



Des de quan hi ha daus?

A les excavacions arqueològiques de l'antiga Mesopotàmia o de l'Egipte s'han trobat jocs en els que, per a realitzar moviments que depenguessin de l'atzar, com a l'actual parxís o al joc de l'oca, calia l'ús d'algun tipus de dau.

A la ciutat sumèria d'Ur es va trobar un joc (de fa uns 5000 anys) que feia servir uns daus tetraèdrics. En comptes de tenir punts o nombres a les seves cares, tenien alguns vèrtexs pintats. Es tiraven tres daus i les combinacions de vèrtexs pintats que quedaven a la part superior indicaven la jugada a fer.

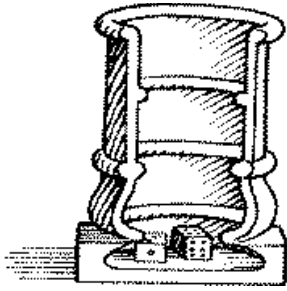
	
<p>Tauler, daus i fitxes</p>	<p>Daus (versió moderna)</p>
<p>Pots veure les regles i jugar (en anglès) a: http://www.mesopotamia.co.uk/tombs/challenge/cha_set.html </p>	

Un antic joc egipci força conegut és el Sènet (hi ha referències del 2650 a.n.e). En comptes de daus com els actuals es tiraven 4 bastonets plans per un costat (amb la cara pintada de color clar) i cilíndrics per l'altra (amb la cara de color fosc). D'una manera semblant al joc d'Ur les diferents combinacions de cares clares i fosques indicaven la jugada. Més tard es van fer servir bastonets amb forma ortoèdrica que puntuaven d'1 a 4.

	
<p>Taulers de Sènet</p>	<p>Daus (versió moderna)</p>
<p>Pots veure les regles i jugar (en castellà) a: http://www.egiptologia.com/egiptomaniacos/senet/senet.htm </p>	

Els antics grecs i romans ja jugaven amb daus similars als que fem servir actualment. Sembla que el seu origen és també egipci o oriental. Els jocs de daus eren tan populars a l'antiga Roma que fins i tot l'emperador Claudi va escriure un llibre (que no ens ha arribat) titulat "Com guanyar als daus".





Dels romans ve també l'ús del cubilet per tirar els daus. Un jugador hàbil amb els dits podia aconseguir bones puntuacions amb els daus. Els cubilets (amb certes irregularitats a dins) impedièen aquestes manipulacions.

Curiosament als països de cultura islàmica on es practiquen molts jocs sobre el tauler del jaquet (backgammon) s'acostuma a tirar amb les mans perquè es respecta aquesta habilitat dels jugadors. És el mateix respecte el que s'aplica als casinos de Las Vegas on també es tiren amb la mà.



Els daus han entrat ja a la nostra vida quotidiana. Per una banda han esdevingut símbols de l'atzar. Per exemple, Einstein va escriure una carta a Max Born en la que li deia: "Vostè creu en un Deu que juga als daus, i jo en la llei i en l'ordre absoluts". El poeta Joan Brossa els va fer servir també a les seves obres per posar de manifest certes paradoxes.



Atzar fix (1989)



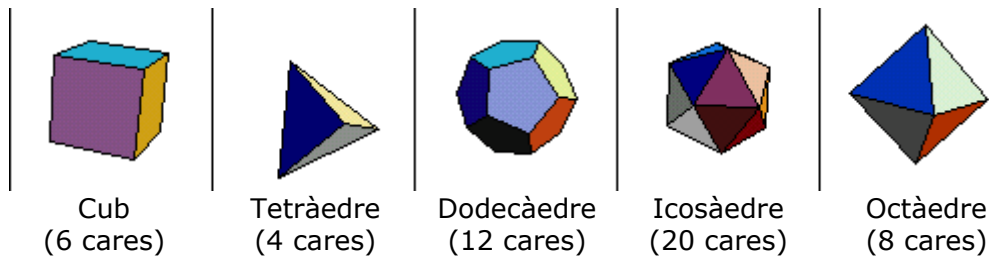
Poema objecte (1969)

També, en la nostra societat actual "del disseny" no s'han escapat d'entrar-hi com a objecte d'inspiració en objectes d'ús quotidià, amb més o menys gust, evidentment.



La forma dels daus

El que en principi esperem d'un dau és que totes les cares tinguin la mateixa probabilitat de sortir (siguin **equiprobables**). Per aconseguir-ho totes les cares i arestes han de ser exactament iguals. Això ens porta directament als 5 políedres regulars.



De tots ells el més idoni és el cub: no té un nombre ni massa gran ni massa petit de cares i rodola "amb dignitat". El tetràedre no rodola tan bé, l'octàedre no ho fa pràcticament i el dodecàedre i l'icosàedre ho fan massa (hauríem d'estar perseguint els daus per tota la taula).



Actualment els altres daus no cúbics s'han posat de moda gràcies als jocs de rol

Tot i així la imaginació humana és prou potent per haver inventat daus equiprobables de moltes més cares, fins i tot de 100 cares. Podeu trobar exemples a:

http://www.dicecollector.com/diceinfo_how_many_shapes.html

Comptem possibilitats, mesurem probabilitats

Un dau (dels que fem servir habitualment) té 6 cares. Cada cara del dau té les mateixes probabilitats de sortir.

Com podem establir les probabilitats de que surti, per exemple, un dos?

Començarem per establir dues fronteres:

- **Quan un succés és impossible**, com per exemple que demà el Sol surti per ponent, diem que **la seva probabilitat és 0**.
- **Quan un succés és segur**, com per exemple, que demà el Sol sortirà per llevant, diem que **la seva probabilitat és 1**.

Ara es tracta de mesurar, entre 0 i 1, les probabilitats del fenomen que volem estudiar. Això no sempre és fàcil, però en el cas del dau no ho és gens.

Si el dau està ben fet podem dir que la probabilitat de treure un dos és d'una entre sis.

Si volguéssim esbrinar la probabilitat de que una xinxeta caigui de manera que la punxa toqui la taula l'únic que podríem fer seria una estadística exhaustiva dels resultats del llançament de milers de xinxetes.

En general acostumem a escriure la probabilitat d'un fet en forma de fracció. Al denominador posem la quantitat total de possibilitats que tenim i al numerador la quantitat de casos favorables (en el nostre cas un de sol)

$$\text{Probabilitat de treure un dos} = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Total de casos possibles}} = \frac{1}{6}$$

Les probabilitats també s'acostumen a donar en forma de percentatges. Observem aquests exemples:

- la probabilitat de que al tirar un dau obtinguem un nombre de l'1 al 6 és del 100 %
- la probabilitat de treure un dos en una tirada és del 16.66 %
- la probabilitat de que al tirar un dau es pari sol a un centímetre de la taula, faci quatre cabrioles i em torni a la mà és d'un 0 % (si no sóc en Harry Potter)

1) Escriu la probabilitat de cada cas

	Probabilitat?
Treure un 5 amb un dau.	
Treure un nombre senar un dau.	
Treure un 1 o un 2 amb un dau.	
Treure un 7 amb un dau.	
Treure un nombre més gran que 2 amb un dau.	
Treure un nombre entre l'1 i el 6, ambdós inclosos, amb un dau.	
Treure cara i creu, al mateix temps, llençant una moneda.	

Podem comprovar de manera pràctica aquestes probabilitats tirant moltes vegades un dau i comptant quantes vegades surt cada cara. A aquesta quantitat li direm **freqüència absoluta**.

- 2) Tira 25 vegades un dau i anota cada vegada quina puntuació obtens. Calcula el tant per cent de cada resultat (**freqüència relativa**).

$$\text{freqüència relativa} = \frac{\text{freqüència absoluta} \cdot 100}{\text{total de tirades}}$$

Cara	Freqüència absoluta	Freqüència relativa
1		
2		
3		
4		
5		
6		

És molt possible que amb 25 tirades els teus resultats no s'acostin a la probabilitat prevista per a cada cara ($1/6 = 16,66\%$). Tindràs resultats força desiguals. Però, si tirem el dau moltes, moltes, moltes vegades... ¿no s'acostaran més els resultats reals als que havíem calculat? Com que és molt cansat fer-ho podem aprofitar els resultats dels altres companys/es de la classe.

- 3) Recollis les dades de tota la classe i calculeu la freqüència relativa de cada puntuació. Després observeu si els resultats obtinguts s'acosten més als previstos que els de l'exercici anterior.

Cara	Freqüència absoluta	Freqüència relativa
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total		

Un dau carregat

Imaginem que volem fer trampes i "carregar" un dau (fer que un número sigui més probable que els altres).

- 4) Feu-vos en parella o petit grup un dau amb cartolina i abans de tancar-lo enganxant un petit pes (un botó, més cartolina, una moneda...) a la part interior d'una de les cares.

Per diferenciar un dau carregat d'un de normal l'únic que hem de fer és tirar-lo moltes vegades i fer recompte.

- 5) Intercanvieu-vos els daus amb altres grups de companys/es i feu recompte dels resultats que s'obtenen. Quan penseu que heu fet prou tirades intenteu endevinar quina és la cara carregada. Comproveu després la vostra predicció preguntant-li als "constructors/es" del dau.

Per què no em surt el cinc?

Moltes vegades el desig de que passi una cosa fa que el temps d'espera se'ns faci especialment llarg. Per exemple, quan juguem al parxís i hem de treure una fitxa de vegades sembla que el cinc no vulgui sortir mai. Diem que estem tenint mala sort. Però el que passa és absolutament normal. Si provem 20 vegades a treure un cinc amb un dau i comptem quantes tirades triga en sortir veurem que algunes sèries poden ser especialment llargues.

- 6) Tira el dau fins aconseguir un 5 comptant les tirades que fas cada vegada. Repeteix la prova fins a obtenir 20 cinc. Calcula després la mitjana de tirades que et cal per aconseguir un cinc? Quina ha estat la tirada més llarga que t'ha calgut? Has obtingut alguns cinc a la primera tirada? Quantes vegades?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
Tirades																					

Total de tirades per aconseguir 5	Total de cincs aconseguits	Mitjana	Tirada més llarga
	20		

- 7) Resumiu els resultats de tota la classe i observeu si la mitjana de tirades per aconseguir un cinc s'acosta a 6 tirades. Anoteu també la tirada més llarga.

Total de tirades per aconseguir 5	Total de cincs aconseguits	Mitjana	Tirada més llarga

El joc del Rugbi

Material: Tauler, 1 dau, 1 fitxa

Jugadors/es: 2

Desenvolupament del joc:

- Cada jugador tira alternativament el dau.
- El jugador A avança tantes caselles cap a la dreta com indica el dau si surt 1, 2, 3 o 4. Si surt 5 o 6 no mou.
- El jugador B avança tantes caselles cap a l'esquerra com indica el dau si surt 5 o 6. Si surt 1, 2, 3 o 4 no mou.
- Guanya el jugador que fa "Assaig".

Assaig																		Assaig
--------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--------

1) Juegueu 10 partides i anoteu si guanya A o B.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2) Compareu els vostres resultats amb els de la resta de la classe.

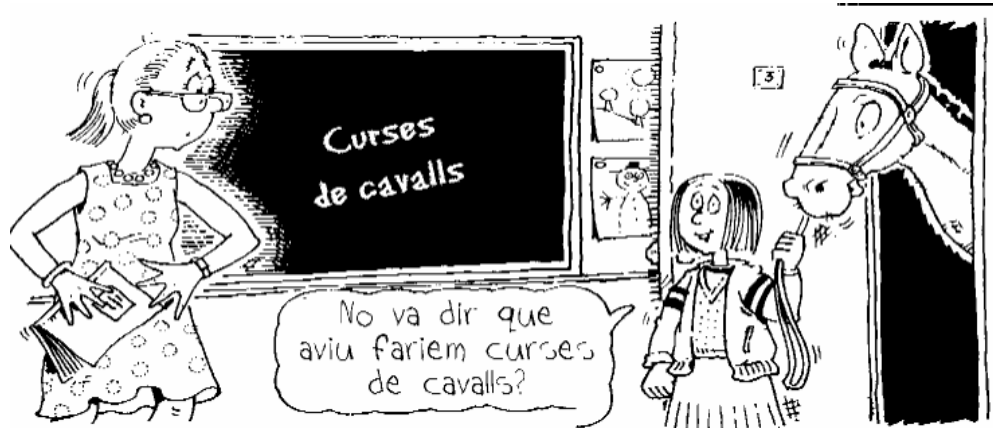
3) Es tracta d'un joc equitatiu (just), és a dir, els dos jugadors tenen les mateixes probabilitats de guanyar? Per què?

4) Si no és equitatiu proposeu alguna manera de transformar-lo perquè ho sigui.

Curses de cavalls

Material: Un tauler, 2 daus, 6 fitxes

Jugadors/es: 2, 3 o 6. (2 jugadors- 3 fitxes cadascú; 3 jugadors-2fitxes cadascú; 6 jugadors - una fitxa cadascú)



Desenvolupament del joc:

- Cada jugador col·loca la seva fitxa a la sortida de qualsevol de les pistes. El millor és triar les pistes per torn per al d'anar poder canviant a cada partida. A la sortida només hi pot haver una fitxa.
- Es tiren, per torn, els dos daus. Es resten els valors dels dos daus i es mou una casella la fitxa corresponent a aquest valor. Per exemple, si surten un 1 i un 5 la fitxa 4 (5-1) avança una casella.
- Guanya el primer en arribar a la meta.

- 1) Quan acabeu cada partida discuteix entre els jugadors si el joc és just o no.
- 2) En aquest taula pots trobar les 36 combinacions possibles que hi ha per dos daus. Escriu a cada casella la resta corresponent.

		1r dau					
		1	2	3	4	5	6
2n dau	1	0					
	2					3	
	3						
	4						
	5						
	6						

3) Compta quants casos hi ha per cada resultat.


Resultats	Vegades
0	
1	
2	
3	
4	
5	

4) Escriu les probabilitats de cada resultat (recorda que hi ha 36 casos possibles).

Probabilitat del 0		Probabilitat del 3	
Probabilitat del 1		Probabilitat del 4	
Probabilitat del 2		Probabilitat del 5	

5) És just el joc? Quins són els millors "cavalls"?

Tauler del joc

						Meta
						
0	1	2	3	4	5	Sortida

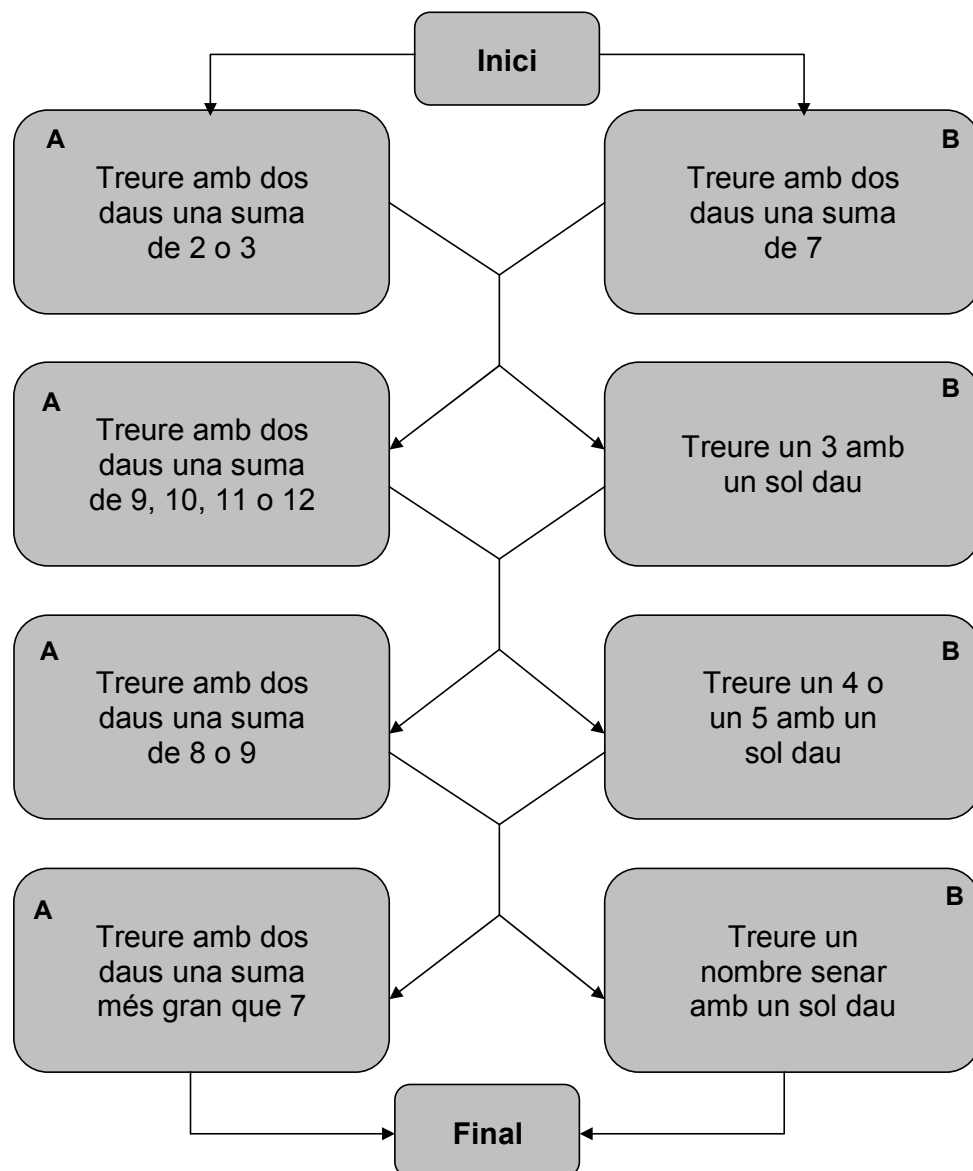
Una cursa d'obstacles

Material: Un tauler, 2 daus, 2 fitxes

Jugadors/es: 2

Desenvolupament del joc:

- Cada jugador/a tira el dau i comença el que treu la puntuació més alta
- Un jugador/a tria una opció (A o B), l'altre va obligat a l'altra
- A partir d'aquí es van fer tirades alternatives.
- Per passar a la següent casella s'ha de "superar" la condició indicada. Quan es fa es tria l'opció (A o B) del següent obstacle.
- El jugador que va darrera no podrà triar la mateixa opció si la casella encara està ocupada.
- Guanya qui arriba primer al final.



Investigarem quin és el millor camí

- 1) Completa la taula que recull totes les sumes possibles en el llançament de dos daus.

		1r dau					
2n dau		1	2	3	4	5	6
	1	2					
	2					7	
	3						
	4						
	5						
	6						

- 2) Fes el recompte corresponent i calcula les probabilitats del cas A i les del B del 1r obstacle. Anota els resultats a la taula del final assenyalant quina és la millor opció.
- 3) Repeteix el procés per la resta d'obstacles, anotant els resultats a la taula.

Obstacle	Probabilitats A	Probabilitats B	Millor opció
1r			
2n			
3r			
4t			

- 4) Quin és el millor recorregut?

Vermell i blau

Hi ha un interessant problema amb dos daus que tinguin cares de dos colors.

L'Eloi i la Sílvia tenen daus amb cares vermelles i blaves.

L'Eloi guanya si al tirar els dos daus les dues cares són del mateix color i la Sílvia si les dues cares són de colors diferents.

L'Eloi té un dau amb 5 cares blaves i una vermella.

Quantes cares de cada color haurà de pintar la Sílvia perquè el joc sigui equiprobable (que els dos tinguin les mateixes probabilitats de guanyar)?

- 1) Ves adjudicant colors (vermell o blau) a les cares del dau de la Sílvia. Anota en cada cas qui guanya en cada combinació de daus. Has d'aconseguir que tots dos tinguin el 50 % de probabilitats de guanyar.

		Sílvia						
Eloi								
	B							
	B							
	B							
	B							
	B							
	V							

Probabilitat de guanyar de l'Eloi

$$\frac{25}{36} = 69,44\%$$

Investiguem la solució

És molt possible que el primer pensament al llegir el problema és que al dau de la Sílvia hi hauria d'haver 5 cares vermelles i 1 de blava per compensar el de l'Eloi. Pots comprovar, observant la taula de la pàgina següent, que en aquest cas l'Eloi tindria més del 70 % de probabilitats de perdre.

		Sílvia					
Eloi		V	V	V	V	V	B
	B	S	S	S	S	S	E
	B	S	S	S	S	S	E
	B	S	S	S	S	S	E
	B	S	S	S	S	S	E
	B	S	S	S	S	S	E
	V	E	E	E	E	E	S

Probabilitat de guanyar de la Sílvia

$$\frac{26}{36} = 72,22\%$$

- 2) Imaginem que l'Eloi té un dau amb tres cares de cada color. Omple la taula posant els colors del dau de la Sílvia a l'atzar, completa la taula i calcula les probabilitats per a cada jugador.

		Sílvia					
Eloi							
	V						
	V						
	V						
	B						
	B						
	B						

- 3) Compara la teva taula amb les dels teus companys/es. Què observes?
- 4) Quina és la condició perquè el joc sigui equiprobable?
- 5) Investiga amb una taula quines han de ser les condicions per fer un joc equiprobable si l'Eloi guanya quan surten dues cares blaves i la Sílvia quan surten dues de vermelles.

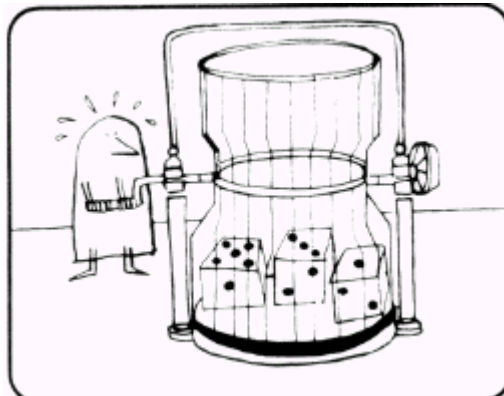
Un joc amb tres daus

El que explicarem ara pot ser tranquil·lament un joc de fira.

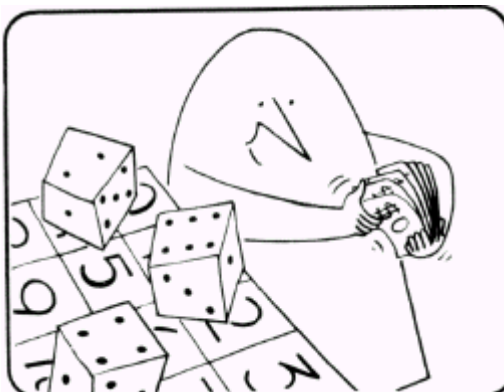
La propera vegada que vagis al parc d'atraccions, no t'acostis a l'Empassasorts! Són molts els innocents que hi juguen pensant que no perdran mai.



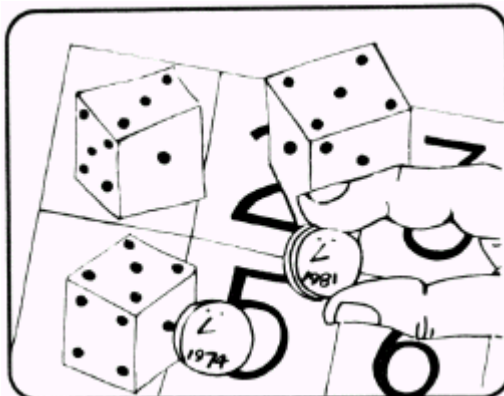
El bombo de l'Empassasorts conté tres daus, que s'agiten girant repetidament la gàbia. Els jugadors aposten per qualsevol número d'1 a 6, i reben de premi la mateixa quantitat que aposten per cada dau que surti amb el seu número, a més de recuperar l'aposta. Els jugadors acostumen a pensar així:



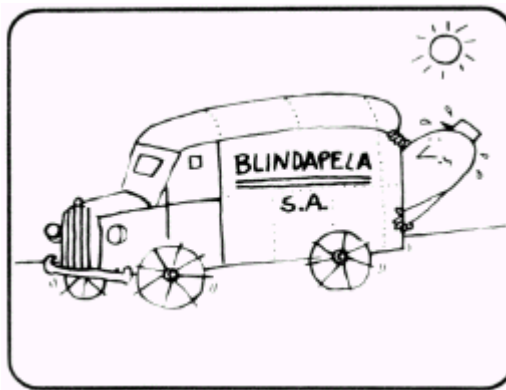
Senyor Pàmfil: Si el joc tingués un sol dau, el meu número sortiria una vegada de cada sis jocs. Si el bombo tingués dos daus, sortiria dues vegades de cada sis. Com que en té tres, haurà de sortir tres vegades de cada sis. Així estarem a la par.



Senyor Pàmfil: Però en realitat, sóc jo qui té avantatge, perquè si jugo, per exemple, 1 € al 5, i el 5 surt en dos daus, guanyaré 2 € extres. I si sortís en els tres, llavors serien 3 €! Segur que el joc va al meu favor!



Amb espavilats així, no és un miracle que els amos dels casinos sigui milionaris. Per què l'Empassasorts li dona, en realitat, un fort percentatge a la casa?



Té en realitat avantatge el jugador?

D'on treu els guanys el que organitza el joc?

El millor, com sempre, és jugar una mica

- 1) Feu un grup (millor de 7 persones) i us repartiu els papers: sis han de fer de jugadors i cadascun apostarà sempre al mateix número (un a l'1, un altre al 2,... fins el 6). Un altre membre de l'equip farà de firaire. Cadascun dels jugadors començarà amb 5 fitxes. Cada fitxa representarà 1 €. Els jugadors aniran fent apostes (cada jugada d'un euro) i el firaire tirarà els daus i farà els pagaments. Observeu si els jugadors tenen tendència a perdre o a guanyar i quan guanya diners el firaire.

Estudiem el joc

Potser quan has jugat has tingut ratxes de bona sort, però el més freqüent és estar per sota dels 5 € inicials fins que, si jugues prou temps, els acabes perdent.

Per altra banda, és impossible que tots els jugadors tinguin avantatge. Perquè uns guanyin uns altres han de perdre i, qui acaba guanyant sempre, és "la casa", la que organitza el joc.

Hi errors en el raonament del Senyor Pàmfil. Un d'ells és el de que amb tres daus té la meitat de possibilitats d'obtenir el seu nombre. Seguint el fil que ens proposava, en sis tirades tindria la certesa (probabilitat 1) de treure'l.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6}$$

Sabem, perfectament, que aquesta certesa és falsa.

Com guanya la casa?

Haureu vist, quan heu jugat, que la casa guanya cada vegada que hi ha un doble o un triple als daus.

Observem les tres possibilitats.

Surten tres cares diferents							
Exemple: 3, 4 i 6							
Nombres	1	2	3	4	5	6	
Aposta	1	1	1	1	1	1	Total recollit: 6 €
Cobren	0	0	1+1	1+1	0	1+1	Total pagat: 6 €
							Saldo per la casa: 0 €

2) Completa les dues taules següents mirant l'exemple de l'anterior

Surten dues cares iguals i una diferent							
Exemple: 2, 4 i 2							
Nombres	1	2	3	4	5	6	
Aposta	1	1	1	1	1	1	Total recollit: 6 €
Cobren							Total pagat:
							Saldo per la casa:

Surten tres cares iguals							
Exemple: 5, 5 i 5							
Nombres	1	2	3	4	5	6	
Aposta							Total recollit:
Cobren							Total pagat:
							Saldo per la casa:

Com pots veure el que l'interessa a la casa és que surtin dobles i triples. Però surten amb prou freqüència com perquè el firarire guanyi molt?

El càlcul de probabilitats és, en aquest cas, una mica més pesat de fer que amb dos daus ja que amb tres hi ha 216 combinacions diferents.

- 3) Observa la taula amb les 216 tirades possible. Marca d'un color les caselles amb doble i amb un altre color les caselles amb triple. Després compta quantes combinacions de cada li donen guanys i calcula els guanys "esperables" en 216 tirades, recordant que amb un doble guanya 1 € i amb un triple 2 €.

1 1 1	1 1 2	1 1 3	1 1 4	1 1 5	1 1 6	1 2 1	1 2 2	1 2 3	1 2 4	1 2 5	1 2 6
1 3 1	1 3 2	1 3 3	1 3 4	1 3 5	1 3 6	1 4 1	1 4 2	1 4 3	1 4 4	1 4 5	1 4 6
1 5 1	1 5 2	1 5 3	1 5 4	1 5 5	1 5 6	1 6 1	1 6 2	1 6 3	1 6 4	1 6 5	1 6 6
2 1 1	2 1 2	2 1 3	2 1 4	2 1 5	2 1 6	2 2 1	2 2 2	2 2 3	2 2 4	2 2 5	2 2 6
2 3 1	2 3 2	2 3 3	2 3 4	2 3 5	2 3 6	2 4 1	2 4 2	2 4 3	2 4 4	2 4 5	2 4 6
2 5 1	2 5 2	2 5 3	2 5 4	2 5 5	2 5 6	2 6 1	2 6 2	2 6 3	2 6 4	2 6 5	2 6 6
3 1 1	3 1 2	3 1 3	3 1 4	3 1 5	3 1 6	3 2 1	3 2 2	3 2 3	3 2 4	3 2 5	3 2 6
3 3 1	3 3 2	3 3 3	3 3 4	3 3 5	3 3 6	3 4 1	3 4 2	3 4 3	3 4 4	3 4 5	3 4 6
3 5 1	3 5 2	3 5 3	3 5 4	3 5 5	3 5 6	3 6 1	3 6 2	3 6 3	3 6 4	3 6 5	3 6 6
4 1 1	4 1 2	4 1 3	4 1 4	4 1 5	4 1 6	4 2 1	4 2 2	4 2 3	4 2 4	4 2 5	4 2 6
4 3 1	4 3 2	4 3 3	4 3 4	4 3 5	4 3 6	4 4 1	4 4 2	4 4 3	4 4 4	4 4 5	4 4 6
4 5 1	4 5 2	4 5 3	4 5 4	4 5 5	4 5 6	4 6 1	4 6 2	4 6 3	4 6 4	4 6 5	4 6 6
5 1 1	5 1 2	5 1 3	5 1 4	5 1 5	5 1 6	5 2 1	5 2 2	5 2 3	5 2 4	5 2 5	5 2 6
5 3 1	5 3 2	5 3 3	5 3 4	5 3 5	5 3 6	5 4 1	5 4 2	5 4 3	5 4 4	5 4 5	5 4 6
5 5 1	5 5 2	5 5 3	5 5 4	5 5 5	5 5 6	5 6 1	5 6 2	5 6 3	5 6 4	5 6 5	5 6 6
6 1 1	6 1 2	6 1 3	6 1 4	6 1 5	6 1 6	6 2 1	6 2 2	6 2 3	6 2 4	6 2 5	6 2 6
6 3 1	6 3 2	6 3 3	6 3 4	6 3 5	6 3 6	6 4 1	6 4 2	6 4 3	6 4 4	6 4 5	6 4 6
6 5 1	6 5 2	6 5 3	6 5 4	6 5 5	6 5 6	6 6 1	6 6 2	6 6 3	6 6 4	6 6 5	6 6 6

	Dobles	Triples	Total
Total			
Guanys			

Quines són les probabilitats reals de guanyar?

Comptarem ara les possibilitats de guanyar per un jugador. Podem mirar què passa si juguem sempre a l'1.

- 4) Busca a la taula totes les combinacions en que surti un 1. Marca amb un color les simples, amb un altre les dobles i amb un altre les triples.

1 1 1	1 1 2	1 1 3	1 1 4	1 1 5	1 1 6	1 2 1	1 2 2	1 2 3	1 2 4	1 2 5	1 2 6
1 3 1	1 3 2	1 3 3	1 3 4	1 3 5	1 3 6	1 4 1	1 4 2	1 4 3	1 4 4	1 4 5	1 4 6
1 5 1	1 5 2	1 5 3	1 5 4	1 5 5	1 5 6	1 6 1	1 6 2	1 6 3	1 6 4	1 6 5	1 6 6
2 1 1	2 1 2	2 1 3	2 1 4	2 1 5	2 1 6	2 2 1	2 2 2	2 2 3	2 2 4	2 2 5	2 2 6
2 3 1	2 3 2	2 3 3	2 3 4	2 3 5	2 3 6	2 4 1	2 4 2	2 4 3	2 4 4	2 4 5	2 4 6
2 5 1	2 5 2	2 5 3	2 5 4	2 5 5	2 5 6	2 6 1	2 6 2	2 6 3	2 6 4	2 6 5	2 6 6
3 1 1	3 1 2	3 1 3	3 1 4	3 1 5	3 1 6	3 2 1	3 2 2	3 2 3	3 2 4	3 2 5	3 2 6
3 3 1	3 3 2	3 3 3	3 3 4	3 3 5	3 3 6	3 4 1	3 4 2	3 4 3	3 4 4	3 4 5	3 4 6
3 5 1	3 5 2	3 5 3	3 5 4	3 5 5	3 5 6	3 6 1	3 6 2	3 6 3	3 6 4	3 6 5	3 6 6
4 1 1	4 1 2	4 1 3	4 1 4	4 1 5	4 1 6	4 2 1	4 2 2	4 2 3	4 2 4	4 2 5	4 2 6
4 3 1	4 3 2	4 3 3	4 3 4	4 3 5	4 3 6	4 4 1	4 4 2	4 4 3	4 4 4	4 4 5	4 4 6
4 5 1	4 5 2	4 5 3	4 5 4	4 5 5	4 5 6	4 6 1	4 6 2	4 6 3	4 6 4	4 6 5	4 6 6
5 1 1	5 1 2	5 1 3	5 1 4	5 1 5	5 1 6	5 2 1	5 2 2	5 2 3	5 2 4	5 2 5	5 2 6
5 3 1	5 3 2	5 3 3	5 3 4	5 3 5	5 3 6	5 4 1	5 4 2	5 4 3	5 4 4	5 4 5	5 4 6
5 5 1	5 5 2	5 5 3	5 5 4	5 5 5	5 5 6	5 6 1	5 6 2	5 6 3	5 6 4	5 6 5	5 6 6
6 1 1	6 1 2	6 1 3	6 1 4	6 1 5	6 1 6	6 2 1	6 2 2	6 2 3	6 2 4	6 2 5	6 2 6
6 3 1	6 3 2	6 3 3	6 3 4	6 3 5	6 3 6	6 4 1	6 4 2	6 4 3	6 4 4	6 4 5	6 4 6
6 5 1	6 5 2	6 5 3	6 5 4	6 5 5	6 5 6	6 6 1	6 6 2	6 6 3	6 6 4	6 6 5	6 6 6

Quina és la probabilitat de treure al menys un 1? Quins guanys obtindrem?

- 5) Anota la quantitat de simples, dobles i triples possibles. Calcula també els guanys tenint en compte que per cada simple cobres 2 €, per cada doble en cobres 3 i per cada triple, 4 €.

	Simple	Dobles	Triples	Total
Total				
Guanys				

- 6) Calcula la probabilitat de treure com a mínim un 1 amb els tres daus (sumant els simples, els dobles i els triples). És superior al 50%?
- 7) Imaginem que cada vegada que es fa una jugada van sortint, ordenadament, cadascuna de les jugades possibles. Quants diners et jugaries en total? Quants guanyaries en premis? En total, guanys o perds? Quan guanyarien o perdrien els 6 jugadors? On són o d'on venen aquests diners?

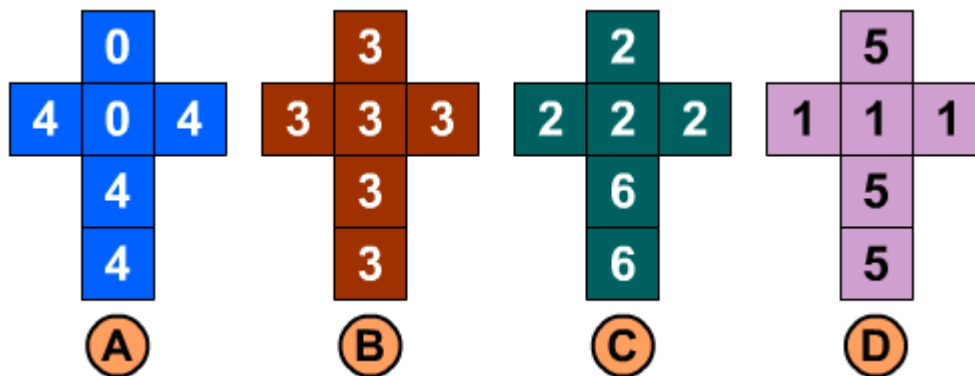
Tria el dau

Material: 4 daus i una moneda

Jugadors/es: 2

Desenvolupament del joc:

- Amb una moneda es rifa, a cara o creu, quin dels dos jugadors/es serà sempre el 1r i qui serà sempre el 2n
- El 1r jugador/a tria un dels 4 daus del joc
- A continuació el 2n en tria un altre
- Cada jugador/A tira el seu dau i el que obtingui la puntuació més alta s'anota un punt
- Guanya el jugador/a que arribi primer a 10 punts.



- 1) Jugueu una partida a 10 punts anotant cada vegada quin dau tria cada jugador/a i encerclant el dau guanyador de cada jugada.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1r																				
2n																				

- 2) Et sembla que uns daus són més "forts" que altres, és a dir, que tenen més probabilitats de guanyar? Si és així, quin et sembla el dau més fort?

Estudiem el joc

Analitzarem el joc fent parelles de daus.

- 3) Comparem el dau A amb el B. Marca a cada casella la lletra del dau que guanya en cada aparellament de cares.

		Dau B					
Dau A		3	3	3	3	3	3
	0	B					
	0						
	4				A		
	4						
	4						
	4						

- 4) Quina és la probabilitat de guanyar pel dau A? Quina és la del dau B? Quin dels dos és més fort

Probabilitat guanyadora del dau A	Probabilitat guanyadora del dau B	Dau més "fort"

- 5) Comparem ara el dau B amb el C. Omple la taula igual que abans, indicant a cada casella la lletra del dau guanyador i digues després la probabilitat de guanyar cada dau.

		Dau C					
Dau B		2	2	2	2	6	6
	3						
	3						
	3						
	3						
	3						
	3						

Probabilitat guanyadora del dau B	Probabilitat guanyadora del dau C	Dau més "fort"

6) Repeteix el procediment per comparar els daus C i D

		Dau D					
Dau C		1	1	1	5	5	5
	2						
	2						
	2						
	2						
	6						
	6						

Probabilitat guanyadora del dau C	Probabilitat guanyadora del dau D	Dau més "fort"

7) Hauràs comprovat que el dau A guanya al B, que el B guanya al C i el C guanya al D. Hi haurà algun dau que guanyi a l'A? Si és així, quin? Penses que el dau D pot ser més "fort" que algun dels altres?

8) Comparem els daus D i A igual que hem fet amb els altres.

		Dau A					
Dau D		0	0	4	4	4	4
	1						
	1						
	1						
	5						
	5						
	5						

Probabilitat guanyadora del dau D	Probabilitat guanyadora del dau A	Dau més "fort"

9) Quina és la millor estratègia per guanyar?

Si el 1r jugador/a agafa el dau A, jo agafaré el...

Si el 1r jugador/a agafa el dau B, jo agafaré el...

Si el 1r jugador/a agafa el dau C, jo agafaré el...

Si el 1r jugador/a agafa el dau D, jo agafaré el...

10) Quina és la probabilitat de guanyar del 2n jugador/a?

11) Hi ha dos aparellaments de daus que no hem estudiat. Quins són?

12) Estudia un dels dos que falten

	Dau ...						
Dau ...							

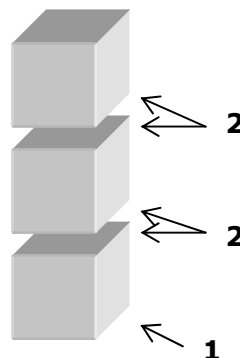
Probabilitat guanyadora del dau	Probabilitat guanyadora del dau ...	Dau més "fort"

13) Heu descobert algun aparellament equiprobable? Si és així, quin?

Una mica de màgia

T'explicarem un truc de màgia perquè sorprenguis al teu públic. Has de donar les següents instruccions:

- demana a un espectador que, mentre tu no mires i amb la quantitat que vulgui, faci una pila de daus.
- demana-li que sumi les cares planes ocultes. Per exemple, amb tres daus queden 5 cares planes amagades.
- gira't digues immediatament la suma de les cares amagades.



Què has de fer per endevinar la suma?

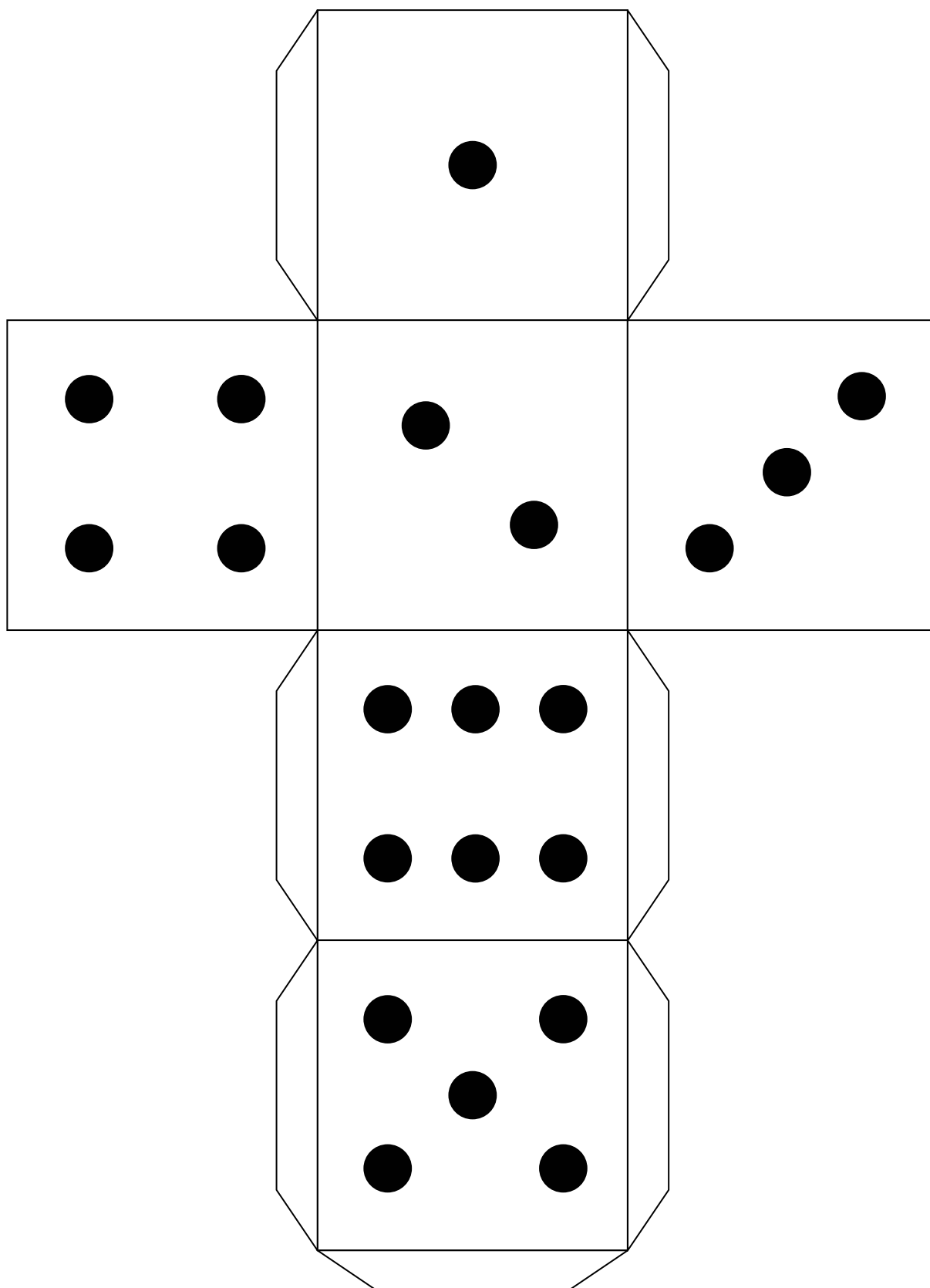
- 1) Agafa un dau i mira les puntuacions de les cares oposades. Què observes?
- 2) Si es posen tres daus, quant sumaran totes les cares planes (inclosa la superior visible)? I si es posen 4 daus?
- 3) Si s'ha fet una pila de 4 daus i a la cara superior hi ha un 3, quina serà la suma de les cares amagades? I si n'hi ha un 5?
- 4) Si s'ha fet una pila de 5 daus i a la cara superior de la pila hi ha un 1, quant val la suma de les cares planes amagades?
- 5) Pots explicar què s'ha de fer per endevinar la suma per qualsevol quantitat de daus?

Una variant del truc

Fent servir el mateix principi es pot fer un truc semblant que també et permetrà sorprendre al teu públic.

- 6) Pensa com endevinar la suma final a partir d'aquestes són les instruccions:
 - tot el truc es fa sense que el mag miri
 - demana a un espectador que agafi tres daus i els tiri
 - demana-li que sumi les puntuacions obtingudes
 - digues-li que triï un qualsevol dels daus, i que afegixi els punts de la cara amagada a la suma anterior.
 - demana-li que torni a tirar aquest dau i afegixi els punts a la suma anterior
 - gira't, fes una ullada dissimulada als daus i endevina la suma total, encara que no sàpigues quin és el dau que s'ha tirat dues vegades.


Dau per “carregar”



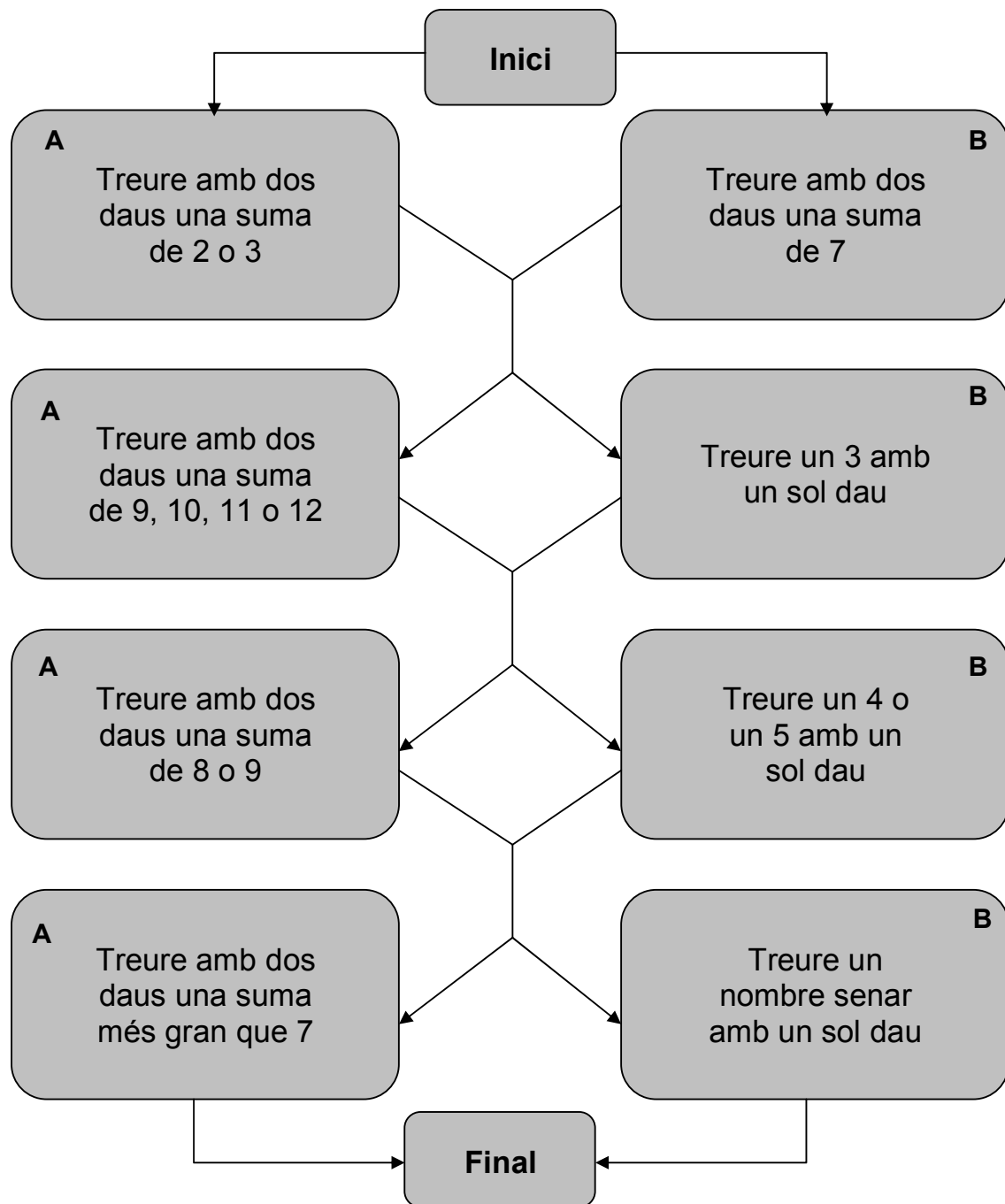
Tauler del rugbi

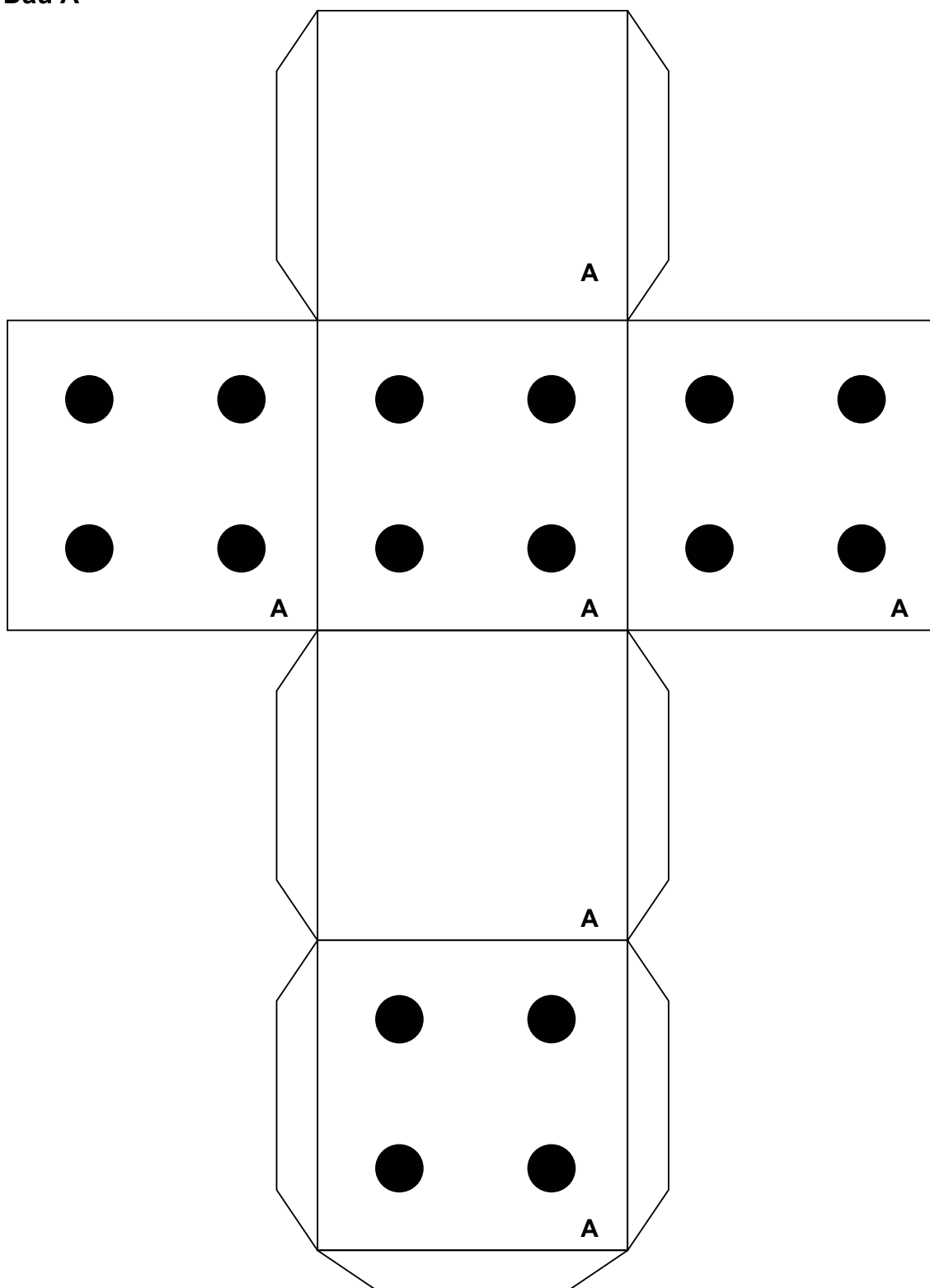
[illegible]

Tauler de la cursa de cavalls

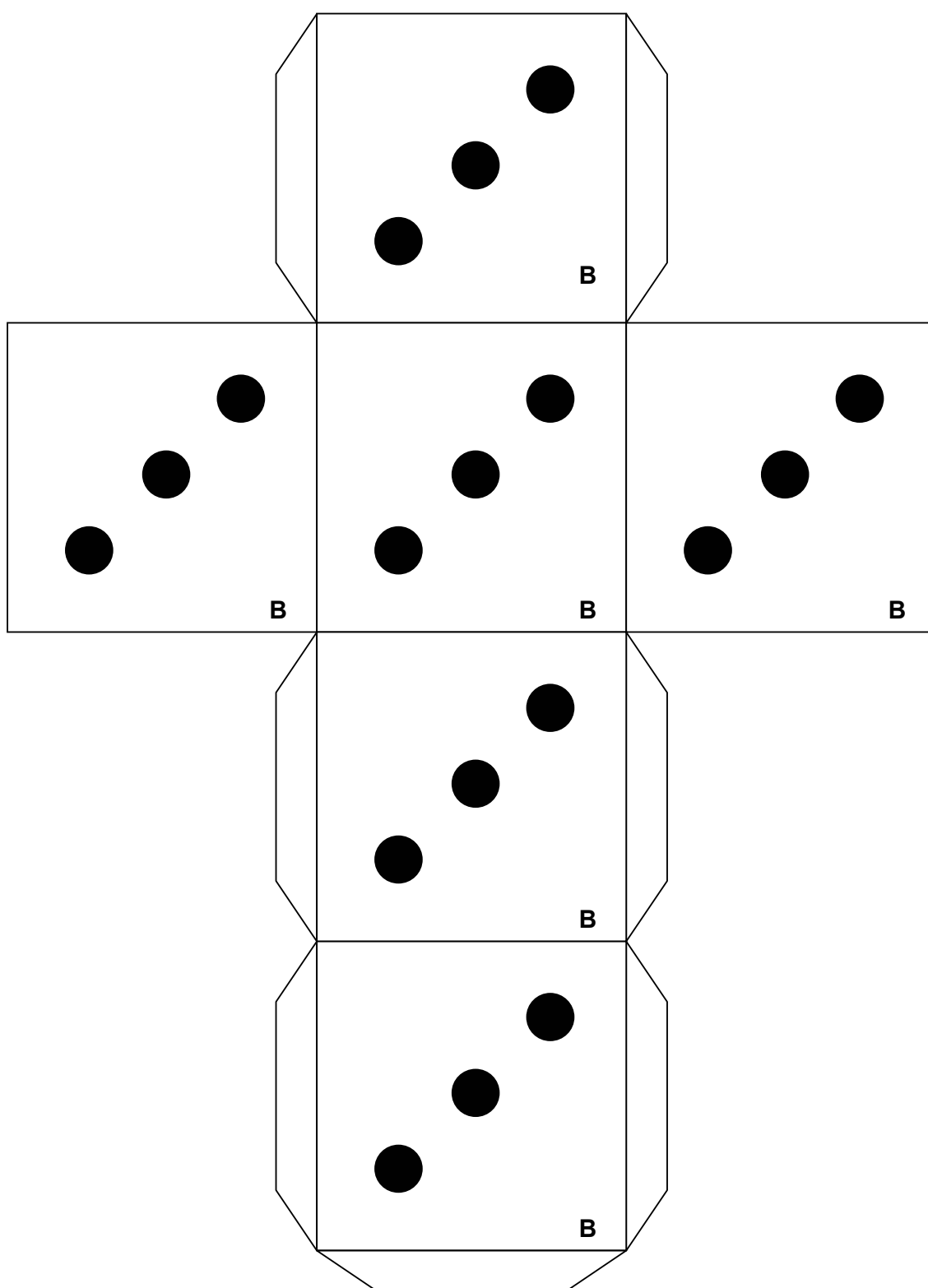
						Meta
						
0	1	2	3	4	5	Sortida

Tauler de la Cursa d'obstacles

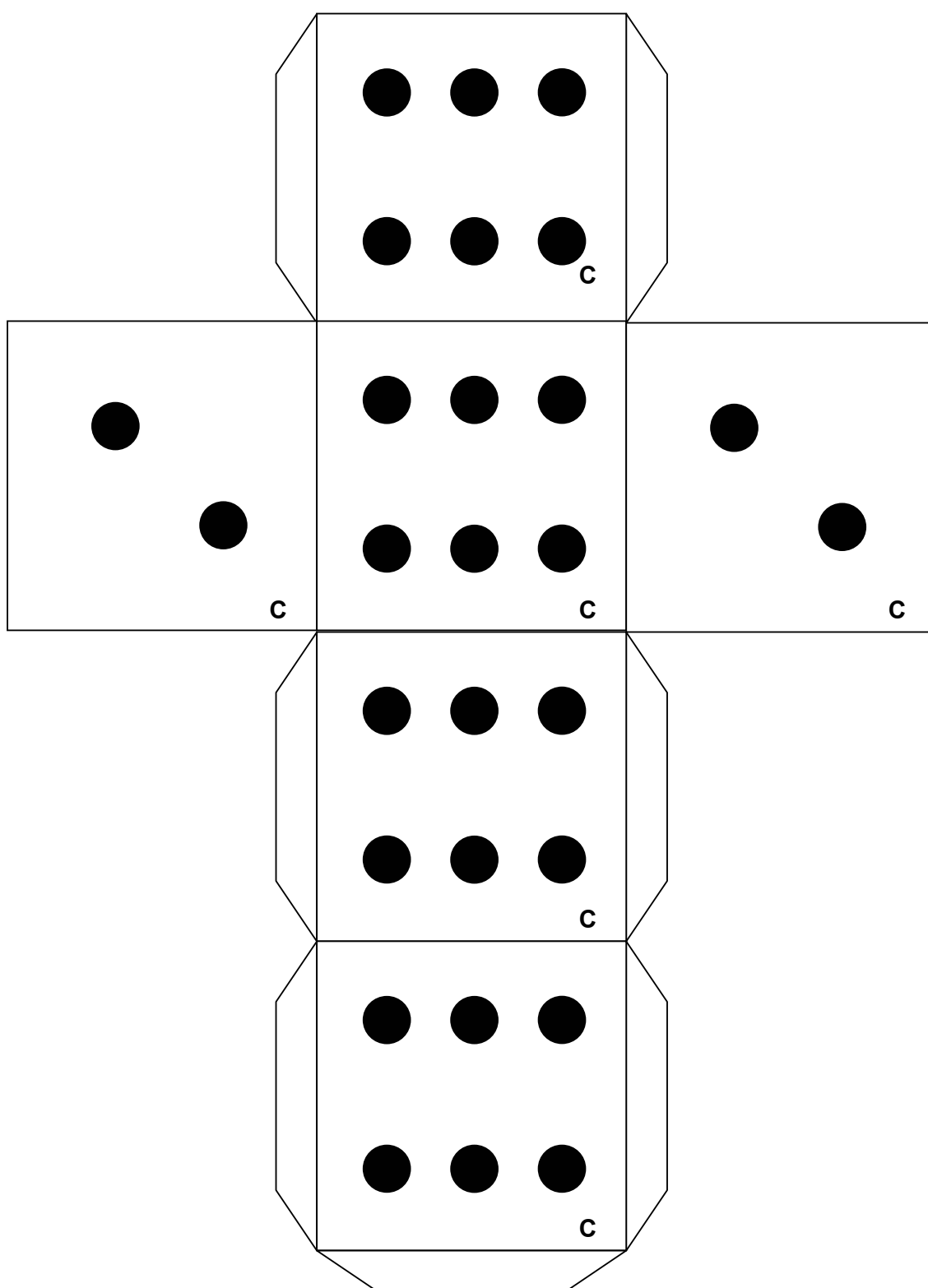


Daus del joc “Tria el dau”**Dau A**

Dau B



Dau C



Dau D

