

# POLINOMIS

1) Digues la part literal, el coeficient i el grau dels següents monomis:

- a)  $5 x^3$
- b)  $5/7 a^3bc^2$
- c)  $3 xy$
- d)  $2 xyz^4$

2) Fes les següents operacions entre monomis:

- a)  $4 y^5 m + 3 y^5 m =$
- b)  $3 x^3 y - x^3 y =$
- c)  $7 m^3 z^2 + 6 m^3 z^2 =$
- d)  $4 x^2 t^3 - 5 x^2 t^3 =$
- e)  $5 m^2 t z^3 + 2 m^2 t z^3 - m^2 t z^3 =$
- f)  $4 x^5 y^2 - 2 x^5 y^2 - 1/2 x^5 y^2 + 2/5 x^5 y^2 =$
- g)  $3 x^2 c^2 t + 2 x^2 c^2 t - 2 x^2 c^2 t + x^2 c^2 t =$
- h)  $5 y m^3 - 1/3 a m^3 + 3/7 a m^3 + y m^3 =$
- i)  $(2 b^5 t^3 x) \cdot (7 b^3 t^2) =$
- j)  $(x^2 z) \cdot (3 x t^5) \cdot (2/3 x^3 t^2) =$
- k)  $(10 x^7 y^5) : (2 x^5 y^2) =$
- l)  $(18 m^7 a^2) : (3 m^6 a^5 z^2) =$
- m)  $(9 x^3 t) : (5 x^4 t) =$
- n)  $(2 x^5 y^2 z)^5 =$
- o)  $(3/5 a b^3 c^7)^3 =$

3) Ordena en forma decreixent els següents polinomis i digues-ne el grau:

- a)  $3 + 2 m^4 - 5 m^2 + 3 m =$
- b)  $5 x^2 y - 3 x^3 y + 2 x^2 + 5 =$
- c)  $3 x m^2 - 5 x^3 m^2 + n^7 =$

4) Troba el valor de "a", "b" i "c" perquè els següents polinomis siguin iguals:

$$p(x) = 6 a x^2 - 3 b x + 2 c \quad i \quad q(x) = x^2 + 2 x + 3$$

5) Troba el valor de "a", "b" i "c" perquè els següents polinomis siguin iguals:

$$p(x) = (4a-2) x^3 + 5 c x^2 + 3 x + 5 b \quad i \quad q(x) = 5 b x^2 + 3 x - 4 a$$

Amb els següents polinomis:

$$A(x) = 8x^3 + 6x^2 - 9x + 5$$

$$B(x) = 3x^3 - 15x^2 + 5x - 3$$

$$C(x) = -3x^4 + 4x^2 - 7x + 1$$

$$D(x) = 9x^4 + 3x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 7x - \frac{4}{5}$$

$$E(x) = 3x^2 - 6x + 2$$

$$F(x) = 2x - 1$$

$$G(x) = 5x^2 + 2x$$

$$H(x) = 4x^2 - 3x + 1$$

Fes les següents operacions:

6) a)  $A(x) - D(x) + E(x) - F(x) =$

b)  $E(x) \cdot F(x) =$

$$(6x^3 - 15x^2 + 10x - 2)$$

c)  $E(x) \cdot H(x) =$

$$(12x^4 - 33x^3 + 29x^2 - 12x + 2)$$

d)  $B(x) + C(x) - H(x) + G(x) =$

7) a)  $F(x) \cdot G(x) \cdot H(x) =$

$$(40x^5 - 34x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 2x)$$

b)  $A(x) : F(x)$

$$(4x^2 + 5x - 2, 3)$$

8) a)  $C(x) : E(x) =$

$$(-x^2 - 2x - 2, -15x + 5)$$

b)  $A(x) : G(x) =$

$$\left(\frac{8}{5}x + \frac{14}{25}, -\frac{253}{25}x + 5\right)$$

9) a)  $B(x) : F(x) =$

$$\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{27}{4}x - \frac{7}{8}, -\frac{31}{8}\right)$$

b)  $A(x) : E(x) =$

$$\left(\frac{8}{3}x + \frac{22}{3}, \frac{89}{3}x - \frac{29}{3}\right)$$

10) Fes les següents divisions:

a)  $(2x^2 - 5x + 1) : (x - 2)$

$$(2x - 1, -1)$$

b)  $(3x^3 + 2x^2 + 1) : (x + 1)$

$$(3x^2 - x + 1, 0)$$

c)  $(3x^4 - 2x + 4) : (x - 3)$

$$(5x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{21}{4}, -\frac{21}{8})$$

11) Fes per Ruffini les següents divisions:

a)  $(5x^3 - 3x^2 + 4x) : (x - 1) =$

b)  $(x^2 - 3x - 4) : (x + 1) =$

c)  $(x^3 - 3x - 2) : (x - 2) =$

d)  $(x^4 - 2x^3 - x + 2) : (x + \frac{1}{4}) =$

e)  $(4x^3 - 5x^2 + 3x - 1) : (x - \frac{2}{3}) =$

12) Troba el valor numèric de  $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x - 4$  per: a)  $x = -1$  b)  $x = 1$   
c)  $x = 0$  d)  $x = \frac{2}{3}$ . ¿Algun d'aquests valors és arrel del polinomi?

13) Troba el valor numèric de  $p(x) = 5x^5 - 3x^3 + 2x$  per a)  $x = 2$ ; b)  $x = -2$ ; c)  $x = 0$ ; d)  $x = \sqrt{2}$

14) Troba el valor de "a" per què el valor numèric del polinomi  $p(x) = 2x^3 + ax^2 - ax + 3$  sigui 5 per  $x=2$ . (-7)

15) Troba el valor de "a" per què el valor numèric de  $p(x) = x^4 - 3x^3 + ax^2 - 3x + a$  sigui -3 per a  $x = -1$ .

16) Fes pel mètode de Ruffini la divisió:  $(x^5 - 3x + 1) : (x+2)$  i comprova que es compleix el teorema del residu.

17) Fes per Ruffini les divisions que s'indiquen, comprovant en cada cas que es compleix el teorema del residu:

a)  $2x^8 - 3x^3 + 5x - 1$  entre  $x + 1$

b)  $x^5 - 3x^3 - 54x - 2$  entre  $x+3$

c)  $x^5 - 3x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x - 6$  entre  $x - 1$

18) Calcula el valor de "a" per què el polinomi  $(x + 3)$  sigui un divisor de  $p(x) = 2x^3 + 5ax^2 + 3x - 1$ . (64/45).

19) Calcula el valor de "a" per què la divisió entre  $p(x) = 3x^2 - 2ax + 1$  i  $q(x) = (x - 1/2)$  tingui 3 per residu. (-5/4)

20) Digues si:

a)  $p(x) = x^6 + 1$  és divisible per  $(x - 1)$

b)  $p(x) = x^6 + 1$  és divisible per  $(x + 1)$

c)  $p(x) = x^3 + 1$  és divisible per  $(x + 1)$

d)  $p(x) = x^3 - 1$  és divisible per  $(x - 1)$

21) Troba el valor de "a" per què el polinomi  $p(x) = 3x^2 + ax - 4$  sigui divisible per a  $(x - a)$ . (+1, -1)

22) Troba els valors de "a" i "b" per què el polinomi  $p(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$  sigui múltiple de  $(x-1) \cdot (x+2)$ . (a = 4, b = 1)

23) Quina és la condició necessària i suficient per què  $x^n - a^n$  sigui divisible per  $x+a$ ?  
(n parell)

24) Calcula el valor de "a" en els següents casos:

- d) El polinomi  $p(x) = x^3 - a$  és divisible entre  $(x-1)$ .
- e) El polinomi  $(x+1)$  és un factor de  $p(x) = 5x^3 + ax^2 - 3x + 1$
- f) La divisió de  $6x^3 - ax - 2$  entre  $x+2$  és exacta.
- g) El polinomi  $x^3 + ax^2 - 3x + 2$  és divisible entre  $x - 2$ .
- h)  $(x-a)$  és un divisor de  $x^3 - 5x^2 + ax + 8$ .
- i) El polinomi  $x^3 + ax^2 + 2x + 6$  és divisible entre  $x+a$ .
- j) El polinomi  $ax^3 + 2x^2 + 2ax$  és múltiple de  $x+4$ .
- k) El residu de la divisió del polinomi  $ax^3 - 2ax^2 + 3$  entre  $x+1$  és  $-2$ .
- l) El residu de dividir el polinomi  $ax^4 - 3ax^3 + 2x^2 - 3x + 1$  entre  $x-2$  és  $5$ .

25) ¿Quina és la condició necessària i suficient per què  $x^n + x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1$  sigui divisible per  $x+1$  ?

26) Desenvolupa els següents productes notables:

- m)  $(x^3 + y) \cdot (x^3 - y) =$
- n)  $(2x + 7) \cdot (7 - 2x) =$
- o)  $(5x^2 + 3y) \cdot (3y - 5x^2) =$
- p)  $(\frac{7}{8} m^3 t^4 - a^2) \cdot (a^2 + \frac{7}{8} m^3 t^4) =$
- q)  $(2x + y)^2 =$
- r)  $(t^3 - 3m)^2 =$
- s)  $(2y^5 + 3x^2)^2 =$
- t)  $(4x^2 y^3 + \frac{1}{2} x y^4)^2 =$
- u)  $(3x^4 - 5)^2 =$
- v)  $(6m^3 t - \frac{2}{5} m)^2 =$

27) Calcula les següents potències

- a)  $(x+1)^3 =$
- b)  $(2x^2 + 3)^3 =$
- c)  $(2x - \frac{1}{2})^3$
- d)  $\left(\frac{x^2}{3} - \frac{1}{x}\right)^3 =$
- e)  $(2x^2 + 3x - 2)^2 =$

28) Descompon en productes notables cadascun dels polinomis següents:

a)  $x^2 - 4 =$

b)  $x^2 + 6x + 9 =$

c)  $1 - x^2 =$

d)  $x^2 - 2x + 1 =$

e)  $4x^2 - 25 =$

f)  $4x^2 - 2x + 1/4 =$

g)  $x^2 + 10x + 25 =$

h)  $x^2/9 - y^2 =$

29) Descompon com a producte de factors:

a)  $x^4 - y^4 =$

b)  $x^8 - y^8 =$

30) Treu factor comú en l'expressió:  $3x^4 - 3x^3 + 6x$

31) Descompon factorialment els següents polinomis:

a)  $p(x) = x^2 - 2x - 8$

b)  $p(x) = 6x^2 + 11x + 3$

c)  $p(x) = x^4 - x^3 - 5x^2 + 3x + 6$

d)  $p(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

e)  $p(x) = 2x^5 - 14x^4 + 22x^3 - 10x^2$

f)  $p(x) = x^4 - x^3 - 5x^2 + 3x + 6$

32) Troba les arrels dels següents polinomis:

a)  $A(x) = 5x(x+2)(x-1)^2(x+3)^3$

b)  $B(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$

c)  $C(x) = 3x^4 + 12x^3 - 33x^2 + 18x$

d)  $D(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$

e)  $E(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$

f)  $F(x) = x^4 - 9x^2 + 4x + 12$

33) Resol les següents equacions:

a)  $x^3 - x^2 - 2x = 0$

b)  $5x^3 + 2x^2 = 5x + 2$

c)  $x^4 + 15x^2 + 25x = 9x^3$

34) Escriu un polinomi que tingui per arrels 1 i -2. Comprova'n el resultat.

35) Escriu un polinomi sabent que  $x = 0$  és una arrel simple i  $x = 3$  una arrel doble.

36) Troba un polinomi del que  $x=0$  sigui una arrel triple,  $x = 2$  doble i  $x = -3/2$ , simple.

37) Desenvolupa els següents productes notables:

a)  $(x+4) \cdot (x-4) =$

b)  $(x - 1/2) \cdot (x + 1/2) =$

c)  $(2x^2 - 5yx^3) \cdot (5yx^3 + 2x^2) =$

d)  $(3/2 a^2b + 4y^5) \cdot (4y^5 - 3/2 a^2b) =$

e)  $(x + 3)^2 =$

f)  $(x - 2)^2 =$

g)  $(x^7 - 2y^5)^2 =$

h)  $(a^3 + 3m^2)^2 =$

i)  $(5m^2n^6 + 3m^3)^2 =$

j)  $(1/2 - x^3)^2 =$

k)  $(2x + y)^3 =$

l)  $(x - 1/3)^3 =$

m)  $(2x^2 - 1/x)^3 =$

n)  $(3a^3b + 2/a)^3 =$

38) Si sabem que  $P(x)$  és múltiple de  $Q(x)$ , quins són el m.c.d. i el m.c.m. de  $P(x)$  i  $Q(x)$ ?

39) Troba el m.c.d. i el m.c.m. de  $P(x) = (x - 2)^2 \cdot (x + 3)$  i  $Q(x) = (x + 3)^2 \cdot (x - 2)$

40) Troba el m.c.d. i el m.c.m. dels parells de polinomis següents:

a)  $P(x) = x^2 - 5x + 4$                       i         $Q(x) = x^4 - 1$

b)  $A(x) = x^2 - 4$                             i         $B(x) = x^2 - 2x$

c)  $C(x) = x^2$                                     i         $D(x) = x^2 - x$

d)  $E(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$         i         $F(x) = x^2 + 2x + 1$

e)  $G(x) = x + 1$                                 i         $H(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$

41) Troba el m.c.d. i el m.c.m. dels polinomis:  $A(x) = x^2 + 2x$ ,  $B(x) = x^2 - 4$ ,  
 $C(x) = x^2 + 3x + 2$

42) Troba dos polinomis A(x) i B(x) que tinguin de m.c.d.:  $(x-3)^2 \cdot (x-4)$  i de m.c.m.:  $(x-3)^3 \cdot (x-4)^2 \cdot (x-5)$

43) Troba el m.c.d. i el m.c.m. dels parells de polinomis següents:

a)  $A(x) = x^3 - 25x$

$B(x) = x^2 - 10x + 25$

b)  $C(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

$D(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$

c)  $E(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

$F(x) = x^4 - 3x^3 - 9x^2 + 23x - 12$

44) Desenvolupa els següents productes notables:

a)  $(x+4) \cdot (x-4) =$

b)  $(x + \frac{1}{2}) \cdot (x - \frac{1}{2}) =$

c)  $(2x^2 - 5yx^3) \cdot (2x^2 + 5yx^3) =$

d)  $(\frac{3}{2} a^2b + 4y^5) \cdot (\frac{3}{2} a^2b - 4y^5) =$

e)  $(x + 3)^2 =$

f)  $(x - 2)^2 =$

g)  $(8x^7 - 2y^5)^2 =$

h)  $(a^3 + 3 m^2)^2 =$

i)  $(5m^2n^6 + 3m^3)^2 =$

j)  $(\frac{1}{2} - x^3)^2 =$

k)  $(2x + y)^3 =$

l)  $(x - \frac{1}{3})^3 =$

m)  $(2x^2 - \frac{1}{x})^3 =$

n)  $(3 a^3b + \frac{2}{a})^3 =$

45) Calcula les següents potències:

a)  $(5a^3 - 3a + 4)^2 =$

b)  $(2xy^3 + 4x^3 + 2)^2 =$

c)  $(5x - 3y + 5)^3 =$

46) Descompon com a productes notables cadascun dels polinomis següents:

a)  $x^2 - 36 =$

b)  $x^2 + 8x + 16 =$

c)  $9x^2 - 49 =$

d)  $x^2 - 10x + 25 =$

e)  $x - \frac{2x}{3} + \frac{1}{9} =$

f)  $x^2 - \frac{9}{4} =$

g)  $4 - x^2 =$

h)  $x^2 + 20x + 100 =$

i)  $9x^2 - 6x + 1 =$

j)  $4x^2 - x + 1/16 =$

k)  $9/4 + 3y + y^2 =$

l)  $y^4 - 2y^2 + 1 =$

m)  $y^4 - z^2 =$

n)  $4z^6 - y^4 =$

o)  $x^2 y^4 - z^8 =$

p)  $x^{10} - m^{10} =$

q)  $16x^8 - y^8 =$

r)  $a^6 - b^6 =$

47) Quin és el residu de dividir  $x^6 + 1$  entre  $x + 1$ ? Fes-ho de dues maneres diferents.

48) Troba el valor de "a" per que el polinomi  $3x^4 + 4x^2 + x - a$  al dividir-lo per  $x - 3$  doni de residu 25. Comprova el resultat fent la divisió.

49) Troba el valor de "b" perquè el polinomi  $5x^3 + 4x^2 - 7x + b$  sigui divisible per  $x - 6$ . Comprova-ho.

50) Descompon factorialment els següents polinomis:

a)  $p(x) = x^2 - x - 12$

b)  $q(x) = x^2 - 9x$

c)  $r(x) = 10x^2 - 3x - 1$

d)  $s(x) = x^3 + x^2 - 41x - 105$

e)  $t(x) = 6x^3 + 7x^2 - 1$

f)  $u(x) = 3x^4 - 12x^3 + 18x^2 - 12x + 3$

g)  $v(x) = x^9 - x^5$

51) Troba les arrels dels polinomis:

a)  $A(x) = 2x^2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 5)^3$

b)  $B(x) = (x + 1) \cdot (x - 5) \cdot (x + 7)^2$

c)  $C(x) = 20x^3 + 25x^2 - 30x$

d)  $D(x) = x^5 - 4x^4 + x^3 + 10x^2 - 4x - 8$

e)  $E(x) = x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 41x - 30$

f)  $F(x) = x^7 - 11x^6 + 23x^5 + 35x^4$

52) Descompon en factors:

a)  $A(x) = x^5 + 3x^4 - 10x^3 - 30x^2 + 9x + 27$

b)  $B(x) = 6x^3 + 19x^2 + x - 6$

c)  $C(x) = x^3 + 17x^2 - 25x + 1001$

d)  $D(x) = x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 26x - 24$

e)  $E(x) = 20x^5 + 29x^4 - 25x^3 - 6x^2$

f)  $F(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

g)  $G(x) = 15x^2 - 4x - 3$

h)  $H(x) = 3x^2 - 12x - 15$

53) Escriu un polinomi de segon grau que tingui per arrels  $x = 4$  i  $x = -2$ . Comprova'n el resultat.

54) Escriu un polinomi del que  $x = 0$  sigui una arrel simple i  $x = -5$  una arrel doble. ¿Quants polinomis hi ha amb aquestes arrels?

55) Calcula un polinomi del que  $x = 1/3$  sigui una arrel simple,  $x = 0$  doble i  $x = -4$  triple.

56) Resol les equacions:

a)  $2x^3 + 2x^2 - 16x - 24 = 0$

b)  $6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = 0$

c)  $x^3 + 3x^2 + x = 0$

d)  $x^3 = 9x$

e)  $2x^4 + 20x = 8x^3 + 14x^2$

f)  $x^4 = 16x^2$

57) Descompon en factors:

a)  $1 - x^2$

b)  $x^2 - 9a^2$

c)  $25 - 9x^2$

d)  $9 - 6x + x^2$

e)  $25 - 10x + x^2$

f)  $1 + 2x + x^2$

g)  $x^2 - x + \frac{1}{4}$

h)  $(x + a)(x - a) + (x + a)^2$

## Repàs

1) Troba el valor numèric del polinomi  $p(x) = 5x^3 - 3x^2 + 2x$  per a: a)  $x = 2$  b)  $x = -2$   
c)  $x = 0$  d)  $x = 1$  e)  $x = -1$ . ¿Algun d'aquests valors és arrel del polinomi?

2) Troba el valor numèric del polinomi  $q(x) = 2x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 5$  per a:  
a)  $x = 3$  b)  $x = 1$  c)  $x = -3$  d)  $x = -1$  e)  $x = 0$  f)  $x = 1/2$ . ¿Algun d'aquests valors és arrel del polinomi?

3) Troba el valor de "a" perquè el valor numèric de  $p(x) = x^4 - 3x^3 + ax^2 - 3x + a$  sigui -3 per  $x = -1$ .

4) Fes la divisió de  $2x^8 - 3x^3 + 5x - 1$  entre  $x+1$  per Ruffini i comprova que es compleix el teorema del residu.

5) Comprova amb exemples que el grau del polinomi suma de dos polinomis del mateix grau, és més petit o igual que el grau dels polinomis sumands.

6) Troba, sense substituir, el valor numèric del polinomi  $P(x) = 3x^5 - 5x^3 + 8x$  per a  $x = 0$ ,  $x = 1$  i  $x = -1$

7) Troba el valor numèric del polinomi  $P(x) = 8x^4 - 5x^2 + x + 5$  per a  $x = \sqrt{2}$  i  $x = -\sqrt{2}$ . Què observes?

8) Donats els polinomis  $A(x) = \sqrt{3}x^2 + (\sqrt{2}-1)x^4$   $B(x) = 12 - 2x - \sqrt{3}x^2 + (\sqrt{2}+1)x^4$  i  $C(x) = -2 + 5x$  Calcula a)  $A(x) + B(x) + C(x)$  b)  $A(x) - B(x) + C(x)$

9) Calcula:

a)  $(x^2 + x + 1) \cdot (x^3 - x^2 + 1) =$

b)  $(\frac{3}{5}x^2 - \frac{2}{3}x + 2) \cdot (5x^2 - 3) =$

c)  $(x^2\sqrt{3} - \frac{1}{3}x + 2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{6} =$

10) Sense substituir, troba el valor numèric de:

a)  $2x^5 + 3x^4 + 5x^2 - 6x - 1$  per  $x = -1$  i  $x = \frac{1}{2}$

b)  $\frac{3}{2}x^2 + 2x + 1$  per  $x = -2$  i  $x = 4$

11) Sense fer les divisions digues si els següents polinomis són divisibles entre:

- a)  $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$  entre  $x + 1$   
 b)  $Q(x) = 3x^4 - 5x^3 + 6x$  entre  $x - 2$   
 c)  $R(x) = 2x^3 + x^2 - 6x - 3$  entre  $x + \frac{1}{2}$

12) Digues si els nombres: 2, 0, -3,  $\frac{1}{2}$ ,  $\sqrt{3}$  són arrels del polinomi  $P(x) = x^2 - 5x + 6$

13) Resol l'equació  $2x^3 - 9x^2 + 13x - 6 = 0$ .

14) Descompon en factors i digues totes les arrels del polinomis:

- a)  $A(x) = 2x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 7x + 6$   
 b)  $B(x) = x^4 - 29x^2 + 100$   
 c)  $C(x) = 2x^2 - 6x$   
 d)  $D(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$   
 e)  $Q(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$   
 f)  $R(x) = x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8$

15) Troba el valor de "m" perquè al dividir el polinomi  $x^4 - 5x^3 + mx^2 - 2$  entre  $x + \frac{1}{3}$  doni 2 de residu.

## Fraccions algebraiques

1) Simplifica les següents fraccions descomponent prèviament en factors el numerador i el denominador:

a)  $\frac{4-24x}{(1-6x)^2} =$

b)  $\frac{2x^2-32}{x^2-4x} =$

c)  $\frac{9x^2-12x+4}{9x^2-4} =$

d)  $\frac{x^2-25}{x^2+10x+25} =$

e)  $\frac{2x^2-3x+1}{3x^3-3x^2+x-1} =$

f)  $\frac{x^2-1}{x^3-2x^2+x} =$

g)  $\frac{2x^3-20x^2+50x}{x^4-4x^3-5x^2} =$

h)  $\frac{x^3-4x^2+x+6}{x^4-4x^3-x^2+16x-12} =$

2) Simplifica les següents fraccions:

a)  $\frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{x+1}{x}} =$

b)  $\frac{2}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}} =$

$$c) \frac{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}}{\frac{2x}{x^2-1}} =$$

$$d) \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} =$$

$$e) \frac{\frac{x}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{x}{2} - \frac{1}{3}} =$$

$$f) \frac{\frac{x}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{3x}{4} - \frac{1}{6}} =$$

3) Efectua i simplifica al màxim:

$$a) \frac{4}{x-1} \cdot \frac{2x^2-2}{8} =$$

$$b) \frac{x^2-1}{4} : (x+1) =$$

$$c) \frac{82a^3x^2}{45x^2} \cdot \frac{15x}{41a} =$$

$$d) \frac{x}{2} : \frac{1}{x} =$$

$$e) \left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3}\right) =$$

$$f) \frac{a-1}{2a+1} \cdot \frac{1-4a^2}{ab-b} =$$

$$g) \left(a + \frac{b^2-a^2}{a}\right) \cdot a =$$

$$h) \left(1 + \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{a-b}{2b} =$$

$$i) \left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{x^2-1}\right) \cdot \left(\frac{1}{x} - 1\right) =$$

$$j) 5ab : \frac{5a^2b}{2c} =$$

4) Fes les operacions i simplifica els resultats:

$$a) \left(a - \frac{a^2}{a-b}\right) : \left(b - \frac{b^2}{a+b}\right) =$$

$$b) (x^2 - y^2) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) =$$

$$c) \left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}\right) : \left(1 - \frac{1}{1-x}\right) =$$

$$d) \frac{x^3-x}{3x-6} \cdot \frac{5x+5}{2x-4} =$$

$$e) \frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y} - \frac{2y^2}{x^2-y^2} =$$

$$f) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot \frac{1}{x+y} =$$

$$g) \frac{x+1}{2x-2} - \frac{4x}{x^2-1} + \frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x-1}{2x+2} =$$

$$h) \left(\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}\right) \cdot \left(\frac{2xy}{x^2+y^2} + 1\right) =$$

$$i) \frac{x}{x-\frac{1}{x}} - \frac{1}{x^2-1} =$$

$$j) \frac{x}{x-1} - \frac{x-3}{x+1} - \frac{8(2x+1)}{x^2-1} =$$

5) Fes i simplifica al màxim:

$$a) \frac{x^2-49}{21} \cdot \frac{16x^3}{x^2+14x+49} =$$

$$b) \frac{x^2+2x+1}{x-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x+1} =$$

$$c) \frac{x^2-25}{x^2-64} \cdot \frac{x^2+10x+25}{x^2-16x+64} =$$

$$d) \left( \frac{x}{x+y} - \frac{x}{x-y} \right) : \left( \frac{x}{x-y} + \frac{x}{x+y} \right) =$$

6) Simplifica les següents fraccions algebraiques:

$$a) \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$$

$$b) \frac{x^6-7x^4-6x^2}{x^5+x^4-7x^3-13x^2-6x}$$

$$c) \frac{x^4-16}{(x^2-4x+4) \cdot (x^2+4x+4)} =$$

$$d) \frac{x^4-6x^3+9x^2}{x^5-9x^3} =$$

7) Fes les operacions que s'indica:

$$a) \frac{5}{x-1} + \frac{3x}{x+1} - \frac{6x+4}{x^2-1}$$

$$b) \frac{10x-2}{x^3-4x^2-5x} - \frac{2x-2}{x^2-5x} - \frac{3}{x+1}$$

$$c) \frac{2x-1}{x-3} - \frac{x-5}{x+2} + \frac{2-6x}{x^2-x-6} =$$

$$d) \frac{3x-1}{x^2+x-2} - \frac{2x+3}{x^2-x-6} - \frac{x-5}{x^2-4x+3} =$$

8) Simplifica:

$$a) 1 - \frac{2x}{2x + \frac{2}{x}} =$$

$$b) \frac{a^2-(b+c)^2}{a-b-c} =$$

$$c) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \cdot \frac{1}{x+y} =$$