

TRIGONOMETRIA

1. Expresseu els següents angles en notació decimal o en sexagesimal:
 - a) $32^{\circ}17'32''$ (32,2922°)
 - b) $62,7109^{\circ}$ ($62^{\circ}42'39''$)
 - c) $53^{\circ}27'52''$ (53,460°)
 - d) $42,1467^{\circ}$ ($43^{\circ}8'48''$)
2. Passeu a radiants: a) $38^{\circ}52'34''$ (0'67) b) $72^{\circ} 43' 25''$ c) $132^{\circ} 54' 31''$
3. Expresseu en radiants 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 135° , 180° , 225° , 270° , 315° , 360° .
4. Convertiu en graus sexagesimals: a) $3\pi/2$ b) $\pi/6$ c) $1'5476$ rad d) $2'0053$ rad
5. L'arc d'un angle és de 5m i el seu costat, 2m. Calculeu la seva mesura en radiants.
6. Un angle de 2rad té el costat de 1'5cm. Quina és la longitud de l'arc?
7. Un angle de $53^{\circ}16'43''$ té el costat de 6 cm . Calculeu la longitud del seu arc.
8. Un angle de $10^{\circ}11'12''$ té el costat de 15cm. Trobeu el seu arc. (2'5cm)
9. Calculeu la hipotenusa d'un triangle rectangle que té els catets de 3cm i 4cm.
Dibuixeu-lo i comproveu amb el regle el valor trobat.
10. a) En el triangle del problema anterior, calculeu les raons trigonomètriques dels angles aguts.

b) Mesureu aquests angles amb un goniòmetre i comproveu amb la calculadora els valors de les raons trigonomètriques trobats en l'apartat anterior.

c) Trobeu, amb la calculadora, a partir dels valors de les raons trigonomètriques quins són els angles del triangle.
11. Empleneu la següent taula i comproveu-ho després amb un dibuix.

costat a	costat b	hipotenusa	angle A	angle B
12 cm	5 cm	(13)	(22'6)	(67'3)
50 mm	(sqrt75)	10 cm	(30)	(60)
(2'8)	5 cm	(5'7)	30°	(60)
	12 cm			80°
		11 cm	$56^{\circ} 23'$	
10 cm			12°	

	21 cm	14 cm		
--	-------	-------	--	--

12. Des d'un far de 8m d'alçada s'observa un vaixell de manera que la visual fa un angle de 50° amb la vertical. Trobeu les distàncies del vaixell a la base i a la part superior del far. (9'52 m, 12'49 m)
13. Calculeu l'alçada d'un edifici sabent que projecta una ombra de 50m quan el sol està 36° damunt de l'horitzó. (36'325m)
14. Una persona recorre 500m al llarg d'un camí que té una inclinació de 30° respecte a l'horitzontal. Quina altura assoleix respecte al punt de partida?
15. Calculeu l'àrea d'un rombe, si el costat mesura 24 cm i un angle és de $42^\circ 45'$. (390'98 cm²)
16. L'altura d'un triangle isósceles d'angle desigual 36° fa 4cm. Calculeu-ne els costats i la superfície. (5'2cm² , 4'2cm, 2'6cm)
17. Busqueu les raons trigonomètriques d'un angle agut d'un triangle rectangle en el qual la hipotenusa és el triple d'un dels catets. (sin a = 1/3, cos a = sqrt8/8)
18. A quina altura arriba una escala de 2m repenjada en una paret si forma amb aquesta un angle de $31^\circ 15' 22''$? (1'70m)
19. Busqueu l'angle d'elevació del sol sobre l'horitzó quan una persona de 1'70m d'alçada projecta una ombra d'un metre. (59,53°)
20. Les tangents a una circumferència de radi 4cm traçades des d'un punt exterior formen un angle de 40° . Busqueu la distància del punt al centre de la circumferència. (11'695cm)
21. Trobeu el mòdul de la resultant de dues forces perpendiculars de 3N i 5N. Calculeu l'angle que fa amb la major. (5'8N, 30'9°)
22. Calculeu l'angle agut que formen les diagonals d'un rectangle, sabent que les seves dimensions són 2'2cm i 1'4cm.
23. Trobeu l'angle que forma la diagonal d'un cub amb la diagonal de la base. (35,26°)

24. Busqueu els costats i els angles d'un rombe de diagonals 16cm i 10cm. (9'5cm, 115'48°)
25. En un triangle isósceles el costat desigual fa 10cm i l'angle desigual, 50°. Calculeu-ne la superfície. (53'6cm²)
26. Calculeu la superfície d'un pentàgon regular inscrit en una circumferència de 20cm de radi.
27. La distància horitzontal entre dos edificis de terrat pla és de 60m. Des del terrat del més baix, d'alçada 40m, s'observa el terrat de l'altre amb un angle d'elevació de 30 graus. Calculeu l'alçada de l'edifici alt.
28. Trobeu el radi de la Terra, sabent que el metre és la deumilionèsima part del quadrant del meridià terrestre. (6.370km)
29. Calculeu el radi del paral·lel de la Terra que passa per Barcelona, sabent que la seva latitud és de 41°25'N. (4.774km)
30. El cim d'una torre es veu des d'un punt de terra sota un angle de 35°. Avançant 40m, l'angle es torna de 58°. Calculeu l'alçada de la torre. (49'8m)
31. Un arbre trencat forma un triangle rectangle amb el terra. Quina era l'alçada de l'arbre, si la part que ha caigut cap a terra forma amb aquest un angle de 60° i si la part del tronc que ha quedat dreta té una alçada de 20m. (43'094m)
32. Un pal vertical de dos metres projecta una ombra de 0'8 m. A la mateixa hora, l'ombra de la torre d'un edifici és de 24'8 m. Calculeu l'alçada de la torre. (62m)
33. Des de la part superior d'un far, l'angle que forma la visual d'un vaixell amb el mateix far és de 30°. Quan el vaixell s'ha acostat 200m, aquest angle és de 25°. Trobeu l'alçada del far sobre el nivell del mar, i també la distància del vaixell a la vertical del far en el moment de la segona observació.
34. Calculeu la superfície i el perímetre de la figura regular que s'indica, sabent que està inscrita en una circumferència de 10cm de radi:
 - a) quadrat (S=200cm²)
 - b) pentàgon
 - c) hexàgon (S=159'8cm²)
 - d) heptàgon

35. Repetiu el problema anterior, però amb la figura circumscrita.

- Calculeu totes les funcions trigonomètriques de l'angle agut x sabent:

36. $\sin x = \frac{1}{2}$

37. $\cos A = \frac{3}{4}$ (sin A= $\frac{\sqrt{7}}{4}$, cos A= $\frac{\sqrt{7}}{3}$)

38. $\sin x = 2'3412$ (sin x=0'3928, cos x=0'9196)

39. $\cos x = \frac{5}{2}$ (cos x= $\frac{\sqrt{21}}{5}$, tg x= $\frac{2}{\sqrt{21}}$)

40. $\cos x = \frac{1}{7}$ (sin x= $\frac{7}{\sqrt{50}}$, cos x= $\frac{1}{\sqrt{50}}$)

41. $\sin x = \frac{2}{5}$ (sin x= $\frac{5}{\sqrt{29}}$, cos x= $\frac{2}{\sqrt{29}}$)

42. $\sec x = 1'5321$ (sin x=0'7577, cos x=0'6526)

43. $\cotg x = \frac{1}{3}$

44. $\tg x = \frac{25}{7}$

45. $\tg A = \frac{1}{2}$ (sin A= $\frac{\sqrt{5}}{5}$, cos A= $\frac{2}{\sqrt{5}}$)

46. Inscriviu la figura que s'indica en una circumferència de 10cm de radi. Trobeu-ne la superfície.

a) triangle equilàter

b) quadrat

c) pentàgon regular

d) hexàgon regular

e) heptàgon regular

f) octògon regular

47. Trobeu l'àrea d'un rectangle, sabent que la diagonal fa 6 cm i que l'angle obtús que determinen les diagonals és de 120° . ($15'6 \text{ cm}^2$)

48. Trobeu els radis de les circumferències inscrita i circumscrita a un dodecàgon regular de 10 m de costat. ($18'57\text{m}$, $19'3\text{m}$)

49. Trobeu l'àrea i el perímetre del trapezi isósceles de bases 16cm i 12cm, sabent que els costats iguals fan amb la base major angles de 45° . (28)

50. Un arbre es veu des d'una certa distància sota un angle de 60° . Sota quin angle es veurà si ens allunyem fins al triple de distància? (30°)

51. Un angle d'un rombe és 60 graus i la diagonal menor, 3cm. Calculeu-ne el perímetre i l'àrea. ($S=7'79 \text{ cm}^2$, $P=12 \text{ cm}$)
52. Trobeu l'alçada d'una torre sabent que la seva ombra és de 58m en el mateix moment que l'ombra d'una persona de 1'75m és de 2m.
53. Calculeu els angles d'un rombe de costat 13cm, una de les diagonals del qual és 10cm. ($134^\circ 46'$, $45^\circ 14'$)
54. Trobeu l'alcària d'un edifici sabent que la seva ombra s'allarga 10m quan l'altura del sol sobre l'horitzó baixa de 40° a 30° .
55. Una estàtua de 2'5m està damunt d'un pedestal. Des d'un punt de terra, situat a 1m del pedestal, es veu aquest sota un angle de 15° i l'estàtua sota un angle de 45° . Quina és l'alçada del pedestal?
56. Per calcular l'amplada d'un riu marquem dos punts A i B, un a cada vora, tals que la recta AB sigui perpendicular a les vores, i un altre punt C, en la prolongació de AB. Després caminem 100m paral·lelament al riu, des de C a un punt D, i des de D mesurem els angles BDC ($30^\circ 53'$) i ADC ($41^\circ 23'$). Quina és l'amplada? ($65'46\text{m}$)
57. A una distància de 25m d'una de les ribes d'un riu hi ha una torre de 25m d'alçada. Hi pugem i observem l'angle que formen les visuals de les dues ribes: 20 graus. Trobeu l'amplada del riu. ($28'61\text{m}$)
58. En un triangle rectangle $c=3\text{cm}$, $B=30^\circ$. Calculeu quant cal augmentar l'angle B perquè el catet b augmenti de $1'2679\text{cm}$. (15°)
59. Es posa una escala de dos metres de llarg contra una paret formant un angle de 45° amb l'horitzontal. Al cap d'una estona veiem que l'escala ha relliscat i que està formant un angle de 30° . Trobeu els desplaçaments horitzontal i vertical que ha fet l'escala.
60. Resoleu els següents triangles i trobeu la seva superfície:
- a) $A=48^\circ$, $B=63^\circ$, $a=4'3\text{cm}$ (sinus, $C=69^\circ$, $b=5'2\text{cm}$, $c=5'4\text{cm}$, $S=10'35\text{cm}^2$)
- b) $A=40^\circ 45'$, $B=117^\circ 15'$, $c=2'7\text{cm}$ ($C=22^\circ$, $a=4'6\text{cm}$, $b=6'3\text{cm}$, $S=5'6\text{cm}^2$)
- c) $A=48^\circ$, $b=7\text{cm}$, $c=11\text{cm}$ ($a=8'2\text{cm}$, disc.sin-cos, $B=36,3^\circ$, $C=92^\circ 31'$, $S=28'6\text{cm}^2$)

d) $B=109^{\circ}20'$, $a=9\text{cm}$, $c=7'4\text{cm}$

($b=13'4\text{cm}$, $A=39^{\circ}17'$, $C=31^{\circ}23'$, sens prob. amb sin perquè angle conegut és obtús)

e) $a=3\text{cm}$, $b=4\text{cm}$, $c=6\text{cm}$ ($A=26^{\circ}23'$, $36^{\circ}20'$, $C=117^{\circ}17'$, $S=5'25\text{cm}^2$)

f) $b=6\text{cm}$, $A=30^{\circ}$, $a=2\text{cm}$ ($\sin B=1'5!$)

g) $b=6\text{cm}$, $C=30^{\circ}$, $c=5\text{cm}$ (2 sol.: $B=36^{\circ}52'$, $A=113^{\circ}8'$, $a=9'2\text{cm}$; $B'=143^{\circ}8'$,
 $A'=6^{\circ}52'$, $a'=1'2\text{cm}$)

h) $a=6\text{cm}$, $B=30^{\circ}$, $b=3\text{cm}$ ($\sin A=1$, triangle rect.: $C=60^{\circ}$, $c=5'2\text{cm}$, $S=7'8\text{cm}^2$)

i) $c=6\text{cm}$, $B=150^{\circ}$, $b=3\text{cm}$ ($\sin C=1$: impossible que $C=90^{\circ}$ perquè $B=150^{\circ}$)

j) $b=6\text{cm}$, $C=30^{\circ}$, $c=8\text{cm}$ (2 poss.: $B=22^{\circ}1'$, $A=128^{\circ}$, $a=12'6$; $B'=157^{\circ}59'!$)

k) $c=5\text{cm}$, $A=140^{\circ}$, $a=4\text{cm}$ (sense solució)

l) $b=5\text{cm}$, $A=140^{\circ}$, $a=8\text{cm}$ ($23^{\circ}41'$, $C=16^{\circ}19'$, $c=3'5\text{cm}$)

m) $B=72^{\circ}$, $C=51^{\circ}$, $c=3'5\text{cm}$ ($a=3'8\text{cm}$, $b=4'3\text{cm}$, $A=57^{\circ}$)

n) $A=84^{\circ}52'34''$, $B=22^{\circ}11'23''$, $c=7\text{cm}$

61. Calculeu les diagonals, l'angle que formen, i l'àrea d'un paral.lelogram sabent que els costats són de 14cm i 10cm , i formen un angle de 15° . ($23'7\text{cm}$, $5'1\text{cm}$, $A=145'29^{\circ}$, $S=36'23\text{cm}^2$)
62. Dues persones disten entre si 10km i veuen un avió, que té la vertical entre elles i en el mateix pla vertical, amb angles de 45° i 60° amb el terra. Trobeu l'altura de l'avió i la distància d'aquest a cada persona. ($h=6'34\text{km}$, $8'97\text{km}$, $7'32\text{km}$)
63. Les distàncies entre tres antenes de ràdio són $AB=320\text{m}$, $BC=430\text{m}$, $AC=520\text{m}$. Quins angles formen entre si? ($A=55'6^{\circ}$, $B=86'4^{\circ}$, $37'9^{\circ}$, $S=68.670\text{ m}^2$)
64. Per trobar l'alçada d'una estàtua ens posem en un punt A del terra, i mesurem l'angle que la visual fa amb aquest: $4^{\circ}56'$. Ens allunyem 230m fins al punt B, mantenint-nos alineats amb l'estàtua i el punt A. Tornem a mesurar l'angle: $4^{\circ}27'$. Quina és l'alçada de l'estàtua? (per sistema de tg o per t. del sin: $181'92\text{m}$)

65. Un jugador de futbol veu els dos pals verticals de la porteria amb visuals que formen un angle de 60° , i està a una distància d'ells de 5m i 8m. Quina és l'amplada de la porteria?
66. a) Volem calcular la distància d'un punt A a un poble. Ens ajudem d'un altre punt B situat a 40m de A. La visual que uneix el poble amb B forma un angle de $115^\circ 10'$ amb la que uneix B amb A. Aquesta última visual forma un angle de $63^\circ 43'$ amb la que uneix el poble amb A. Quina és la distància de A al poble? (1858m)
- b) Els teodòlits són instruments de mesura d'angles molt precisos: si en lloc d'obtenir $115^\circ 10'$ haguéssim obtingut $115^\circ 15'$ (un angle de 5' és inapreciable a simple vista), i en lloc de $63^\circ 43'$, $63^\circ 45'$, calculeu la distància que hauríem calculat. (2072m!)
67. Les diagonals d'un paral.lelogram fan un angle de 75° i mesuren 10cm i 8cm. Calculeu el seu perímetre, l'angle que formen els costats, i l'àrea. ($x=5'5\text{cm}$, $y=7'2\text{cm}$, $p=25'42\text{cm}$, $A=103'06^\circ$, $B=76'94^\circ$, $S=34'86\text{cm}^2$)
68. Una torre de 150m d'alçada està al cim d'una muntanya. En un punt del costat de la muntanya, situat a 250m del cim, s'observa que l'angle format pel costat de la muntanya i la visual dirigida a l'extrem superior de la torre és 15° . Trobeu la inclinació del costat de la muntanya respecte a l'horitzontal. ($49,4^\circ$)
69. Dues forces de 3N i 5N formen un angle de 70° . Calculeu el mòdul de la resultant i l'angle que aquesta fa amb la major de les dues forces. ($6'65\text{N}$, $25'1^\circ$)
70. Quatre pobles formen un quadrilàter MTBA. La diagonal TA forma un angle de $26^\circ 54'$ amb el costat TB, i un angle de $19^\circ 8'$ amb el costat MT. La diagonal MB forma un angle de $103^\circ 35'$ amb el costat MT, i un angle de $40^\circ 40'$ amb el costat MA. La distància entre M i T és de 6.580m. Quina és la distància entre els pobles A i B? (6.249m)
71. Volem calcular l'alçada d'una antena situada sobre un edifici de peu innaccessible. Per això, mesurem els angles que, des d'un punt, formen amb l'horitzontal les visuals dirigides als extrems inferior i superior de l'antena, que són de 12° i 25° , i 25 metres més allunyat es veu el peu de l'antena sota un angle de 10° . ¿Quina és l'alçada de l'antena? (30'8m)

72. Dues forces de 17N i 27N donen una resultant de 35N. Quin angle formen els vectors que les representen?
73. En una ciutat hi ha un riu de marges rectilinis i paral·lels. Ens situem en els punts A i B d'un marge i observem un punt P del marge oposat, situat aigües amunt de A i de B. La distància entre A i B és de 50m i les visuals a P des de A i B formen amb el marge angles de 20° i de 40° . Quina amplada té el riu? (32'1m)
74. Dues poblacions disten 45 km. Un globus que ha sobrevolat A es dirigeix cap a B. Quan es troba sobre la perpendicular d'un punt que dista 15 km de A (i, per tant, a 30 de B), les visuals que es veuen des del globus dirigides cap a A i cap a B formen un angle de 135° . ¿A quina alçada vola l'avió? (8'426km)
75. Dos cotxes surten del mateix punt simultàniament, amb velocitats de 3m/s i 5m/s. Segueixen trajectòries rectilínies que formen un angle de 120° . Al cap de quant de temps estaran separats 1km? (1.435 m)
76. La línia Montjuïc-Tibidabo forma un angle aproximat de 31° amb la visual que des de Montjuïc enfoca al Nord. En una estació receptora situada a Montjuïc es rep un senyal de socors d'un vaixell procedent exactament de l'Est. Aquest mateix senyal el rep l'estació del Tibidabo formant un angle de $103^\circ 30'$ amb la direcció Sud-Nord. Si la distància entre les dues estacions és de 6.580 m, ¿on està situat el vaixell? (26.882m, 24.161m)
77. En un terreny horitzontal hi ha una torre inclinada. Quan la altura del sol sobre l'horitzó és de 50° , la longitud de l'ombra és de 50m, i quan el sol baixa a 40° , la longitud és de 70m. Quina és l'allargada de la torre i la seva inclinació respecte a la vertical. (56'76m, $2'5^\circ$)