

L'ÀBAC DE NAPIER

Introducció històrica.

L'escocès John Napier (segle XVI) va ser un dels matemàtics més preocupats a trobar nous mètodes, cada vegada més fàcils, per realitzar les operacions aritmètiques. Gràcies al seu invent més important, els logaritmes, molts tècnics i científics es van poder evitar hores i hores de llargs i complicats càlculs. A més aquests van propiciar l'aparició d'un dels instruments de càlcul més utilitzats fins al segle XX: el regle de càlcul. Seves són també les regletes per multiplicar que porten el seu nom.

A la seva obra "*Rabdologiae seu numerationis per virgulas libri duo*" (1617), en Napier encara va proposar, a més de les regletes, un nou estri de càlcul: un àbac que permetia resoldre les 5 operacions bàsiques sobre una mena de tauler d'escacs. Tot i així aquest àbac no va prosperar mai ja que exigia un certa perícia fent sumes mentalment. Una de les operacions que alleugeria clarament, però, era la multiplicació. Actualment ha quedat només com una curiositat històrica.

Fonamentació

L'àbac de Napier es basa, fonamentalment, en un sistema de notació binària, és a dir, en la descomposició dels nombres en sumes de potències de 2. Efectivament, qualsevol nombre es pot descompondre en una suma única d'aquestes potències. El tauler d'escacs té 8 caselles, per tant podem comptar amb aquestes potències: $2^0=1$; $2^1=2$; $2^2=4$; $2^3=8$; $2^4=16$; $2^5=32$; $2^6=64$ i $2^7=128$, i podrem calcular amb els nombres del 0 al 255. Per exemple, el nombre 47 serà igual a $32+8+4+2+1$ i el 141 serà $128+8+4+1$.

Representant cada nombre amb unes fitxes a les caselles corresponents, les sumes es redueixen a agrupar les fitxes dels sumands i, posteriorment, rectificar, per tal de facilitar la lectura del resultat. Les restes es podran fer traient fitxes del tauler o, tal i com es feia a altres àbacs, pel mètode de la *suma del complementari*, que

veurem més tard. Les multiplicacions es basen en dos aspectes: la propietat distributiva respecte a la suma i la suma d'exponents del producte de potències d'igual base.

Descripció

L'àbac de Napier consisteix, senzillament, en un tauler de 8x8 (ampliable a altres quadrats) i un joc de fitxes per anotar els nombres. Als marges inferior i dret del tauler hi trobem escrits els valors de les primeres potències de 2. Un nombre s'escriu descomponent-lo en una suma d'aquestes potències i marcant les caselles corresponents amb una fitxa. Observa a l'exemple com està escrit el nombre 185.

								128
								64
								32
								16
								8
								4
								2
●		●	●	●			●	1
128	64	32	16	8	4	2	1	

$$185 = 128 + 32 + 16 + 8 + 1$$

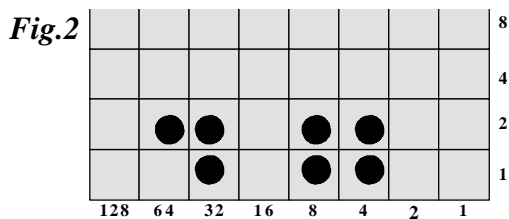
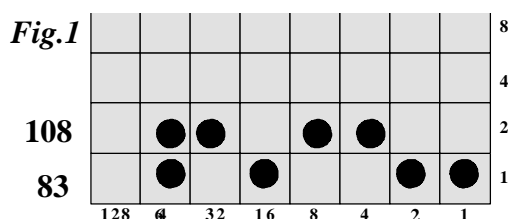
Resta

La resta es podria fer d'una manera similar a la suma però eliminant fitxes en comptes d'acumular-les. Tot i així la resta es pot fer d'una manera més fàcil (quan es domina) convertint-la en una suma de complementaris i fent un retoc final, tal i com es fa amb els àbacs tradicionals. En aquests una resta com $456 - 38$ es pot fer de la següent manera: primer sumem $456 + 961$ (on el 961 és el complementari a 9 de cada xifra del 038). La suma dona 1 417. Després se'n resten mil i se'n suma 1 (de fet en traiem 999). Queda com a resultat 418. A l'àbac de Napier tot aquest mètode és encara més senzill, ja que no complementem 9 (com a la base 10) sinó 1 (ja que fem servir la base binària 2).

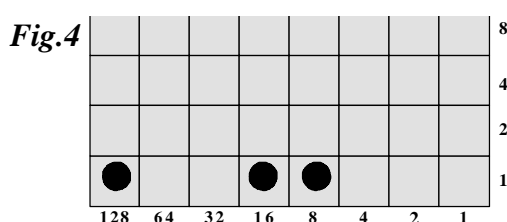
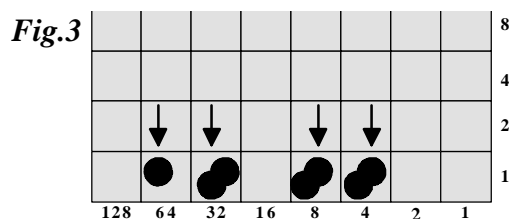
Exemple: Per restar $108 - 83 = 25$.

a) S'escriu cada nombre a una fila. *Fig. 1*

b) El subtrahend es complementa a 1 de la següent manera: mirem casella per casella des de la que hi hagi just a sota de la casella més a l'esquerra ocupada pel minuend (en aquest cas a la columna del 64). Si la casella és buida posem una fitxa i si és plena la traiem. *Fig. 2*

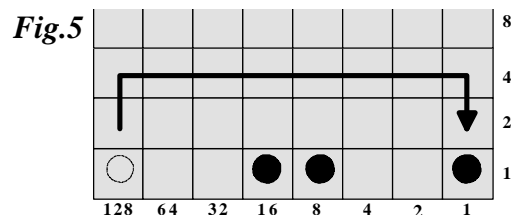


c) Es sumen els dos nombres i es rectifica. *Fig. 3 i 4*



d) S'agafa la fitxa que hi hagi més a l'esquerra i s'afegeix a la primera casella de la dreta, la de la columna de l'1. *Fig. 5*

e) Si cal es torna a rectificar (en aquest cas no cal) i es llegeix el resultat:
 $16+8+4=25$.



Resultat: $16+8+1=25$

Multiplicació

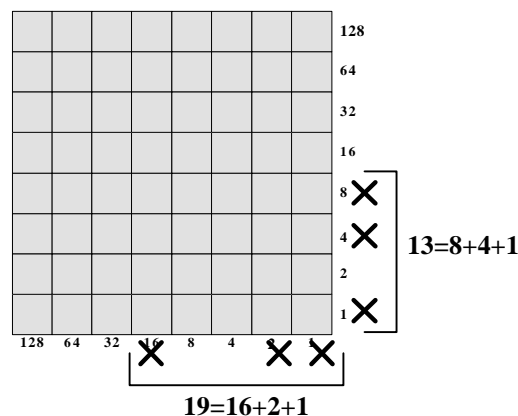
La multiplicació és una de les operacions que es simplifica més amb l'àbac de Napier, ja que, un cop escrits els nombres convenientment, el càlcul es redueix a un moviment en diagonal pel tauler semblant al moviment de l'alfil dels escacs.

Per multiplicar treballarem amb dos costats del tauler: l'inferior i el dret.

Exemple: Per multiplicar $19 \cdot 13 = 247$

a) Per preparar la multiplicació convé marcar prèviament cada factor (amb fitxes mateix) a un costat del tauler. Aquestes marques només ens serviran d'ajut, ja que no calcularem amb elles. Per exemple marquem el 19 a la part inferior i el 13 al costat dret. *Fig. 1*

Fig.1



b) Escrivim el 19 a cadascuna de les fileres que tenim marcades pel 13. Després es poden retirar les fitxes de marca. *Fig. 2*

Fig.2

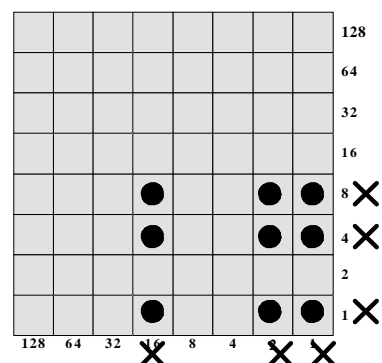


Fig.3

c) Es mouen totes les fitxes seguint un moviment en diagonal (cap a dalt i a la dreta) fins al costat dret del tauler. *Fig. 3*

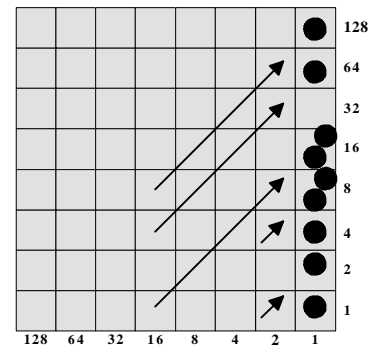
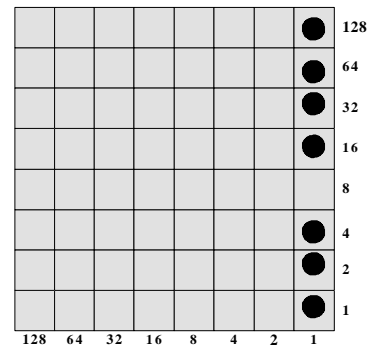


Fig.4

d) Es rectifica igual que fèiem amb la suma però de baix a dalt. *Fig. 4*

e) Es llegeix el resultat:
 $128+64+32+16+4+2+1 = 247$.



$$128+64+32+16+4+2+1 = 247$$