

Introducció

Quan ens parlen d'un laberint ens imaginem una intricada construcció feta de passadissos i bifurcacions constants, on el més fàcil és desorientar-se i perdre's. De fet, els laberints més mítics sempre complien algun objectiu: la protecció d'algun tresor que es volia guardar al seu interior (com a les tombes egípcies) o convertir-lo en una mena de presó desesperant, ja que s'hi podia entrar però, un cop dintre, semblava impossible retrobar la sortida. També els han atribuït significats místics. Ja més recentment, han esdevingut un del passatemp més clàssics, en jardins o impresos en paper.

Històries i llegendes sobre els laberints

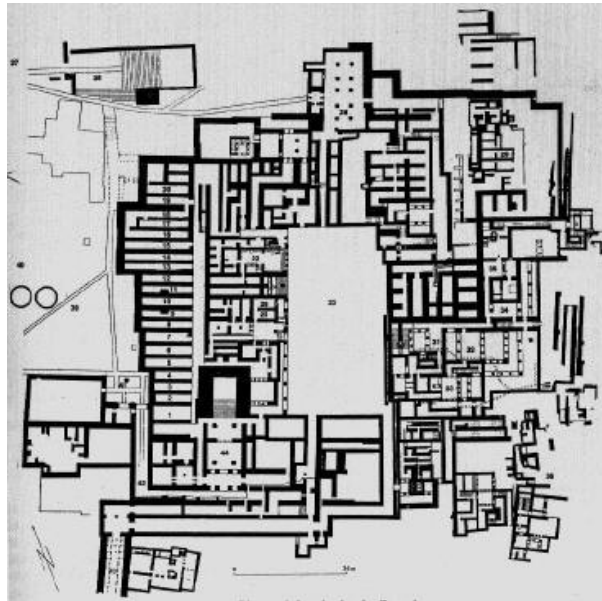
El laberint més conegut és el de Cnossos, relatiu a la llegenda de Teseu i el Minotaure:

Minos, rei de l'illa de Creta, va fer construir un laberint per tancar el Minotaure, monstre amb cap de toro i cos d'home, producte dels amors carnals entre Parsífae, la seva dona, i un gran toro blanc regalat per Posidó, el déu del mar. Un cop acabada la construcció va tancar-hi, també, l'arquitecte, Dèdal, i Ícar, el seu fill. Però van escapar-se'n fent-se unes ales amb plomes enganxades amb cera. Ícar va desobeir el consell del seu pare i, en el seu vol, es va acostar massa al sol, la cera es va desfer i va provocar-li la caiguda i la mort.

El rei Minos havia imposat a la ciutat d'Atenes, com a tribut per una derrota, el lliurament de set fadrins i set fadrines cada nou anys amb l'objectiu d'alimentar el Minotaure. Aquests eren enviats en un vaixell amb veles negres. El príncep Teseu es va presentar com a voluntari amb la intenció de matar el Minotaure i acabar amb aquell tribut salvatge. Quan va arribar a Creta, Ariadna, la filla de Minos, es va enamorar de Teseu i per ajudar-lo li va proporcionar una troca de fil. El que havia de fer Teseu era entrar al laberint desfent la troca, matar el Minotaure, resseguir el fil de la troca desfeta per tornar a trobar l'entrada i escapar del laberint. Tot va sortir com ho havien pensat i d'aquesta manera va ser eliminat per sempre el monstre Minotaure. Tot i que la història de Teseu i Ariadna encara va continuar...



Sembla ser, però, que el famós laberint, per a alguns estudiosos del tema, només era el nom del palau del rei, construït amb tant de desordre a base d'afegir estances i estances, que era totalment impossible no perdre-s'hi.



Tot i així en algunes monedes de Creta hem trobat reproduccions de laberints. Alguns dels models ens poden cridar l'atenció

- 1) Observa el laberint representat a la moneda i "camina" amb el llapis per la reproducció del laberint. Podia tenir problemes Teseu per entrar i sortir del laberint? Per què?



Aquest model de laberint, o d'altres de semblants, el trobem a moltes cultures. Els més propers els tenim en algunes catedrals gòtiques franceses en forma de mosaics pintats al terra. Alguns dibuixen camins i altres, les línies sobre les quals cal caminar.

- 2) Comprova sobre aquestes reproduccions que cap d'aquests laberints no té bifurcacions resseguint tot el camí fins al final.



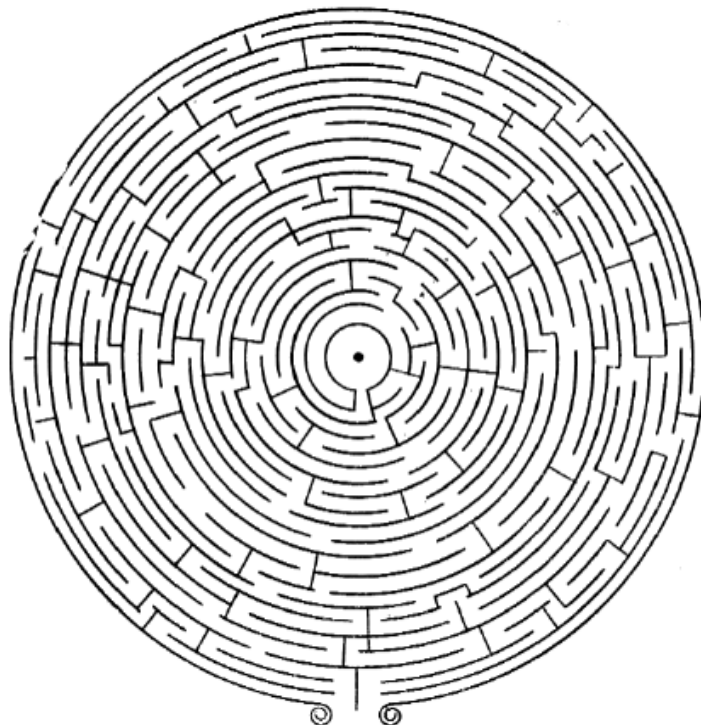
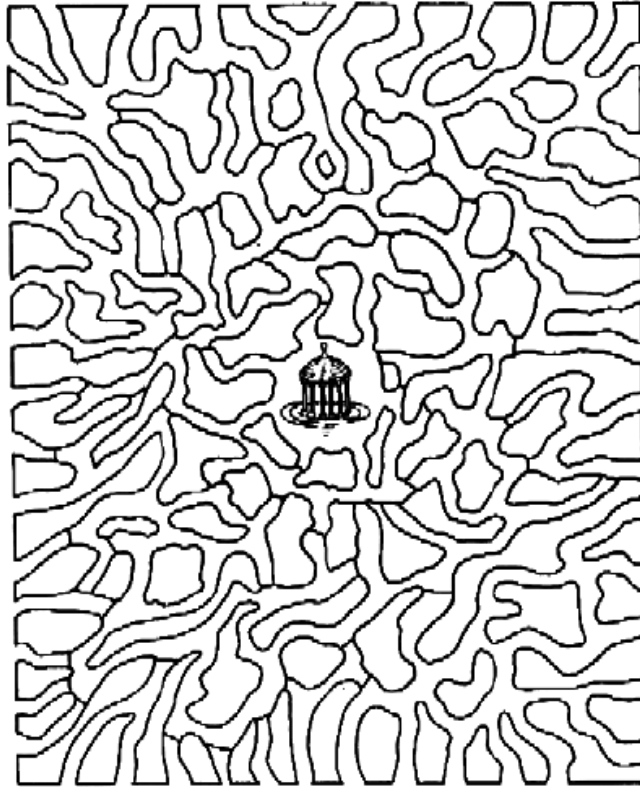
Catedral de Chartres



Catedral d'Amiens
(camina sobre la línia)

Més tard, a partir del Renaixement i el Barroc, els laberints van esdevenir un senzill entreteniment i es van fer servir com a ornament de jardins. Encara avui en dia existeixen parcs amb laberints, com el d'Horta, a Barcelona. També es fan servir com a passatemps.

- 3) Fes aquests laberints tractant de trobar-ne el centre. Explica també si fas servir algun mètode especial per resoldre'ls.



Els laberints sense bifurcacions

Els laberints més clàssics són els que no tenen bifurcacions. Els trobem a la cultura egípcia, a la grega, a la celta, a la inca, a la cristiana...

Caminar per un laberint com els de les Catedrals Gòtiques franceses no és un passeig de no res. El de Chartres té gairebé uns 13 m de diàmetre i la longitud de tot el laberint és d'uns 250 m. El d'Amiens és lleugerament més curt: 234 m.



Les motivacions per fer-ho són diferents. Normalment se'ls adjudiquen significats com que representen models de la vida (és complexa, no sabem on ens porta...). També són camins que, per a alguns, conviden a la reflexió interior, al prec...

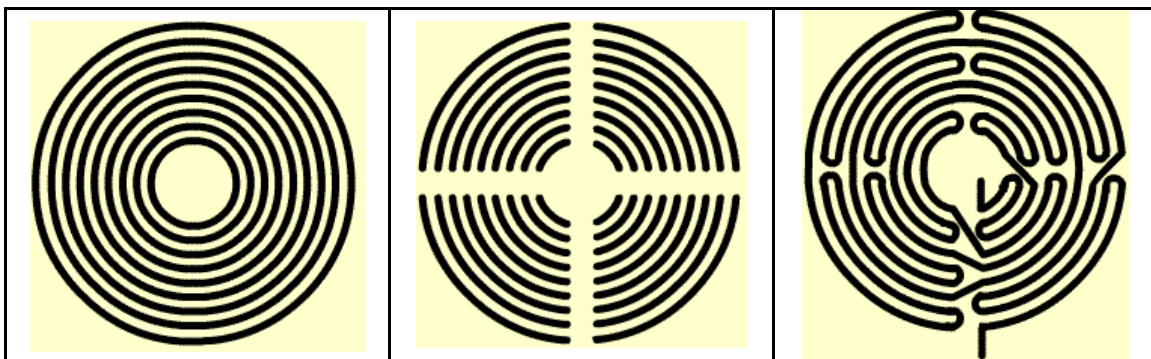
Dissenyem laberints gòtics

Dissenyar laberints com els de les esglésies gòtiques no és gaire difícil. Els més fàcils són els que es construeixen amb una línia sobre la qual s'ha de caminar. Podem seguir un procés com aquest:

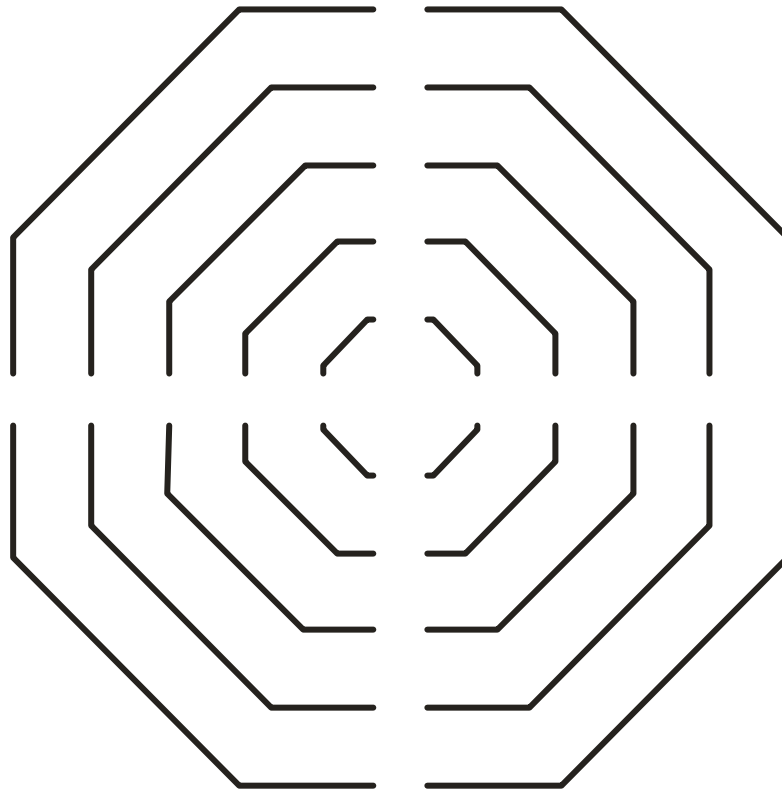
- Dibuixem una sèrie de circumferències concèntriques (que podem canviar per quadrats concèntrics, hexàgons, octògons...).
- S'esborren algunes zones (habitualment quatre)
- Es comença a "caminar" des de l'inici.
- Quan arribem a una zona esborrada la connectem amb una altra línia
- Seguim així fins a completar el circuit.

Un parell de coses que hem de vigilar: no creuar línies i procurar no quedar-nos-hi tancats.

Observa aquest exemple:



- 1) Dissenya el teu laberint sobre aquest esquema (ha de ser un laberint com el d'Amiens, caminat sobre la línia). Una bona manera de fer-ho és anar seguint un itinerari recordant que no s'han de creuar línies ni en hem de deixar "trossos per caminar".



Laberint cretencs

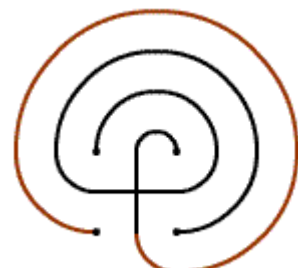
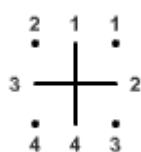
El model com el que trobem en algunes monedes de l'antiga Creta és molt interessant, també, de dibuixar

Per dibuixar un laberint cretenc només hem de decidir prèviament de quants "circuitos" el volem fer. (Podem comptar els "circuitos" comptant els passadissos que es veuen des del passadís més exterior per la part superior del laberint fins a l'immediatament anterior al centre).

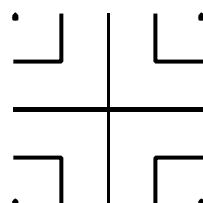
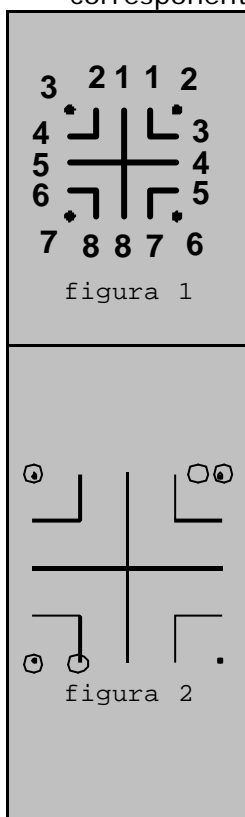


Observa com es fa un laberint de 3 circuits.

- es dibuixa una creu amb 4 punts formant un quadrat
- s'uneixen els punts tal com es veu a l'esquema



- 2) Dissenya sobre aquest esquema un laberint de 7 circuits enllaçant els punts segons l'ordre indicat a la figura 1. Si et cal, et pot ajudar observar la moneda reproduïda a la pàgina anterior. Si vols fer el dibuix amb compàs, hauràs de fer centre als 5 punts que es veuen a la figura 2 per poder dibuixar-hi els arcs corresponents.



- 3) Dibuixa un laberint d'11 circuits a partir d'aquest esquema inicial



Estudiem el laberint cretenc

Entre els laberints clàssics sense bifurcacions, el rei, sens dubte, és el de l'estil cretenc. Encara avui hi ha gent que el dissenya als seus jardins, en camps de blat de moro i altres indrets inversemblants adjudicant-li tota mena de significats més o menys curiosos. Segurament hi influeix la bellesa del seu disseny i la senzillesa de la seva construcció.

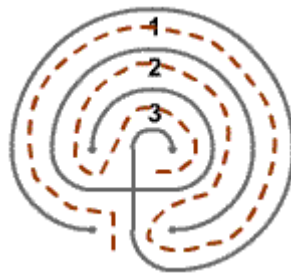


Investigarem ara com es camina pel seu interior.

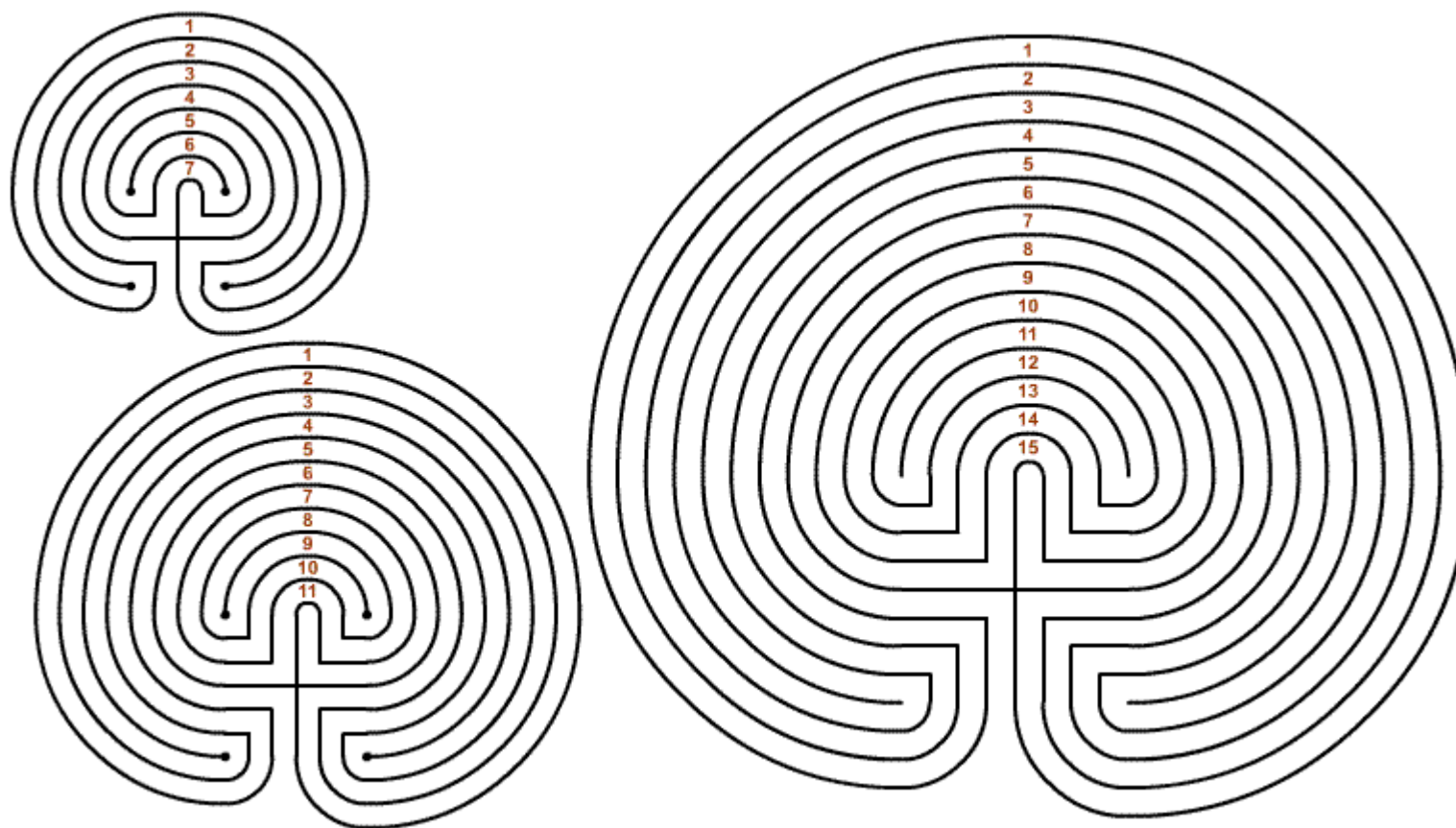
En quin ordre es fan els camins?

Si numerem des de la part exterior cap a la interior els diferents passadissos, els anirem recorrent amb un ordre que podrem anotar.

Així l'ordre corresponent al laberint de 3 circuits és aquest: 1 – 2 – 3



- Investiga ara en quin ordre es recorren els passadissos dels laberints de 7, 11 i 15 circuits.
- Anota els recorreguts a les taules corresponents.
- Intenta trobar una forma d'esbrinar l'ordre del recorregut mirant com es distribueixen els nombres.
- Intenta esbrinar el recorregut d'un laberint de 19 circuits.
- Explica, si el trobes, un mètode general per determinar l'ordre del recorregut en un laberint de n circuits.



Laberint de 3 circuits

1	2	3
---	---	---

Laberint de 7 circuits

--	--	--	--	--	--	--

Laberint d'11 circuits

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Laberint de 15 circuits

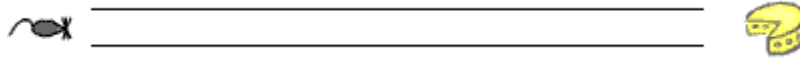
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Laberint de 19 circuits

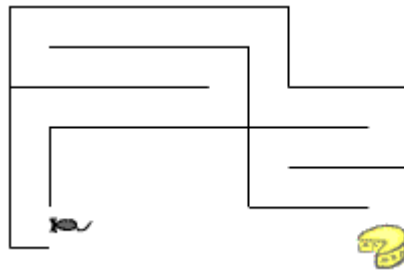
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Els laberints amb bifurcacions: seguim el ratolí!

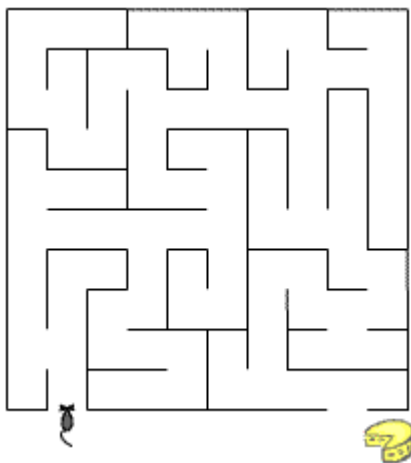
Un passadís acostuma a tenir dues parets que conformen una mena de tub. Quan a casa hem de caminar per un passadís a les fosques acostumem a posar una mà a la paret i, a les palpentes, arribem al nostre destí sense problemes. Els ratolins, que acostumen a caminar enganxats a les parets, tampoc no acostumen a tenir problemes.



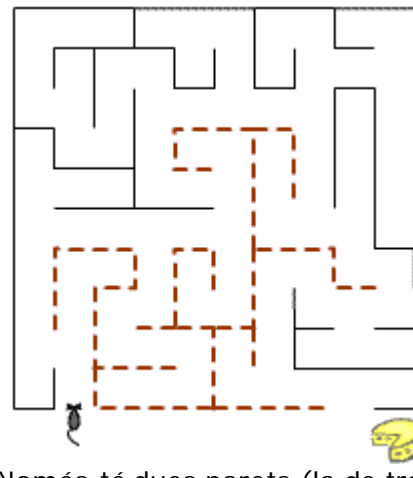
El fet que el passadís tingui corbes o sigui "recargolat" no varia la situació. Amb la mà a la paret o caminant com els ratolins arribarem igualment a la sortida.



Molts laberints amb bifurcacions es poden transformar en un senzill passadís. Només cal observar-los atentament. Malgrat les bifurcacions, molts laberints només tenen una o dues parets

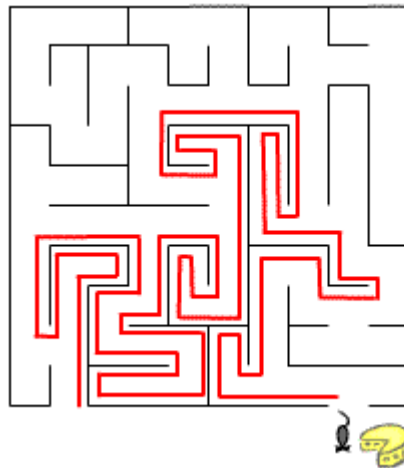


Laberint amb bifurcacions

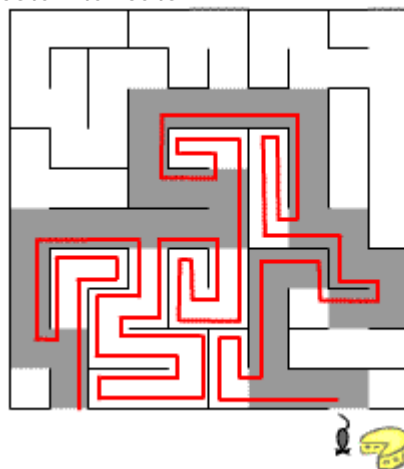


Només té dues parets (la de traç continu i la de traç discontinu)

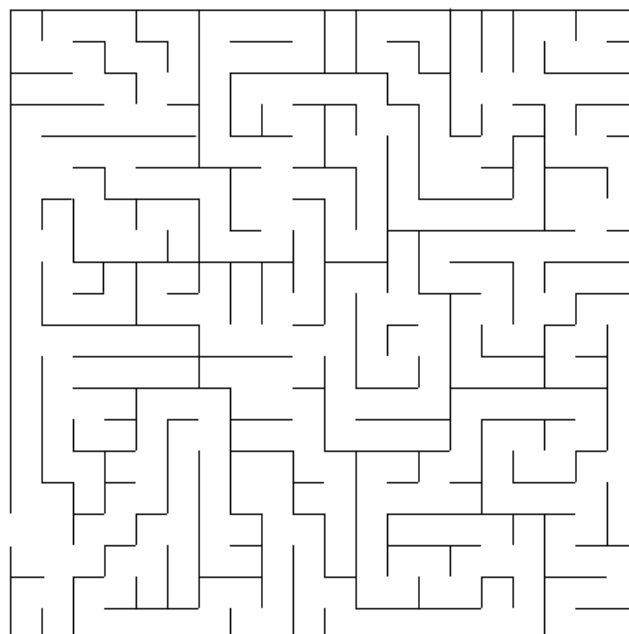
Així, resumint, **per trobar la sortida del laberint** ens hem de limitar a **posar la mà a la paret i anar-la seguint fins arribar a la sortida**. Caminar, com els ratolins, enganxats a la paret. Si seguim la paret pintada amb línia discontinua arribarem a la sortida per un camí més curt que si seguim la de línia contínua.



Només ens queda trobar el camí més curt. Per fer-ho hem de tornar a la sortida rebutjant els passadissos amb dues línies perquè, en aquests, hi hem entrat i n'hem tornat a sortir: estan tancats.



- 1) Aplica "l'algorisme del ratolí" a aquest laberint. (Un algorisme és una llista d'instruccions per resoldre un problema concret). Després marca el camí més curt.



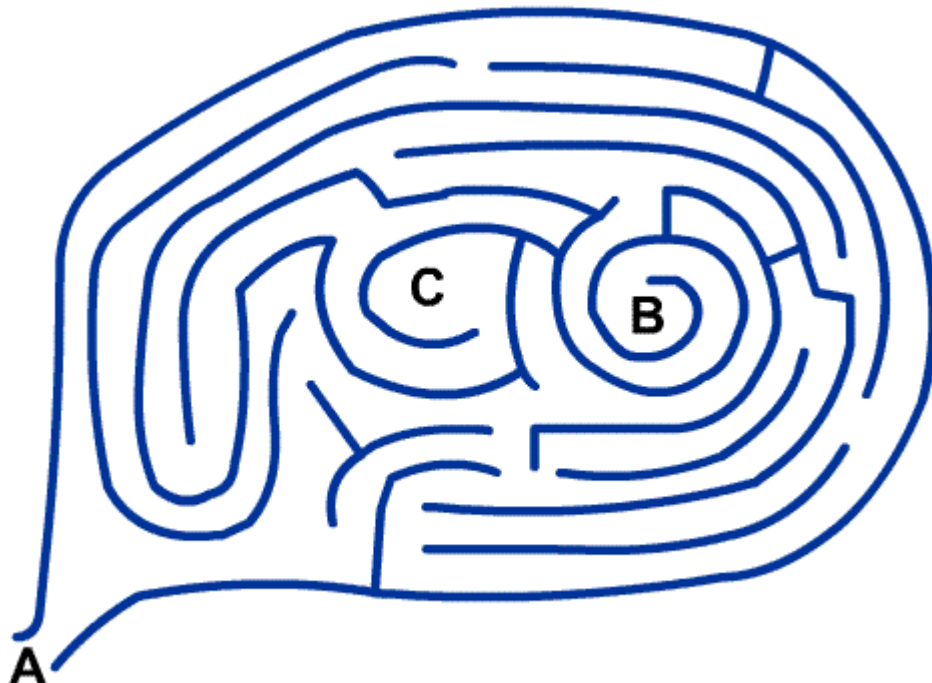
- 2) El ratolí Pereishon viu al laberint anglès de Hampton Court i té amagat el seu formatge lluny de les urpes dels altres ratolins del laberint. On el té amagat? (Per saber-ho aplica l'algorisme del ratolí fins al centre del laberint i continua aplicant-lo fins a tornar a sortir. Observa després el gràfic obtingut)



- 3) Per què creus que no es visita aquest passadís?

Els ratolins no sempre se'n surten

- 4) Aplica l'algorisme del ratolí al laberint de Catskills. Has d'intentar arribar als centres **B** o **C**. Què observes? Per què passa això?



En un laberint com l'anterior és impossible que arribem al centre aplicant el mètode de seguir una paret. Quan el centre del laberint està tancat per una paret totalment desconnectada de les altres haurem d'aplicar altres mètodes per arribar-hi.

Fins ara hem vist tres tipus de laberints:

 <p>Sense bifurcacions.</p> <p><u>Algorisme</u> No cal</p>	 <p>Amb bifurcacions connex (una o dues parets).</p> <p><u>Algorisme</u> Seguir una paret.</p>	 <p>Amb bifurcacions inconnex (més de dues parets)</p> <p><u>Algorisme</u> Trémaux</p>
--	---	---

Deixarem per més endavant l'algorisme de Trémaux per als laberints inconnexos per estudiar com és un dels laberints que tenim més a prop: el del Parc del Laberint d'Horta.

El laberint d'Horta

No és el mateix resoldre un laberint amb paper i llapis, com hem fet abans, que trobar-se dintre, envoltat de parets i sense cap plànol.

A l'entrada del laberint d'Horta trobem una inscripció gravada amb una referència a la llegenda de Teseu, Ariadna i el Minotaure:

Entra: saldrás sin rodeo.
El laberinto es sencillo.
No es menester el ovillo
que dio Ariadna a Teseo.

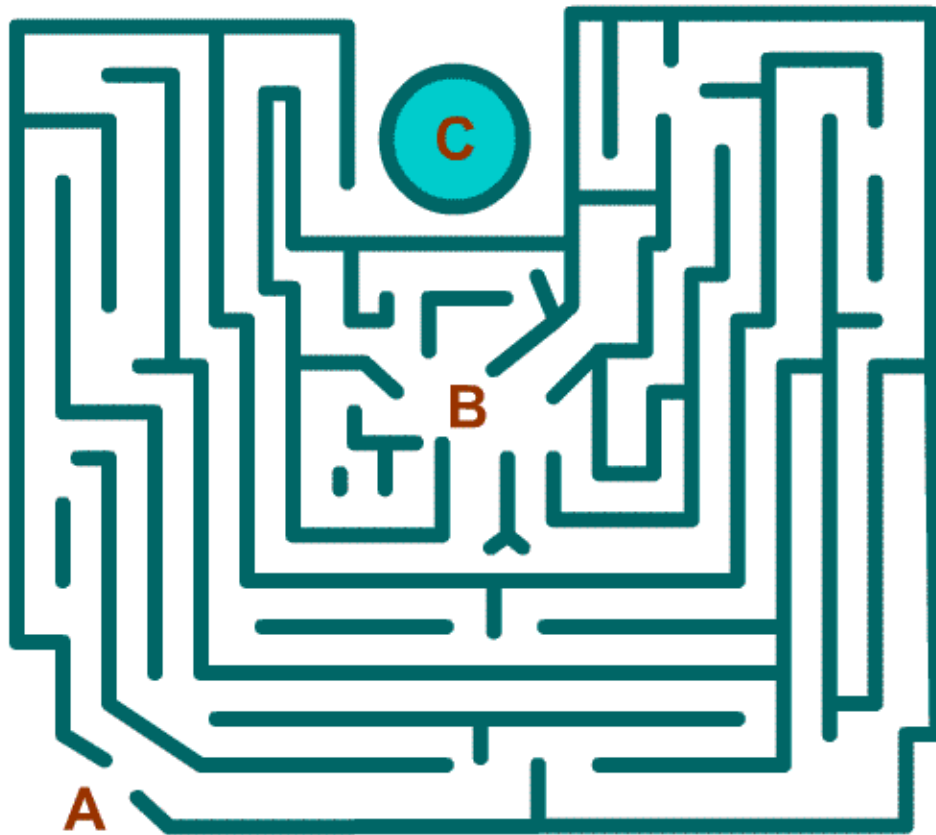


Ara sabem que és ben cert que no calia el cabdell ja que sembla que el laberint del Minotaure no tenia bifurcacions i, si n'hagués tingut, probablement fent "el ratolí" se n'hauria sortit.

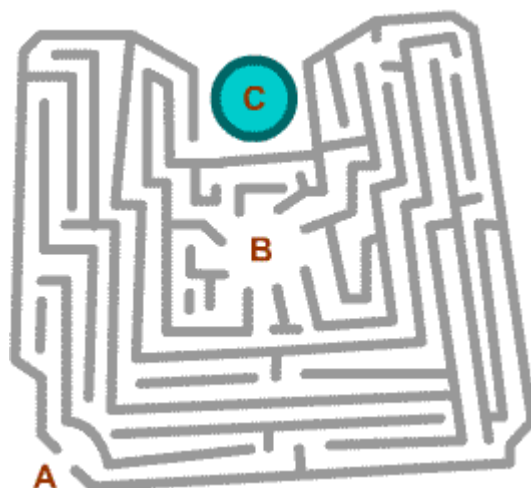
Estudiem a quin tipus pertany el laberint d'Horta, però ho farem "caminant" per dins, sense analitzar les parets "a vista d'ocell".

L'objectiu del laberint és entrar per A, arribar fins a la glorieta B i sortir per l'estany C. Mirarem si és possible fer aquest recorregut completament tant seguint una paret com l'altra.

- 5) Aplica l'algorisme del ratolí a la paret de la dreta i observa si fas el recorregut A-B-C.



- 6) Repeteix el procediment anterior a la paret esquerra. Passes per A, B i C?
- 7) Quina mena de laberint és connex o inconnex? Per què?
- 8) Pinta al següent esquema la paret dreta sencera amb un color. Amb un altre, la paret esquerra i amb un tercer, les parets que quedin separades de les altres dues. Quantes parets té aquest laberint?



Els laberints amb bifurcacions inconnexes: l'algorisme de Trémaux



Recordaràs, segurament, que a les aventures d'Indiana Jones al Temple Maleït aquest es fa un bon embolic dintre de les mines que hi ha a sota el temple. Ha de prendre el camí de l'esquerra per poder sortir, però agafa el de la dreta. Recordaràs, també, que dintre les mines hi havia encara dues pedres màgiques de Sheba amagades. El que no saps és que el Dr. Jones volia tornar a aquelles mines per recuperar-les. Pensava que hauria de recórrer tots els passadissos per trobar-les i va haver d'investigar un mètode per garantir que passaria per tots els camins possibles i que, a més, trobaria la sortida. És evident que les mines podien ser un laberint inconnex i que mètodes com el del ratolí no servirien. Llavors va tenir la feliç idea de consultar matemàtics experts. Aquests, després de remenar molts llibres, van trobar un algorisme atribuït a un enginyer francès de finals del segle XIX anomenat **Trémaux**.

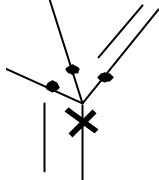
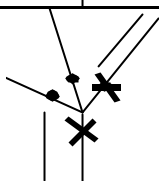
Amb el seu mètode s'ha de considerar la situació en què et trobes cada vegada que arribes per un passadís a una cruïlla. També determina un sistema de marques:

●	Passadís transitat (marca que hem de fer la primera vegada que entrem o sortim d'un passadís)	×	Passadís tancat (marca que hem de fer la segona vegada que entrem o sortim d'un passadís)
---	---	---	---

Trémaux considera diferents possibilitats cada vegada que arriba a una cruïlla, entenent com a **passadissos** i **cruï lles noves** que passa per **primera vegada** i per **transitades**, aquelles per les quals **ja ha passat algun cop**. A més, hem de considerar el cas de quan arribem a un passadís sense sortida.

Per a cada possibilitat dóna una instrucció diferent:

	Situació	Instruccions	
1	Arribes per un passadís nou a una cruïlla nova.	Marca el passadís que deixes i agafa qualsevol passadís nou. Marca l'entrada.	
2	Arribes per un passadís nou a un final de passadís sense sortida.	Recula fins a l'entrada del passadís, tanca'l i agafa'n un de nou, marcant la nova entrada.	
3	Arribes per un passadís nou a una cruïlla transitada.	Tanca el passadís i gira cua fins al lloc d'on venies. Tanca'l també i agafa un altre camí.	

4	Arribes per un passadís marcat (transitat) a una cruïlla transitada amb camins nous.	Tanca el camí pel qual vens i agafa'n un dels nous. Marca l'entrada.	
5	Arribes per un passadís transitat a una cruïlla transitada sense camins nous.	Tanca el camí pel qual vens i agafa'n un dels que hi hagi marcats tancant-lo també en passar.	

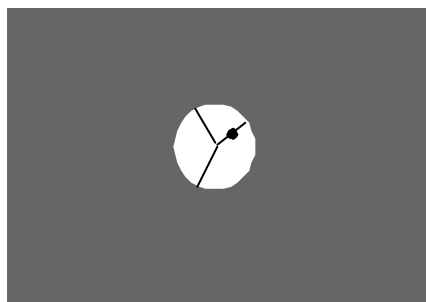
Has de vigilar molt especialment la 3a instrucció perquè és la que més vegades ens oblidem d'aplicar.

Si seguim perfectament aquestes instruccions recorrerem tots els passadissos del laberint dues vegades (una d'anada i una altra de tornada).

Movent-nos pel laberint

Primer farem un simulacre de laberint. Com que treballem amb paper i llapis ens ocultarem el plànol sencer amb una cartolina opaca. Només en veurem les cruïlles.

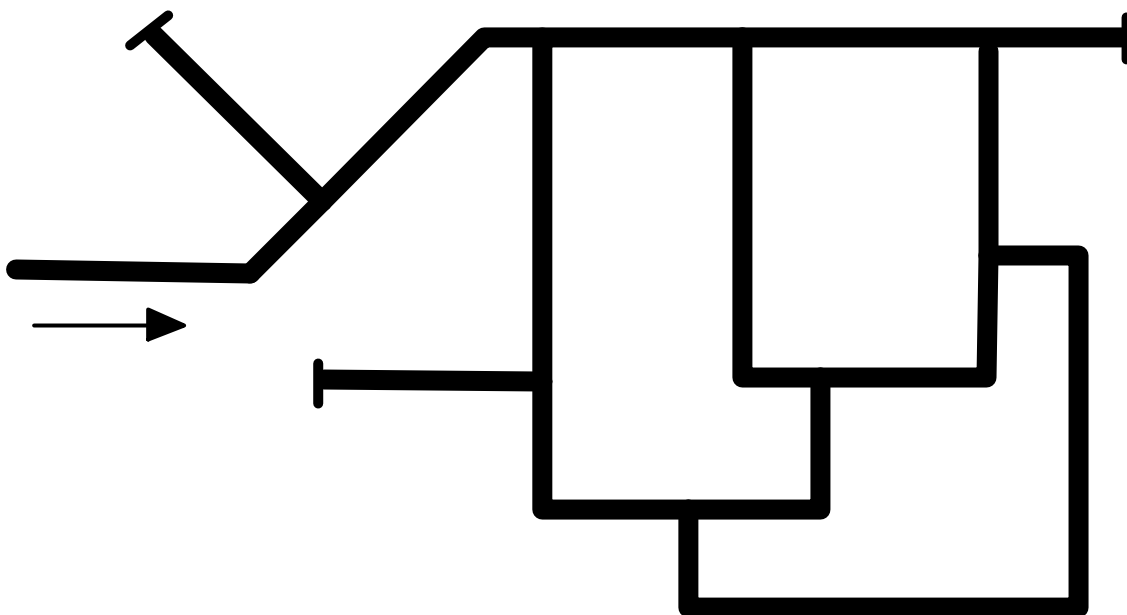
- 1) Agafa una cartolina i fes-hi un forat d'aproximadament 1,5 cm de diàmetre.
- 2) Tapa amb la cartolina el plànol del primer laberint i busca'n l'entrada amb el forat. Vés-te movent pels passadissos només amb el que vegis pel forat. Cada vegada que arribis a una cruïlla aplica les normes de l'algorisme de Trémaux. Després comprova que has marcat tots els passadissos.



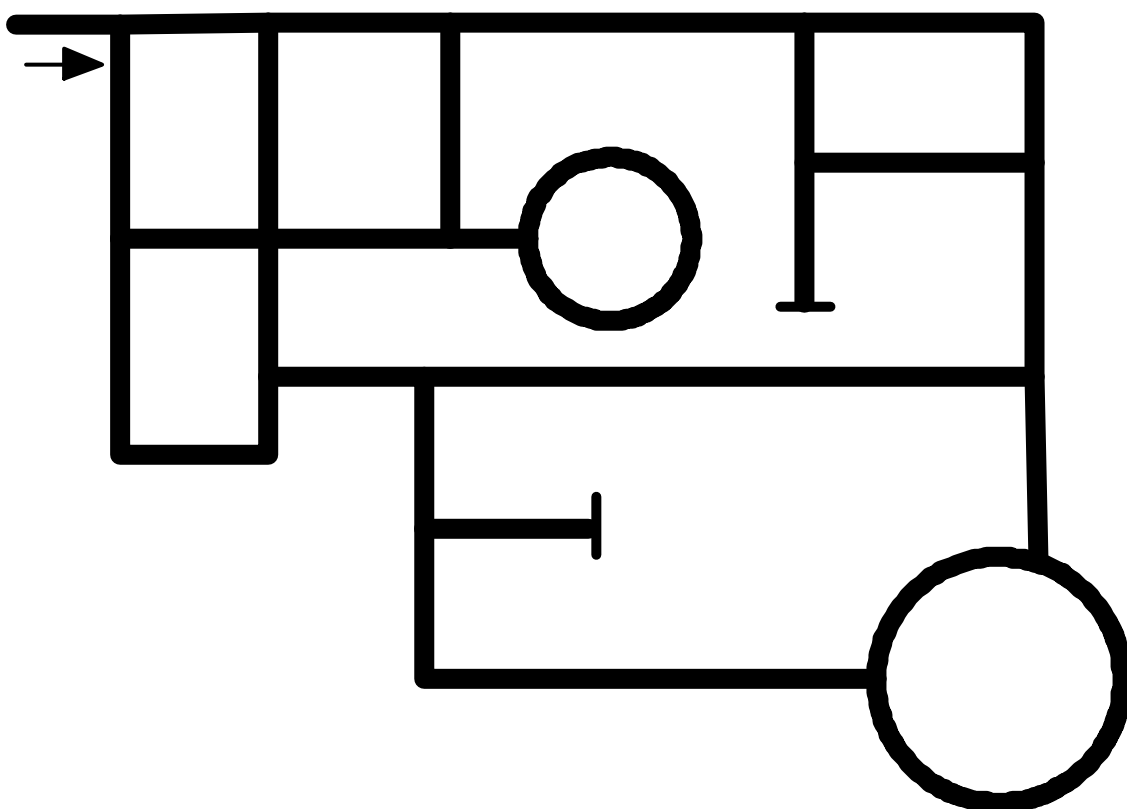
El que has de veure

- 3) Fes el mateix amb el segon laberint comprovant al final que has passat per tots els passadissos..

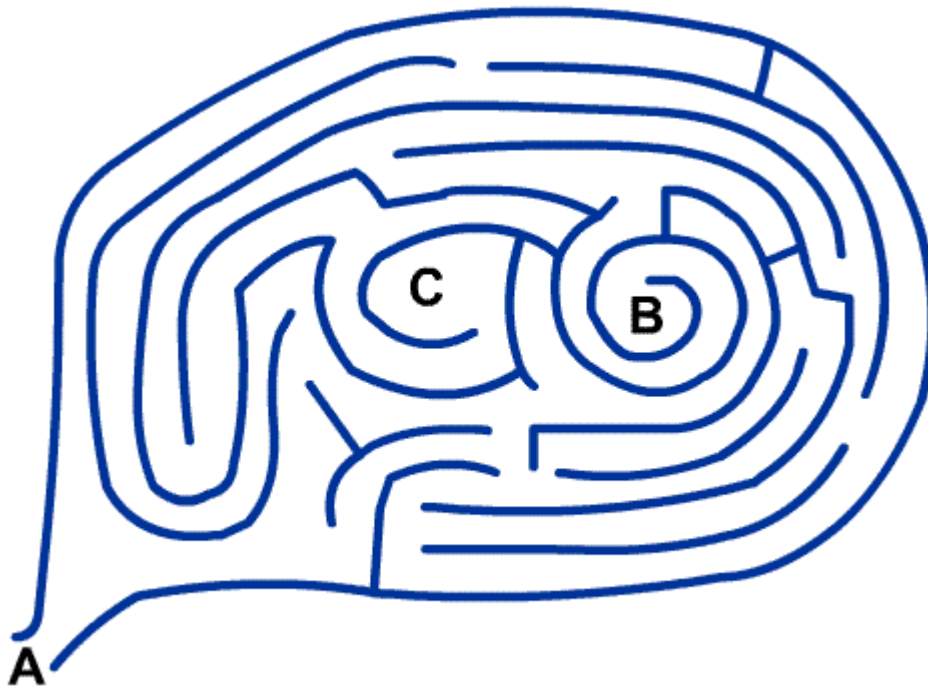
Laberint 1



Laberint 2



- 4) Aplica l'algorisme de Trémaux al laberint de Catskills. Fixa-t'hi que ara has d'anar seguint el camí i no les línies.



Un laberint irresoluble

Acabem de veure que no hi ha laberint que sigui invencible, mentre tingui parets, camins i cruïlles. L'escriptor argentí **Jorge Luis Borges** (1899-1986) se'n va inventar un en el qual, però, els nostres mètodes serien ben inútils. Ho va fer al conte "Los dos reyes y los dos laberintos" del seu llibre *El Aleph*



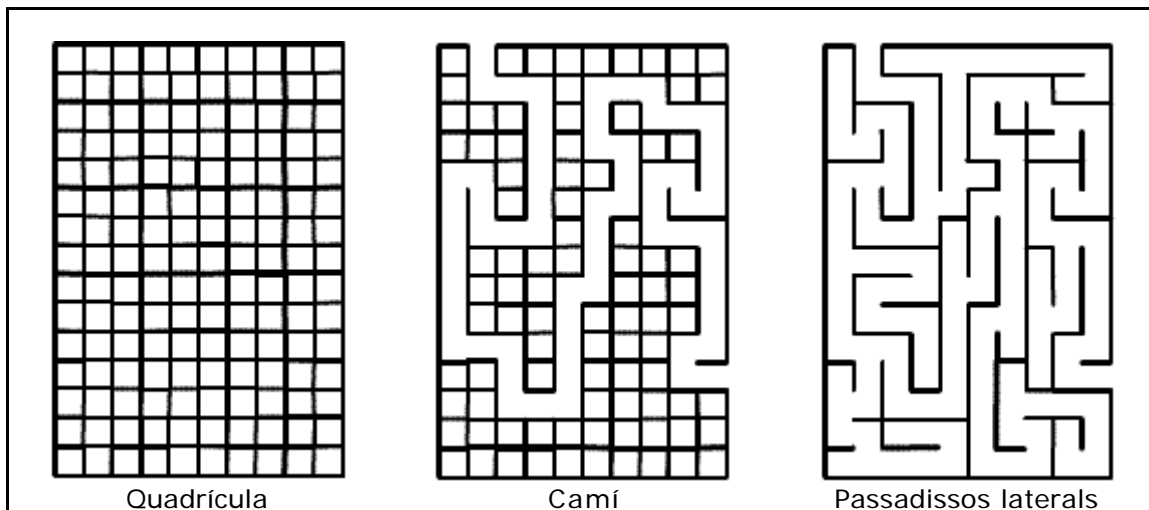
Cuentan los hombres dignos de fe (pero Alá sabe más) que en los primeros días hubo un rey de las islas de Babilonia que congregó a sus arquitectos y magos y les mandó construir un laberinto tan perplejo y sutil que los varones más prudentes no se aventuraban a entrar, y los que entraban se perdían. Esa obra era un escándalo, porque la confusión y la maravilla son operaciones propias de Dios y no de los hombres. Con el andar del tiempo vino a su corte un rey de los árabes, y el rey de Babilonia (para hacer burla de la simplicidad de su huésped) lo hizo penetrar en el laberinto, donde vagó afrentado y confundido hasta la declinación de la tarde. Entonces imploró socorro divino y dio con la puerta. Sus labios no profirieron

queja ninguna, pero le dijo al rey de Babilonia que él en Arabia tenía un laberinto mejor y que, si Dios era servido, se lo daría a conocer algún día. Luego regresó a Arabia, juntó sus capitanes y sus alcaides y estragó los reinos de Babilonia con tan venturosa fortuna que derribó sus castillos, rompió sus gentes e hizo cautivo al mismo rey. Lo amarró encima de un camello veloz y lo llevó al desierto. Cabalgaron tres días, y le dijo: "¡Oh, rey del tiempo y substancia y cifra del siglo!, en Babilonia me quisiste perder en un laberinto de bronce con muchas escaleras, puertas y muros; ahora el Poderoso ha tenido a bien que te muestre el mío, donde no hay escaleras que subir, ni puertas que forzar, ni fatigosas galerías que recorrer, ni muros que te vedan el paso".

Luego le desató las ligaduras y lo abandonó en mitad del desierto, donde murió de hambre y de sed. La gloria sea con Aquel que no muere.

Fem laberints amb bifurcacions.

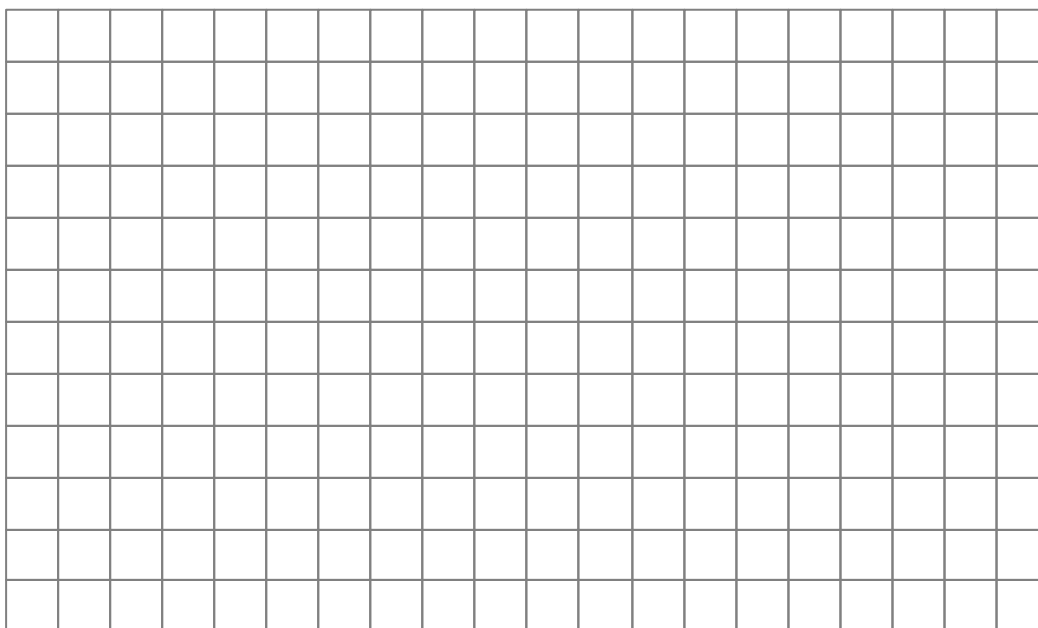
Una de les formes més còmodes de dissenyar un laberint amb bifurcacions és partir d'un rectangle quadriculat i, amb typex o goma, anar esborrant línies. El més pràctic és dibuixar primer el camí i després esborrar les línies que formaran els passadissos secundaris.

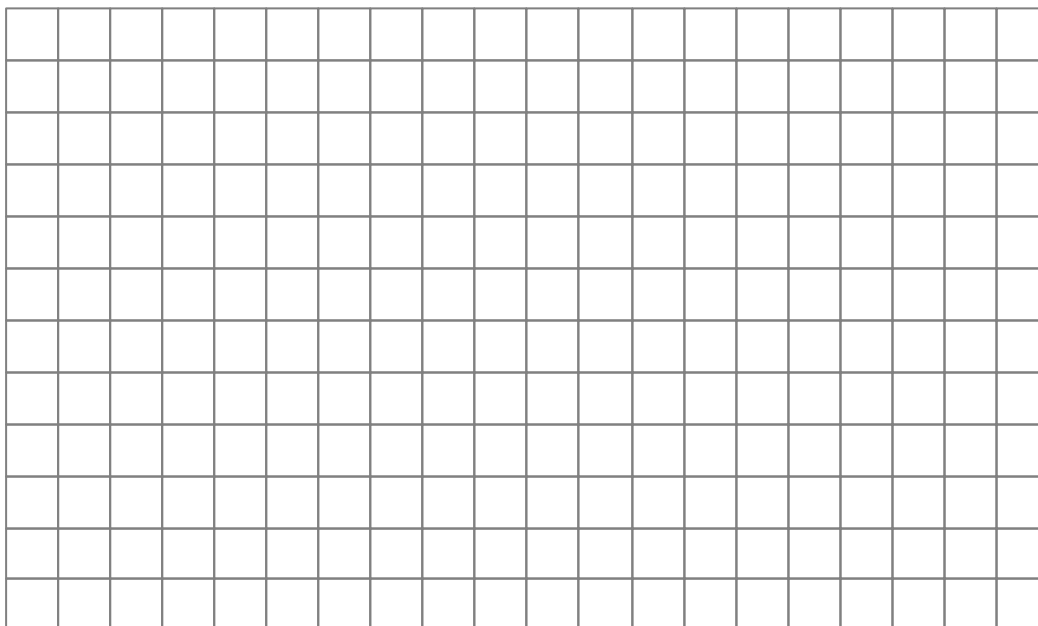


Movent-nos pel laberint

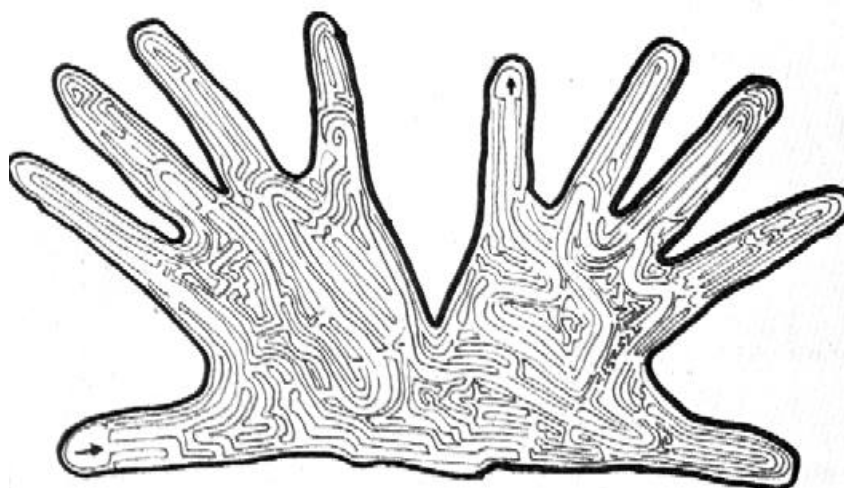
Primer farem un simulacre de laberint. Ja que treballem amb paper i llapis ens ocultarem el plànol sencer amb una cartolina opaca. Només veurem les cruïlles.

- 1) Sobre aquesta primera quadricula fes un projecte de laberint tapant les línies que et convinguin. Després repeteix el laberint a net sobre la segona quadricula.





Si t'animes pots dissenyar laberint més complicats o artístics



A la pàgina d'internet
http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/mate3p.htm
 pots trobar altres laberints com aquest:

