

## INTEGRALS

- 1 a)  $\int 3 \cdot x^6 dx$       b)  $\int \frac{2}{x^2} dx$       c)  $\int 5 \cdot \sqrt[3]{x^2} dx$       d)  $\int \frac{7}{\sqrt{x}} dx$       e)  $\int \frac{x^3}{4} dx$
- 2 a)  $\int (3-2x^2+x^3) dx$       b)  $\int (5-3x)^2 dx$       c)  $\int 5x^2 \cdot \sqrt[7]{x} \cdot dx$       d)  $\int \frac{\sqrt{x}}{x^4} dx$
- 3 a)  $\int \frac{4x^5-2x^3-7x^2+2x-4}{5x^3} dx$       b)  $\int (\frac{3}{x^2} - \frac{3}{x} + 3 + 5\frac{x^2}{\sqrt{x}} - 2x^2 - x^3) dx$       c)  $\int (1+x)^2 dx$
- 4 a)  $\int (3-4x^3)^2 x^2 dx$       b)  $\int (4-3x^2) \cdot \sqrt{x} dx$       c)  $\int (\sqrt[5]{x} - \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}}) dx$
- 5 a)  $\int \frac{4x^2+7x-6\sqrt{x}+3}{5\sqrt[4]{x}} dx$       b)  $\int \frac{7x^3-2x+\sqrt[3]{x}+3}{x^2} dx$       c)  $\int (5x+3)^7 dx$
- 6 a)  $\int \frac{dx}{4x-3}$       b)  $\int \frac{2dx}{5x+1}$       c)  $\int 3x^2(1-6x^3)^4 dx$       d)  $\int 4x \cdot \sqrt[3]{7x^2-3} dx$
- 7 a)  $\int \frac{x}{x^2+1} dx$       b)  $\int \frac{9}{x^2+1} dx$       c)  $\int \sin x dx$       d)  $\int \cos x dx$       e)  $\int e^x dx$
- 8 a)  $\int \operatorname{tg} x dx$       b)  $\int \frac{\sin x}{1+\cos x} dx$       c)  $\int \frac{3\cos x-2\sin x}{\cos x} dx$       d)  $\int \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$
- 9 a)  $\int (3e^x-2e^{-x}) dx$       b)  $\int \frac{e^x dx}{1+e^x}$       c)  $\int 8x^2 \sqrt[5]{4x^3-3} dx$       d)  $\int \frac{2dx}{1-4x}$
- 10 a)  $\int e^{5x} dx$       b)  $\int e^{3x} \operatorname{cose}^{3x} dx$       c)  $\int x e^x dx$       d)  $\int x \cdot e^{x^2} dx$
- 11 a)  $\int 4^{8x} dx$       b)  $\int \frac{(3e^{2x}-2e^{-3x})}{e^{-\pi}} dx$       c)  $\int \frac{1+2x}{1+x^2} dx$       d)  $\int \frac{\ln x}{4x} dx$
- 12 a)  $\int \operatorname{tg}(5x+1) dx$       b)  $\int \frac{2x+1}{x^2+x+3} dx$       c)  $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$       d)  $\int 7x \sqrt[6]{2x^2+4} dx$
- 13 a)  $\int \frac{3x^5}{(2-x^6)^4} dx$       b)  $\int \frac{5x^5}{\sqrt{3x^6-5}} dx$       c)  $\int \sin 5x dx$       d)  $\int 2 \cos 3x dx$
- 14 a)  $\int \sin 2x \cos 2x dx$       b)  $\int 3x^4 e^{2x^5} dx$       c)  $\int \arcsin x dx$       d)  $\int x \ln x dx$
- 15 a)  $\int x \sin x^2 dx$       b)  $\int x \sin x dx$       c)  $\int x^2 \cos x dx$       d)  $\int \ln x dx$
- 16 a)  $\int 5x \cos x dx$       b)  $\int x \sin 2x dx$       c)  $\int x^2 e^{8x^3} dx$       d)  $\int x^2 e^x dx$
- 17 a)  $\int 6x^2 \sin 7x^3 dx$       b)  $\int e^x \sin x dx$       c)  $\int 2x^2 e^{5x} dx$       d)  $\int \operatorname{arctg} x dx$

- 18 a)  $\int \frac{(1+\ln x)^2}{x} dx$       b)  $\int \sin^2 x \cos x dx$       c)  $\int x^2 \ln x dx$       d)  $\int e^{\sin x} 3 \cos x dx$
- 19 a)  $\int \frac{x^3-3x}{x^2-1} dx$       b)  $\int \frac{\sin 2x-1}{\cos 2x+2x-3} dx$       c)  $\int \frac{dx}{x^2-x-6}$       d)  $\int \frac{x-3}{x-1} dx$
- 20 a)  $\int \frac{\sqrt{\ln x+1}}{x} dx$       b)  $\int \frac{\sin x+\cos x}{(\sin x-\cos x)^2} dx$       c)  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$       d)  $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- 21 a)  $\int \sin x \cos^3 x dx$       b)  $\int \frac{2x^3-5x^2+2}{3x+2} dx$       c)  $\int \frac{\ln x}{x} dx$       d)  $\int e^{x\sqrt[3]{1+e^x}} dx$
- 22 a)  $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$       b)  $\int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$       c)  $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$       d)  $\int \frac{x+1}{x^2+2x-6} dx$
- 23 a)  $\int \frac{\ln^4 x}{5x} dx$       b)  $\int \frac{1}{x^2+x} dx$       c)  $\int \frac{e^x+2}{e^x+2x-4} dx$
- d)  $\int \frac{x+1}{3x^2+6x+9} dx$        $(\ln(3x^2+6x+9)^{1/3}+C)$
- 24 a)  $\int \frac{7x^4-3x+2}{x-2} dx$        $(7x^4/4+14x^3/3+14x^2+53x+\ln(x-2)^{108}+C)$
- b)  $\int \frac{2x^3-x-2}{x+3} dx$        $((2/3)x^3-3x^2+17x+\ln(1/(x+3)^{53})+C)$
- c)  $\int \frac{4}{x^3-7x-6} dx$        $(\ln\{[(x+2)^4(x-3)]^{1/5}/(x+1)\}+C)$
- d)  $\int \frac{2x-1}{x^2-1} dx$        $(\ln[(x+1)^3(x-1)]^{1/2}+C)$
- 25 a)  $\int \frac{2x+5}{x^3-2x^2-x+2} dx$        $(\ln\{[(x+1)/(x-1)^7]^{1/2} \cdot (x-2)^3\}+C)$
- b)  $\int \frac{2x+1}{x^2-2x+1} dx$       (arrels múlt.:  $-3/(x-1)+\ln(x-1)^2+C$ )
- c)  $\int \frac{x-5}{(x-1)(x+1)^2} dx$       (arrels múlt.:  $\ln[(x-1)(x+1)]-3/(x+1)+C$ )
- 26  $\int \frac{2x-5}{x^4-5x^3+9x^2-7x+2} dx$   
(arrels múlt.:  $\ln[(x-2)/(x-1)]^9+9/(x-1)+7/[2(x-1)^2]+C$ )
- 27  $\int \frac{dx}{3x^2+6x+9}$       (arrels comp.:  $(2^{1/2}/6) \arctg[(x+1)/2^{1/2}]+C$ )
- 28  $\int \frac{dx}{2x^2-5x+8}$       (arrels comp.:  $(2/39^{1/2}) \arctg[(4x-5)/39^{1/2}]+C$ )

- 29  $\int \frac{x}{x^2+2x+17} dx$  (arrels comp.:  $-(1/4)\arctg[(x+1)/4] + \ln[(x^2+2x+17)/16]^{1/2} + C$ )
- 30  $\int \frac{3x-2}{3x^2+6x+9} dx$  (arrels comp.:  $\ln\{[(x+1)^2/2]+1\}^{1/2} - (5.2^{1/2}/6)\arctg[(x+1)/2^{1/2}] + C$ )
- 31  $\int \frac{x^2-5x+6}{x^3-8x^2+19x-12} dx$  (arrel real i comp.:  $\ln[(x^2-4x+13)/9]^{11/26} + (3/13)\arctg[(x-2)/3] + C$ )
- 32 a)  $\int \sin^2 x dx$                       b)  $\int \cos^2 x dx$                       c)  $\int \operatorname{tg}^2 x dx$
- 33 a)  $\int \sin^2 3x$                       b)  $\int \cos^4 x dx$                       c)  $\int \sin^3 x dx$                       d)  $\int \cos^5 2x$
- 34 a)  $\int 5x^2 \sqrt[4]{1-6x^3} dx$                       b)  $\int x \sin 5x dx$                       c)  $\int 3x \cos x^2 dx$
- 35  $\int e^x \cos x dx$                        $(1/2)(e^x(\cos x + \sin x)) + C$
- 36 a)  $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx =$                       b)  $\int \frac{\cos x}{1-\cos x} dx =$                       c)  $\int \operatorname{tg}^2 x dx =$                       d)  $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx =$
- 37 a)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2}} =$  (canvi  $\sqrt{x^2-2}=x+t$ )                      b)  $\int e^x \sin x dx =$                       c)  $\int \frac{dx}{x^4-x^2} =$
- 38 a)  $\int \sqrt{1-4x^2} dx =$  (canvi  $x = \frac{1}{2} \sin t$ )                      b)  $\int \frac{\sin x dx}{1-\cos x} =$  (canvi  $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ )
- 39  $\int \frac{dx}{x[\ln^3 x - 2\ln^2 x - \ln x + 2]} =$  (canvi  $t = \ln x$ )
- 40  $\int \frac{dx}{x^2-a} =$  (canvi  $x = \sqrt{a} t$ )
- 41 Determineu les funcions  $f(x)$ ,  $g(x)$  i  $h(x)$  sabent que:
- $$f'(x) = 2^x ; \quad g'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} ; \quad h'(x) = \operatorname{tg} x$$
- $$f(0) = 0 ; \quad g(1) = 2 ; \quad h(0) = 1$$
- 42 Trobeu la primitiva de la funció  $y = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x}$ , sabent que s'anul·la per a  $x = 1$ .  
( $C = -5/6$ )
- 43 Calculeu:  $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx =$
- 44 Calculeu  $f(x)$  de manera que  $f'(x) = \ln(4x^2 - 1)$  i  $f(0) = 0$ .
- 45 Determineu la primitiva de  $y = x^2 \ln x$  que passa pel punt  $(1, e)$ .

46 Calculeu  $\int_1^2 x^3 dx$

47 Calculeu  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6} =$

48 Calculeu  $\int_1^4 \frac{dx}{x^2 - x - 6} =$

49 Trobeu la superfície de la regió del pla limitada per la funció  $f(x)=x^2$  i l'eix X, entre  $x=0$  i  $x=2$ . (8/3)

50 Trobeu la superfície de la regió del pla limitada per la funció  $g(x)=x^3$  i l'eix X, entre  $x=-1$  i  $x=2$ . (15/4)

51 Trobeu la superfície, de dues maneres diferents, de la regió del pla limitada per la funció següent i l'eix X:

a)  $h(x)=2x$ , entre  $x=0$  i  $x=3$       b)  $i(x)=4$ , entre  $x=-1$  i  $x=4$

52 Trobeu l'àrea de la regió del pla limitada per la corba  $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$  i l'eix d'abscisses entre  $x = -1$  i  $x = 1$ .

- Calculeu la superfície de la regió del pla limitada per les funcions següents i l'eix X:

53  $f(x)=x^3-2x^2-x+2$ , entre  $x=0$  i  $x=3$  (3'5)

54  $g(x)=-x^2-3x-2$ , entre  $x=-2$  i  $x=-1$  (1/6)

55  $h(x)=-x^2+11x-24$ , entre  $x=4$  i  $x=7$  (99/6)

56  $i(x)=10+3x-x^2$ , entre  $x=-1$  i  $x=4$

57  $j(x)=x^2-3x-4$ , entre  $x=-4$  i  $x=-2$  (86/3)

58  $k(x)=x^2-2x-8$ , entre  $x=0$  i  $x=6$  (41'4)

59  $l(x) = x^{-1}$ , entre  $x=1$  i  $x=e$

60  $f(x)= x^3-2x^2-x+2$ , entre  $x=0$  i  $x=3$ . (3'5)

61 Trobeu la superfície de la regió del pla limitada pels eixos i la funció  $y = x^2 - 5x + 4$ .

62 Calculeu l'àrea del recinte del pla limitat per la funció  $y = \ln x$ , l'eix OX, l'eix OY i la recta  $y = \ln 3$ .

63 Trobeu la superfície de la regió del pla limitada per les funcions

$f(x) = x^2$  i  $g(x) = x + 2$ .

64 Calculeu l'àrea del recinte del pla limitat per les funcions

$$f(x) = 6x - x^2 \quad \text{i} \quad g(x) = x^2 - 2x.$$

65 Determineu l'àrea de la regió del pla limitada per la paràbola  $y^2 - 2x = 0$  i la recta que uneix els punts  $(2,-2)$  i  $(4,2\sqrt{2})$ .

66 Trobeu la superfície de la regió del pla limitada pels eixos OX, OY i la funció

$$y = x^2 - 5x + 4.$$

67 Trobeu l'àrea de la regió del pla determinada per l'eix OX i la funció  $y = \cos x$  entre  $x=0$  i  $x=2\pi$ .

68 Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per  $y = \operatorname{tg} x$  i les ordenades corresponents a  $x = -\pi/4$  i  $x = \pi/4$ .

69 Trobeu l'àrea del recinte del pla determinat per  $y = e^x$  i la corda que uneix els punts d'abscisses  $x = 0$  i  $x = 1$ .

70 Donada la funció  $f(x) = e^x - e$ ,

a) calculeu els punts en què la gràfica talla els eixos de coordenades

b) trobeu la superfície de la regió limitada per la corba i l'eix d'abscisses entre

$$x = 0 \quad \text{i} \quad x = 1.$$

71 Trobeu l'àrea de la regió del pla definida per la corba  $f(x)=\sin x$  i  $x=0$ ,  $x=3\pi/2$ ,  $y=0$ .

(3)

72 Calculeu la superfície del recinte del pla limitat per les funcions  $f(x)=x$  i  $g(x)=x^2$ .

(1/6)

73 Calculeu l'àrea del recinte del pla limitat per les funcions  $f(x) = \sin x$  i  $g(x) = \cos x$ .

74 Trobeu la superfície del recinte limitat per les funcions  $f(x) = e^2$ ,  $g(x) = e^{-x}$  i  $h(x) = 1$ .

75 Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per les funcions

$$f(x) = 2x + 3, \quad g(x) = -3x + 13 \quad \text{i} \quad h(x) = -1.$$

76 Trobeu l'àrea del recinte limitat per les funcions  $f(x)=\frac{1}{x}$ ,  $g(x) = 4x$  i  $h(x) = x$ .

77 Trobeu la superfície de la regió formada per les rectes  $x = -2$ ,  $x = 2$  i la funció  $f(x) = x^2 - |x| + 2$ .

78 Calculeu l'àrea del recinte del pla format per les rectes  $x = -2$ ,  $x = 2$  i la funció  $f(x) = \frac{1}{1+|x|}$ .

79 Trobeu el volum del cos de revolució engendrat quan la funció  $f(x)=x^2$  gira al voltant de l'eix X, entre  $x=0$  i  $x=2$ .

80 Repetiu el problema anterior, amb

a)  $g(x)=x^3$ , entre  $x=-1$ ,  $x=2$

b)  $h(x)=x^2-5x-6$ , entre  $x=-1$  i  $x=2$  (647'4)

81 Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per les funcions  $f(x)=x^2$ ,  $g(x)=1-x^2$ . Trobeu també el volum del cos generat quan aquesta regió gira al voltant de l'eix X.

( $S=0'94$ ,  $V=2'95$ )

82 Trobeu el volum del cos de revolució engendrat quan la funció  $f(x)=\cos x$  gira al voltant de l'eix X, entre  $x=0$  i  $x=\pi$ .

83 Calculeu la superfície de la regió del pla limitada per les corbes  $f(x)=1-x^2$  i  $g(x)=x^2-2$ . Trobeu també el volum del cos generat si aquesta regió gira al voltant de l'eix X. ( $S=4'89$ ,  $V=4'56$ )

84 Calculeu el volum del cos de revolució generat quan la regió del pla definida per la funció  $f(x)=+\sqrt{4-x^2}$  i l'eix X gira al voltant d'aquest.

85 Trobeu el volum d'un cilindre de radi  $r$  i altura  $h$ .

86 Determineu el volum d'un con de radi  $R$  i alçada  $h$ .

87 Demostreu que el volum d'una esfera de radi  $r$  és  $V=4 \pi r^3/3$ .

88 Determineu el volum d'un tronc de con de radi major  $R$ , radi menor  $r$  i alçada  $h$ .

89 Demostreu que la superfície del cercle limitat per la circumferència  $x^2+y^2=r^2$  és  $S=\pi r^2$ .

90 Calculeu el volum del cos generat quan la regió del pla limitada per les funcions  $f(x)=x$  i  $g(x)=x^2$  gira al voltant de l'eix X.