l'equació de l'el·lipse que té els focus en els punts $(-2,0)$ i $(2,0)$ i la seva excentricitat és $e=0,5$.
168. Calculeu l'equació d'una el·lipse que té e semieix major 5 i la seva excentricitat és $1/3$.
169. Escriviu l'equació de l'el·lipse de focus $F(5,0)$ i de semieix major 6.
 $(x^2/36+y^2/11=1)$
170. Trobeu l'equació de l'el·lipse que passa pels punts $A(1,5)$ i $B(4,1)$.
 $((x^2/16'+6)+(y^2/26'6)=1)$
171. Trobeu l'equació de l'el·lipse que passa pels punts $(2,\sqrt{10}/5)$ i que té una distància focal de $2\sqrt{3}$.

172. Escriviu l'equació del lloc geomètric dels punts la suma de la distància dels quals als punts $P(2,0)$ i $Q(-2,0)$ és 10.
173. Sabent que l'àrea d'una el·lipse és πab , calculeu l'àrea compresa entre l'el·lipse i la circumferència següents: $x^2 + y^2 = 9$, $x^2/25 + y^2/9 = 1$.
174. Indiqueu els elements característics de l'el·lipse: a) $x^2 + 2y^2 = 2$ b) $x^2+2y^2=2$
175. Trobeu l'equació de la hipèrbola que té un vèrtex en el punt $(3,0)$ i passa pel punt $(-5,2)$. $((x^2/9)-(y^2/2'25)=1)$
176. Escriviu l'equació de la hipèrbola que té un focus en el punt $(-3,0)$ i passa pel punt $(5,4)$.
177. Calculeu l'equació de la hipèrbola de semidistància focal 4 i que passa per $P(5,3)$. $(x^2/2'7^2-y^2/2'9^2=1)$
178. Trobeu l'equació de la hipèrbola d'excentricitat $3/2$ i que té un focus en el punt $F(3,0)$.
179. Donada la hipèrbola $2x^2 - y^2 = 2$, trobeu:
- L'equació de la circumferència de diàmetre l'eix real de la hipèrbola.
 - L'equació de la circumferència que té per diàmetre la distància focal.
180. Trobeu les asímptotes de la hipèrbola $x^2/16 - y^2/5 = 1$.
181. Escriviu l'equació de la hipèrbola equilàtera sabent que passa pel punt $(8,4)$.
182. Trobeu la posició relativa de la recta $y = 3x$ respecte la hipèrbola d'equació $x^2 - y^2 = 1$. Feu el gràfic.
183. Calculeu m perquè la hipèrbola $3x^2-my^2 = 9$ sigui equilàtera. (3)
184. Calculeu l'equació de la paràbola que té el focus en el punt $(2,0)$ i directriu $x = -2$.
185. Calculeu l'equació de la paràbola que té el focus en el punt $(2,1)$ i directriu $y=-2$.
186. Escriviu l'equació de la paràbola que té el focus en el punt $(2,1)$ i la recta directriu és la $3x - 2y = 5$.

187. Calculeu l'equació de la paràbola que té el vèrtex en el punt (2,1) i la recta directriu és la $y = 6$. Indica on està el focus.
188. Trobeu l'eix de simetria de la paràbola que té com a recta directriu la recta $r: x + y + 1 = 0$ i per focus el punt $F=(1,1)$.
189. Escriviu l'equació de la paràbola de directriu $d: 3x-5y+1=0$ i focus $F(3,1)$.
($25x^2+9y^2-210x-58y+30xy+339=0$)
190. Repetiu el problema anterior amb $d: 2x+y-3=0$ i $F(1,2)$.

$$(x^2+4y^2-4xy+2x-14y+16=0)$$

191. La màxima distància de la Terra al Sol és de 94,56 milions de milles i la seva distància mínima és de 91,45 milions de milles. Quina és l'excentricitat de l'òrbita? Quant triga en arribar la llum del Sol quan està a la màxima distància? És degut a l'excentricitat que surt abans el Sol a l'estiu que a l'hivern? ($c=1'55$, $e=0'017$)
192. Ompliu el següent quadre:

Nom	Equació reduïda	Focus	Vèrtex	Representació
	$x^2+y^2 = 25$			
Hipèrbola equilàtera	Sol.: $x^2-y^2 = 16$	$(\pm 5'6, 0)$	$(4, 0)$	
	$x^2/16-y^2/9 = 1$			
	$x^2/16+y^2 = 1$			
El·lipse		$(1, 0)$	$(-2, 0)$	
Paràbola		$(3, 0)$		

193. Calculeu el pendent de la recta tangent a $f(x) = x^2$ en $x = 3$. Calculeu la seva equació, i l'equació de la normal. ($t: y=6x-9$, $n: y=-1/6x+19/2$)
194. Escriviu l'equació de la recta tangent i de la recta normal a $f(x) = x^3 - 2x + 3$ en $x = 1$. ($t: y = x + 1$, $n: y=-x+3$)
195. Calculeu l'equació de la recta tangent i la de la recta normal a $f(x)=x^3$ en $x = -2$. ($y = 12x + 16$)
196. Quin angle fa amb l'eix X la recta tangent a la corba $f(x)=4x^2-3x+1$, en $x=2$? ($85,6^\circ$)

197. Trobeu l'equació de la recta tangent i de la recta normal a la funció $f(x)=x^3$ en el punt en què la tangent fa un angle de 30° amb l'eix X.
(t: $y=0'58-0'17$, n: $y=-1'72x+0'84$)
198. Trobeu l'equació de la recta tangent i la de la recta normal a $f(x) = 5x^3 - 3x + 1$ en el punt d'abscissa $x=-1$. Quin angle fa la tangent amb l'eix X? I la normal?
(t: $y=12x+11$, n: $-1/12x-13/12$, t: $85,23^\circ$, n: $175,23^\circ$)
199. Calculeu la derivada implícita de $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 5 = 0$. Escriviu l'equació de la recta tangent en $x=2$ i ordenada positiva. ($y=-0'75=-0'27(x-2)$)
200. Trobeu la derivada implícita de $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$. Calculeu l'equació de la recta tangent i la de la recta normal a la corba, en $x=-1$ i ordenada positiva. Feu la representació gràfica. (t: $y-1'2=0'4(x+1)$, n: $m=-2'4$)
201. Escriviu l'equació de la recta tangent i la de la recta normal a $x^2+y^2-6x+4y-8=0$, en $x=2$ i ordenada negativa. (t: $y=-0'22x-6'01$)
202. Calculeu l'equació de la recta tangent a la corba $x^2+4y^2-4xy+2x-14y+16=0$, en $x=1$ i ordenada entera.
203. Trobeu l'equació de la recta tangent i la de la normal a $x^2+y^2=9$, en $x=1$ i ordenada negativa.
204. Escriviu les equacions de les rectes tangent i normal a $x^2+y^2+3x-5y-8=0$ en $x=-1$ i ordenada positiva. Feu la representació gràfica. ($y=-0'12x+6'38$, $y=8'3x+14'8$)
205. Trobeu l'equació de les rectes tangent i normal a $x^2 - 6y^2 = 2$ en $x=2$ i ordenada negativa. Feu-ne la representació gràfica. ($y=-0'6x+0'82$, $y = 1'73x+3'1$)
206. Calculeu l'equació de la recta tangent i la de la recta normal a $xy = 5$ en $x = -2$. Representeu-ho gràficament. ($y=-5/4 x -5$)
207. Trobeu l'equació de la recta que passa per $A(3,4)$ i és tangent a $x^2 + y^2 = 1$. Representació gràfica. ($y=2'1x - 2'3$, $y=0'8x + 3'6$)
208. Escriviu l'equació de la recta tangent a $x^2+y^2=9$ i que passa per $A(0,5)$. ($y=\pm 1'3x+5$)

209. Escriviu l'equació de la recta tangent a $y = x^2 + 3$ des del punt $P(0,1)$.
Representació gràfica. $(y=2'8x+1, y=-2'8x+1)$
210. Trobeu l'equació de la recta tangent a la circumferència d'equació
 $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 8$ que passa pel punt $(0,0)$.
211. Calculeu l'equació de la recta paral·lela a $2x + 3y - 2 = 0$ i que és tangent a
 $2x^2 + y^2 = 3$. Representació gràfica. $(2x+3y+-5'74=0)$
212. Feu l'exercici anterior canviant "paral·lela" per "perpendicular". $(3x-2y\pm 5'04=0)$
213. Trobeu l'equació de la recta tangent a $2x^2 + y^2 = 3$ i que és perpendicular a
 $2x + 3y - 2 = 0$. Representació gràfica. $(3x-2y+-4'5=0)$
214. Escriviu l'equació de la recta tangent a $2x^2+y^2=1$ que és paral·lela a $5x+2y+2=0$.
215. Calculeu l'equació de la recta tangent a la funció $f(x)=x^2$, en el punt en què la
recta normal és paral·lela a la recta $5x+3y+1=0$.
216. Escriviu l'equació de la recta tangent a $x^2 + 3y^2 = 1$ i que forma un angle de 30°
amb l'eix X. Feu-ne la representació gràfica. $(0'57x-y\pm 0'79=0)$
217. Calculeu l'equació de la recta tangent a $x^2 + y^2 = 9$ i que és perpendicular a
 $5x + 3y - 2 = 0$. Feu-ne la representació gràfica. $(3x-5y\pm 17'49=0)$
218. Trobeu l'equació de la recta tangent a $x^2 + y^2 = 4$ pel punt $A(3,0)$.
 $(y=-2/\sqrt{5} x + 6/\sqrt{5}, y= 2/\sqrt{5} x - 6/\sqrt{5})$
219. Determineu k perquè la recta $r:y=2x+k$ sigui a) exterior b) tangent c) secant
a $x^2+y^2+2x+4y+1=0$. (a: $k < -2\sqrt{5}$ o $k > 2\sqrt{5}$, b: $k = \pm 2\sqrt{5}$, c: $-2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$)
220. Estudieu la posició relativa de la corba $x^2-2y^2=1$ respecte a la circumferència de
centre $C(0,0)$ i radi 2. Feu-ne la representació gràfica. $((\pm\sqrt{3},1),(\pm\sqrt{3},-1))$
221. Estudieu la posició relativa de la corba $x^2-2y^2=1$ respecte a la corba $x^2+2y^2=7$.
Representació gràfica. $((2,\pm\sqrt{(3/2)}), (-2,\pm\sqrt{(3/2)}))$
222. Inscriviu en la corba $x^2-(y^2/3)=1$ un rectangle de costats paral·lels als eixos i de
perímetre 20. Representació gràfica. $((2,\pm 3), (-2,\pm 3))$

223. Inscriviu un triangle equilàter en la corba $x^2 - 7y^2 = 4$, el qual tingui un vèrtex en un dels vèrtexs de la corba. Representació gràfica. $((2,0), (5, \sqrt{3}), (5, -\sqrt{3}))$
224. Trobeu la longitud de la corda paral·lela a l'eix menor de la corba $x^2/36 + y^2/25 = 1$, corda que divideix el semieix major en dues parts iguals. Representació gràfica. $(5\sqrt{3})$
225. Inscriviu un triangle equilàter amb vèrtex en $P(4,0)$ en la corba $x^2/16 + y^2/9 = 1$. Feu-ne la representació gràfica. $(-44/43, \pm 3\sqrt{1 - (11/43)^2})$
226. Trobeu els punts de la corba $x^2 + y^2 = 16$ que estan a major i a menor distància, respectivament, de $P(1,1)$. Feu-ne la representació gràfica.
- $((-2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}), (2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}))$