

GEOMETRIA

0. Estan els punts $A(2,1,3)$, $B(6,0,8)$, $C(10,-1,13)$ alineats? En cas afirmatiu, trobeu l'equació vectorial de la recta a la qual pertanyen. Pertany el punt $D(1,-3,4)$ a aquesta recta?
1. Calculeu a i b perquè els punts $A(-2,1,3)$, $B(-1,-1,2)$, $C(2-a,3,b-1)$ estiguin alineats.
2. Trobeu les equacions vectorial, paramètriques, contínua i cartesiana de la recta que passa pels punts $A(1,2,-5)$, $B(5,0,4)$. Pertany el punt $Q(9,-2,5)$ a la recta? (Resoleu aquesta última qüestió també per determinants)
3. Repetiu el problema 24 amb els punts $M(3,2,1)$, $N(5,2,-3)$. (cart.: $0=y-2$, $0=2x+z-7$)
4. Esbrineu si els punts $A(1,-2,0)$, $B(-1,3,2)$ pertanyen a la recta r :
- $$r: \begin{cases} 3x - 2y + 6z = 3 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$
5. Trobeu les formes vectorial, paramètriques i contínua de la recta r :
- $$r: \begin{cases} 3x + 2y - 3z - 2 = 0 \\ -6x + 8y - 3z + 1 = 0 \end{cases} \quad ((x,y,z) = (1/2, 1/4, 0) + a(1/2, 3/4, 1))$$
6. Escriviu les equacions vectorial, paramètriques i contínua de la recta r :
- $$r: \begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ 3x - 2y + z = 3 \end{cases} \quad ((x,y,z) = (3/7, -6/7, 0) + a(-1, -1, 1))$$
7. Escriviu l'equació cartesiana de la recta del problema 22.
8. Estudieu la posició relativa de les rectes:
- $$r: (x,y,z) = (1,2,-2) + a(5,10,3), \quad s: (x,y,z) = (2,2,1) + b(1,2,-1)$$
- (Es creuen)

9. Esbrineu la posició relativa de les rectes:

$$r: \frac{x-4}{-8} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-10}, s: (x, y, z) = (2, 1, 3) + \alpha(4, -1, 5) \quad (\text{Paral.leles no coincidents})$$

10. Trobeu l'equació de la recta s que passa pel punt $A(1, 1, 3)$ i és paral.lela a la recta $r: (x, y, z) = (2, -1, 5) + \alpha(3, -2, -7)$.

11. Estudieu la posició relativa de les rectes:

$$r: (x, y, z) = (1, 2, -2) + \alpha(5, 1, 3), s: (x, y, z) = (2, 2, 1) + \beta(1, 2, -1) \quad (\text{Es creuen})$$

12. Esbrineu la posició relativa de les rectes:

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z, s: x+6 = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+8}{2} \quad (\text{Es tallen en } (-3, -7, -2))$$

13. Digueu quina és la posició relativa de les rectes:

$$r: \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - y + z = -2 \end{cases}, s: \begin{cases} 5x + y + 3z = 2 \\ x - 4y + 2z = -1 \end{cases} \quad (\text{Paral.leles no coincidents})$$

14. Estudieu la posició relativa de les rectes:

$$r: \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x + y - 3z = -4 \end{cases}, s: \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 3x + y - z = 0 \end{cases} \quad (\text{Es creuen})$$

15. Trobeu l'equació de la recta s que passa per $A(5, -3, -6)$ i és

paral.lela a la recta $r: \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - y + z = -2 \end{cases}$

$$\left(\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - y + z = 1 \end{cases}, (x, y, z) = (5, -3, -6) + \alpha(-2/3, 1/3, 1) \right)$$

16. Esbrineu la posició relativa de les rectes:

$$r: \begin{cases} 2x + 2y - z = 7 \\ x - y - 3z = 2 \end{cases}, s: \begin{cases} -x + 4y - z = 8 \\ 5x - y - 2z = 5 \end{cases} \quad (\text{Es tallen en } (1, 2, -1))$$

17. Escriviu les equacions vectorial, paramètriques i cartesiana del pla que passa pel punt $A(0, 0, 3)$ i té per subespai director el generat pels vectors $\mathbf{u}(3, 5, 1)$ i $\mathbf{v}(-2, 1, 2)$. $(9x - 8y + 13z = 39)$

18. Repetiu el problema anterior amb $A(1,-2,5)$, $u(1,0,-1)$, $v(2,3,0)$.
($3x-2y+3z=22$)
19. Digueu si el punt $A(0,1,-2)$ pertany al pla π : $7x-3y+4z=1$. Escriviu l'equació vectorial d'aquest pla.
20. Pertanyen els punts $A(1,2,3)$, $B(0,9,-2)$ al pla π :
(x,y,z)= $(-1,2,0)+a(-1,-1,8)+b(1,-2,6)$?
21. Escriviu les equacions vectorial i cartesiana del pla que passa pels punts $A(1,2,3)$, $B(4,1,7)$, $C(2,4,8)$. ($13x+11y-7z=14$)
22. Trobeu l'equació del pla que passa per $A(1,-1,4)$ i conté la recta r :
 $r: \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{2}$ ($-x+2z=7$)
23. Escriviu l'equació del pla que passa per $P(3,0,-7)$ i conté la recta
 $r: r: \begin{cases} 5x-3y+2z=1 \\ 2x-y+z=5 \end{cases}$ (Resoleu-lo per dos mètodes)
($(x,y,z)=(3,0,-7)+a(-1,-1,1)+b(11,23,7)$)
24. Calculeu l'equació del pla determinat per les rectes r i s :
 $r: (x,y,z)=(2,1,3)+\mu(4,-1,5), s: \frac{x-4}{-8} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-10}$ ($17x+18y-10z=22$)
25. Trobeu l'equació del pla determinat per les rectes r i s :
 $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z, s: x+6 = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+8}{2}$ ($7x-3y-5z=10$)
26. Estudieu per determinants si les rectes del problema 48 es tallen.
(Sí)
27. Repetiu el problema anterior amb les rectes r :
(x,y,z)= $(1,3,4)+a(2,1,3)$, $s: (x,y,z)=(0,0,5)+b(-2,4,1)$
(Es creuen)

28. Trobeu l'equació del pla que passa per $A(5,4,0)$ i és paral·lel al pla $\pi: (x,y,z)=(1,2,3)+a(3,1,2)+b(2,-1,-3)$. ($-x+13y-5z=40$)
29. Esbrineu la posició relativa del pla π del problema anterior respecte al pla $\pi':(x,y,z)=(1,5,3)+d(8,1,1)+e(9,-2,-7)$. (Paral.no coincid)
30. Digueu quina és la posició relativa del pla π del problema anterior respecte al pla $\pi':(x,y,z)=(1,5,3)+d(8,1,1)+e(9,-2,-5)$. (Es tallen)
31. Estudieu la posició relativa dels plans: $\pi: -x+13y-5z=10$, $\pi': 2x-26y+10z=47$.
32. Trobeu l'equació del pla que passa per $A(-1,3,-2)$ i és paral·lel al pla π del problema anterior. ($-x+13y-5z=50$)
33. Esbrineu la posició relativa dels plans $\pi: 3x-y+z=4$, $\pi': x-3y+2z=5$. (Determinen recta: $(x,y,z)=(7/8,-11/8,0)+a(-1,5,8)$)
34. Escriviu l'equació del pla que passa per $P(3,2,1)$ i conté la recta $r: \begin{cases} 3x-y+z=2 \\ x+2y-z=3 \end{cases}$ ($x-5y+3z=4$)
35. Estudieu la posició relativa de la recta r i el pla π :
 $r:(x,y,z)=(1,3,2)+\mu(5,1,2), \pi:(x,y,z)=(1,0,0)+\alpha(1,1,1)+\beta(3,-1,0)$
 (Paral·lels, r no continguda en π)
36. Esbrineu la posició relativa de la recta r i el pla π : $r: (x,y,z)=(0,0,3)+a(3,4,-2)$, $\pi: 2x-y+3z=7$.
 (No paral·lels, perquè $2(-3)-4+3(-2) \neq 0: (3,4,2)$ no pertany al subespai director del pla. Es tallen en $(3/2,2,2)$)
37. Digueu quina és la posició relativa de r i π :
 $r: \begin{cases} 3x-y+z=1 \\ x+y-z=3 \end{cases}, \pi: x=1$ (Va bé fer-lo, i el següent també, després del 80, per tractar l'orientació de $\pi.r$ continguda en π)

38. Estudieu la posició relativa de la recta r i el pla π :

$$\pi: 2x + y - 3z = -5, r: \begin{cases} 3x + z = 5 \\ x + 4y = -3 \end{cases} \quad (\text{Es tallen en } (1, -1, 2))$$

- Calculeu l'angle que fan els vectors:

39. $\mathbf{u}(-1, 0, 3), \mathbf{v}(2, 0, -1)$ (135°)

40. $\mathbf{t}(3, 2, -4), \mathbf{m}(-1, 8, 3)$ (88°)

41. $\mathbf{a}(-1, 3, 5), \mathbf{b}(3, -1, 2)$ ($79^\circ 35'$)

42. Trobeu l'angle que fan les arestes AB i CD del tetràedre $A(0, 0, 0), B(1, 2, 0), C(3, 1, 0), D(1, 1, 5)$ (99°)

43. Digueu si són perpendiculars les rectes: $r: \frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{4}, s: \frac{x}{-4} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+3}{2}$

44. Calculeu l'equació de la recta que passa per $A(3, 2, 1)$ i és perpendicular al pla $\pi: 5x - y + z = 3$.

45. Trobeu l'equació del pla que passa per $P(4, 2, 0)$ i és perpendicular a la recta $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{3} = z-1$. ($2x+3y+z=14$)

46. Trobeu l'equació de la recta que passa per $A(1, 2, 3)$ i és perpendicular a la recta r i la talla: $r: \frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{7}$
($(x, y, z) = (1, 2, 3) + a(-128, 99, 79)$. Si no la tallés hi hauria infinites solucions)

47. Repetiu el problema anterior amb $P(4, 2, 0)$ i $r:$
 $(x, y, z) = (3, 0, 1) + a(2, 3, 1)$ ($(x, y, z) = (4, 2, 0) + b(0, 1, -3)$)

48. Calculeu l'equació de la recta que passa per $A(1, 2, 3)$ i és perpendicular al pla $\pi: (x, y, z) = (1, 1, 2) + a(2, 4, -1) + b(-1, 2, 0)$.
($(x, y, z) = (1, 2, 3) + c(2, 1, 8)$)

49. ¿Existeix algun pla que passi per la recta r i sigui perpendicular a

la recta s ? $r: \begin{cases} 3x - y + z = 2 \\ x + 2y - z = 3 \end{cases}, s: (x, y, z) = (1, 2, 3) + \alpha(1, -1, 3)$ (No)

50. Trobeu l'angle entre els plans: $\pi: 3x + 4y - 12z = 1$, $\pi': 6x + 8y - 24z = 3$. (0)

51. Calculeu l'angle entre els plans: $\pi: 3x - y + 2z = 5$, $\pi': x + y - z = 3$. (90°)

52. Trobeu l'angle que fan la recta r i el pla π :

$r: (x, y, z) = (3, 0, -4) + a(2, 3, -2)$, $\pi: 4x - y + 2z = 3$ (3°2')

53. Trobeu l'equació del pla que passa per $P(-1, 2, 5)$ i és perpendicular al pla $\pi: 3x - 8y + z = 2$.

(Infinites solucions...s el feix d'aresta: $r: \begin{cases} x - 3z = -16 \\ y + 8z = 42 \end{cases}$)

54. Calculeu l'equació del pla que passa per la recta $r: (x, y, z) = (1, 2, 0) + a(-1, 0, 3)$ i és perpendicular al pla $\pi: 5x - y = 8$.
($(x, y, z) = (1, 2, 0) + a(-1, 0, 3) + b(5, -1, 0)$)

55. Escriviu les equacions vectorial i cartesiana dels eixos de coordenades i de les rectes que passen pel punt (a, b, c) i són paral·leles als eixos de coordenades.

56. Digueu de què és equació: $x = 2$. Quina orientació té? (En \mathbb{R}^2 i \mathbb{R}^3)

57. Esbrineu de què és equació i quina orientació té: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$ (En \mathbb{R}^2 i \mathbb{R}^3)

58. Escriviu les equacions vectorial i cartesiana dels plans xz , yz , xy .

- Responen les següents qüestions:

59. Quines orientacions tenen en l'espai els plans $\pi: x + y = 5$, $\pi': y - z = 2$?

60. Quantes rectes paral·leles a una recta donada estan contingudes en un pla paral·lel a aquesta? I si el pla n'és perpendicular?

61. Quantes rectes que passen per un punt i són perpendiculars a una donada hi ha? I si, a més, la tallen?
62. Discussiu els diferents casos d'una recta que passa per un punt A i n'ha de tallar altres dues.
63. Calculeu la projecció ortogonal del punt $A(2,3,-1)$ sobre la recta $r: (x,y,z)=a(1,1,1)$. ($A'(-2/3,-2/3,-2/3)$)
64. Trobeu la projecció ortogonal del punt $P(1,1,0)$ sobre el pla $\pi: x+y-z=4$. (La p.o. també es diu peu de la perpendicular) $(7/3, -1/3, -4/3)$
65. Calculeu la projecció ortogonal de la recta $r: (x,y,z)=a(1,1,1)$ sobre el pla $\pi: 3x+2y-z=1$.
 $((x,y,z)=(1/4, 1/4, 1/4)+b(-1/2, -3/2, -9/2)$ o bé $\begin{cases} 3x+2y-z=1 \\ 3x-4y+z=0 \end{cases}$)
66. Trobeu la superfície del paral·lelogram $A(1,1,2)$, $B(2,-1,5)$, $D(0,4,3)$. ($S=137^{1/2}=11'7u^2$)
67. Repetiu el problema 72 utilitzant el producte vectorial.
68. Trobeu l'equació de la recta perpendicular a les rectes r i s i que les talla. $r: x+4 = \frac{y-3}{6} = \frac{z}{-5}$, $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{3}$
 (Es troba el pla que conté r i és paral. a $\mathbf{v} \times \mathbf{w}$, i el que conté s i és paral. a $\mathbf{v} \times \mathbf{w}$. La recta és la intersecció d'aquests plans. També es pot resoldre trobant la intersecció de la projecció ortogonal de r sobre π' amb la recta s .)
69. Calculeu, utilitzant dos mètodes diferents, la distància del punt $A(1,-1,0)$ a la recta $r: (x,y,z)=(1,-2,1)+a(2,-3,1)$.
 $(d=42^{1/2}/7=0'93u$. La proj. ort. és $(3/7, -8/7, 5/7)$)
70. Trobeu, per dos mètodes diferents, la distància del punt $P(1,0,-3)$ al pla $\pi: 2x-y+4z=5$. ($d=4725^{1/2}/21=3'27u$)

71. Calculeu la distància entre la recta r i el pla π :
 $r: (x, y, z) = (1, 0, -3) + a(1, 6, 1)$, $\pi: 2x - y + 4z = 5$. (d=3'27u)
72. Trobeu la distància entre els plans $\pi: 4x - 2y + 8z = -20$, $\pi': 2x - y + 4z = 5$.
(d=3'27u)
73. Calculeu la distància entre les rectes r i r' :
 $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = z-1, s: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = z$ (d=0'93u)
74. Trobeu, per tres mètodes diferents, la distància entre les rectes r i r' :
 $r: x+4 = \frac{y-3}{6} = \frac{z}{-5}, s: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{3}$ (d=50/429^{1/2}=2'4u)
75. Calculeu el volum del paral·lelepípede:
 $O(1, 2, -1)$, $A(3, 4, 0)$, $B(-2, 3, 1)$, $C(1, 4, 4)$. (V=26u³)
76. Dues emissores diferents, la primera amb una potència doble de l'altra, estan separades per una distància d . Se sap que la intensitat amb la qual rep un receptor els senyals emesos és directament proporcional a la potència i inversament proporcional al quadrat de la distància entre l'emissora i el receptor. Determineu els punts del pla en els quals la qualitat de recepció de les dues emissores és la mateixa.
($P_1=2P_2$, E_1 en l'origen i E_2 en $(d, 0)$): $x^2 + y^2 - 4dx + 2d^2 = 0$, circ. amb centre $(2d, 0)$ i radi $d\sqrt{2}$)
77. Considereu els següents vectors de \mathbf{R}^3 : $\mathbf{a}(2, 3, 5)$, $\mathbf{b}(1, 2, 3)$, $\mathbf{c}(3, 5, 8)$, $\mathbf{d}(-2, 1, -1)$. Estudieu el subespai generat per ells.
(dim=2, $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 / x+y=z\}$)
78. Trobeu l'equació del pla que conté la recta r i és paral·lel a la recta s :
 $r: \begin{cases} x+y-1=0 \\ 2x-y+z=0 \end{cases}, s: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-4}$
 $(13x-2y+5z-3=0, (x, y, z) = (1, -2, 0) + a(-3, 3, 1) + b(2, 3, -4))$

79. Calculeu l'equació del pla que passa per l'origen de coordenades i és paral·lel a les rectes r i s : $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y-7}{3} = \frac{z-8}{4}$, $s: x=y=z$ ($x-2y+z=0$)
80. Estudieu la posició relativa dels plans $\pi: 2x+3y-5z+7=0$, $\pi': 3x+2y+3z-1=0$, $\pi'': 7x+8y-7z+23=0$.
(Es tallen en la recta intersecció dels plans: $2x+3y-5z=-7$, $-5y+21z=23$)
81. Trobeu el valor de k perquè els següents plans: $\pi: x+y+z=2$, $\pi': 2x+3y+z=3$, $\pi'': kx+10y+4z=11$ tinguin una recta en comú. Escriviu-ne l'equació vectorial.
(per rangs i per feix de plans, $k=7$, $(x,y,z)=(-3,1,0)+a(-2,1,1)$)
82. Considereu el pla $\pi: 2x+y+mz=n$, i la recta $r: \begin{cases} x-2y-2z=1 \\ x+5y-z=0 \end{cases}$.
Calculeu m i n perquè:
a) r i π siguin secants ($m \neq -23/7$)
b) r i π siguin paral·lels ($m = -23/7$, $n \neq 9/7$)
c) r estigui continguda en π ($m = -23/7$, $n = 9/7$)
83. Siguin els plans: $\pi: 2x-y+z=3$, $\pi': x-y+z=2$, $\pi'': 3x-y-az=b$. Calculeu a i b perquè es tallin en una recta r . Trobeu l'equació del pla que passa per $A(2,1,3)$ i conté r .
84. Trobeu l'equació del pla que passa per la recta $r: (x,y,z)=(3,5,2)+a(1,3,-2)$ i està a una distància de $3u$ del punt $A(7,6,3)$.
(Per feix, $\mu=1'7$, $\mu=-0'19$: $3x+2'54y+5'31z-32'31=0$, $3x-1'36y-0'54z-1'12=0$)
85. Escriviu l'equació de la recta que passa per $P(1,2,-1)$, és paral·lela a $\pi: 2x-y-z=3$, i és perpendicular a la recta $r: x=3-a, y=2+a, z=1-3a$.
($(x,y,z)=(1,2,-1)+m(4,7,1)$)

86. Calculeu l'equació de la recta que passa per $A(2,3,5)$ i pel punt mitjà del segment determinat per $B(1,0,2)$, $C(3,6,4)$.

87. Estudieu la posició relativa de les rectes r i s :

$$r: \begin{cases} x=3y-2 \\ z=-2y+3 \end{cases}, s: \begin{cases} x-y+2z-2=0 \\ x-2y+1=0 \end{cases} \quad (\text{Es tallen en } (1,1,1))$$

88. Trobeu l'equació de la recta r que passa per l'origen de coordenades

i talla les rectes s i t : $s: \begin{cases} x=3y+2 \\ z=4-2y \end{cases}, t: \begin{cases} x-y+z=0 \\ x-2y+3=0 \end{cases}$

(Les rectes s i t es creuen. $r:(x,y,z)=a(-9,-3,6)$. Primer mètode: intersecció del pla π que passa per s i 0 amb el que passa per t i 0 . Segon mètode: trobar pla π que passa per r i 0 , buscar la seva intersecció Q amb t , i trobar la recta que passa per 0 i per Q)

89. Escriviu l'equació de la recta t que passa per $P(1,0,2)$ i talla les

rectes: $r: \frac{x}{3} = y+2 = z, s: \frac{x+1}{6} = \frac{y}{-2} = z$.

90. Calculeu l'equació de la recta r paral·lela a s , i que talla les

rectes t i u : $s: \begin{cases} x=0 \\ z=3 \end{cases}, t: x=y=z, u: \begin{cases} z=5 \\ y=0 \end{cases}$.

91. Trobeu l'equació de la recta r paral·lela a la recta s :

$(x,y,z)=a(1,1,1)$, i que talla les rectes

$t:(x,y,z)=(2,1,3)+b(2,-1,0)$ i $u:(1,1,5)+c(-3,4,-1)$.

92. Existeix alguna recta que talli les tres rectes r , s i t ?:

$$r: x=y=z, s: \begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases}, t: \begin{cases} y=3 \\ z=x+4 \end{cases}$$

93. Escriviu les equacions dels plans que passen per $P(4,5,6)$ i són paral·lels als plans de coordenades.

94. Calculeu el valor de a perquè els punts $A(0,0,1)$, $B(0,1,2)$, $C(-2,1,3)$, $D(a,a-1,2)$ siguin coplanaris. $(a=4)$

95. Trobeu l'equació del pla, si existeix, que conté les rectes:

$$r: x-3 = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}, s: \frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z}{-2} \quad (\text{Es tallen})$$

96. Escriviu l'equació del pla, si existeix, que conté les rectes:

$$r: -x-1 = \frac{y+2}{2} = \frac{3-z}{3}, s: \frac{x+3}{2} = \frac{1-y}{4} = \frac{z}{6} \quad (\text{Es creuen})$$

97. Calculeu l'equació del pla, si existeix, que conté les rectes:

$$r: -x-1 = \frac{y+2}{2} = \frac{3-z}{3}, s: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{6} \quad (\text{Són paral.leles})$$

98. Trobeu l'equació del pla que passa per $A(3,2,7)$ i per la intersecció dels plans $\pi: x-y-z-4=0$ i $\pi': x+y-z+7=0$. $(3x+y-3z+10=0)$

99. Escriviu l'equació del lloc geomètric dels punts que equidisten dels plans $\pi: 2x+y-2z+3=0$, $\pi': 2x-2y-z-1=0$. Interpreteu el resultat.

(...s el pla bisector: $4x-y-3z+2=0$, $3y-z+4=0$)

100. Calculeu l'equació del pla paral.lel a les rectes r i s i que estigui a

una distància de $215^{1/2}u$ del punt $A(1,1,0)$: $r: \frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{2} = z-1, s: \begin{cases} x-4y+1=0 \\ z-3y-3=0 \end{cases}$
($x-y-z=+-25'33$)

101. Trobeu l'equació del pla perpendicular a la recta r i que estigui a una distància de $3 \cdot 2^{1/2}u$ del punt $P(0,1,-2)$. $r: \begin{cases} x=y \\ z=3 \end{cases} \quad (x+y=2)$

102. Escriviu l'equació de la recta r que passa per $P(1,-1,3)$ i és

paral.lela a $s: s: \begin{cases} x+3y+z=5 \\ 2x-y+2z=1 \end{cases}$

103. Trobeu l'equació del pla que passa per $P(-2,0,3)$ i conté la recta $r: (x,y,z)=(1,-1,2)+a(-1,2,3)$.

104. Calculeu l'equació del pla que passa per la recta

$r: (x, y, z) = (-1, 0, 0) + a(1, 3, -1)$ i és paral·lel a la recta $s: x/3 = 5 - y = z + 3$.

105. Escriviu l'equació del pla que passa pels punts $A(1, 2, -4)$, $B(0, 3, 2)$ i

és paral·lel a $r: \frac{x-2}{-2} = y-1 = \frac{z+4}{2}$

$(x, y, z) = (1, 2, -4) + a(-1, 1, 6) + b(-2, 1, 2)$

106. Trobeu l'equació del pla que conté les rectes r i s :

$r: x-3 = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}, s: \frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z}{-2}$

107. Calculeu l'equació del pla que passa per $P(1, -2, 0)$ i conté la recta

$r: r: \begin{cases} x+2y-3z=0 \\ x-y+2z=3 \end{cases}$

108. Escriviu l'equació del pla que passa per $A(-3, 0, 1)$ i és paral·lel a

$\pi: x+3y-2z=0$.

109. Trobeu el valor de m perquè r i π siguin paral·lels:

$r: x-1 = \frac{y+5}{2} = z-3, \pi: 4x+my+z=2$

110. Existeix algun pla que contingui r i sigui paral·lel a π ?:

$r: \begin{cases} 2x+y-3z=5 \\ -x+3y+z=-3 \end{cases}, \pi: 7x+11y-12z=1$

111. Calculeu m perquè les rectes r i s determinin un pla i trobeu la seva

equació cartesiana: $r: \frac{x}{2} = y+3 = \frac{z-1}{2}, s: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{m} = \frac{z-7}{4}$

$(m=4/5, 6x-30y+9z=95)$

112. Repetiu el problema anterior amb:

$r: \frac{x}{2} = y+3 = \frac{z-1}{2}, s: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{m} = \frac{z-7}{4}$

113. Trobeu a i b perquè $r: x/a=y=z+1$ estigui continguda en $\pi: 2x-3y+z+b=0$.

114. Calculeu l'angle que fan les rectes

$$r: (x, y, z) = (-1, 2, -1) + a(2, 1, -3), s: (x, y, z) = (1, -2, 0) + a(3, -2, -1).$$

Es tallen?

115. Trobeu a perquè les rectes r i s es tallin. Calculeu l'angle que

$$\text{formen: } r: \begin{cases} 3x - z = 1 \\ 2x - y = 0 \end{cases}, s: \begin{cases} 2x + z = 1 \\ y - 2z = a \end{cases}$$

116. Calculeu a i b perquè les r i s siguin a) paral·leles,

$$r: y = ax, z = bx$$

$$\text{b) perpendiculars: } s: \begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$$

-Trobeu el punt simètric de $A(1, 2, -1)$ respecte a:

117. $M(1, -2, -4)$ ($A' = (1, -6, -7)$)

118. $\pi: x+y-z+3=0$ (Proj. ort. $(-4/3, -1/3, 4/3)$)

119. $r: (x-1)/2 = y/3 = z/4$ $(37/29, -46/29, 45/29)$

120. Calculeu l'angle que fan els plans $\pi: x+y-3z+1=0$, $\pi': 2x-3y+2z+1=0$.

121. Trobeu l'angle que fan el pla $\pi: 2x-y+3z+1=0$ i la recta $r: \begin{cases} x-3y-z+3=0 \\ 2x-y-z-1=0 \end{cases}$.

122. Calculeu l'equació del pla perpendicular al segment determinat pels punts $A(1, 2, -3)$ i $B(-3, 0, 1)$ i que passa pel seu punt mitjà. Aquest pla rep el nom de pla mediador.

123. Escriviu l'equació del pla que conté la recta AB i és perpendicular a CD: $A(1, 0, 2)$, $B(0, 1, 4)$, $C(-1, 2, 0)$, $D(2, -1, 3)$.

124. Trobeu l'equació del pla que conté $r: x=y=z$ i és perpendicular a $\pi: x+y-z-1=0$.
125. Calculeu l'equació del pla que passa pels punts $A(2,1,0)$, $B(0,1,3)$ i és perpendicular a $\pi: 2x-y+z-4=0$.
126. Escriviu l'equació del pla que passa per l'origen de coordenades i és perpendicular als plans $\pi: 2x-y+3z-1=0$, $\pi': 3x+y+2=0$.
127. Trobeu l'equació del lloc geomètric dels punts de l'espai que estan a una distància de $4u$ de $A(1,2,-1)$.
128. Calculeu la distància de $P(1,2,3)$ a $r: (x-2)/2=(y-3)/2=z-4$ i trobeu el punt de r que està a una distància mínima de P .
($d=0'47u$, $P'(8/9, 17/9, 31/9)$)
129. Trobeu la distància de l'origen de coordenades a $\pi: 4x+2y-4z=5$ i calculeu el punt del pla la distància del qual a l'origen és mínima.
($d=0'83u$, $(5/9, 5/18, -5/9)$)
130. Calculeu la superfície i els angles del triangle: $A(1,1,1)$, $B(3,2,1)$, $C(-1,3,2)$.
($S=3'2u^2$, $107,35^\circ$, $30,20^\circ$, $42,44^\circ$)
131. Trobeu la distància entre $\pi: 3x+y-z=3$, $\pi': 3x+y-z=8$ i la projecció ortogonal de $(2,1,0)$ sobre cadascun.
132. Dues cares d'un cub estan situades en els plans $\pi: 2x-2y+z-1=0$, $\pi'=4x-4y+2z+5=0$. Trobeu-ne el volum. ($1'58u^3$)
133. Trobeu un punt de l'eix Y que estigui a una distància de $4u$ de $\pi: 3x+12y-4z=5$.
($(0, 4'75, 0)$, $(0, -3'92, 0)$)
134. Calculeu la distància entre $r: x-3=y-2=7-z$ i $\pi: x+2y+3z=0$.
135. Trobeu el volum de la piràmide amb vèrtex $O(4,2,8)$ i base $A(5,0,0)$, $B(0,5,0)$, $C(3,0,2)$, $D(0,2,3)$, després de comprovar que aquests quatre punts formen un quadril·ter pla.

136. Calculeu el valor de a perquè el volum del tetrèdredre: $A(1,2,3)$, $B(0,1,2)$, $C(3,-1,5)$, $D(a,-1,2a)$ sigui $46u^3$.