

Numeracions antigues

Hi ha diferents maneres de realitzar aquest treball

- Es poden anar repartint les fitxes amb cada numeració amb un número esborrat que s'ha d'esbrinar. Quan s'ha aconseguit es dóna una altra. És el model presentat a la web.
- Es poden repartir les diferents numeracions entre els grups (recomanable que només siguin de dos) tenint en compte el seu nivell de dificultat. Cada grup ha d'estudiar la que li ha tocat i posteriorment explicar-s'hi als companys i companyes. Amb l'explicació de cada grup es va omplint un quadre resum.
- Opcionalment es pot fer un treball (mirar guió).
- No cal treballar-les totes. Es pot fer una tria.

L'opció que us presentem és part d'un crèdit variable sobre història de la numeració i el càlcul per 1r d'ESO. Primer fem treballar a tot el grup una numeració (la xinesa) i després per grups investiguen les altres. Després les expliquen i ajuden als altres a omplir una mena de quadre resum, un mapa i una línia del temps. A més han de fer el treball en grup.

LA NUMERACIÓ ESCRITA

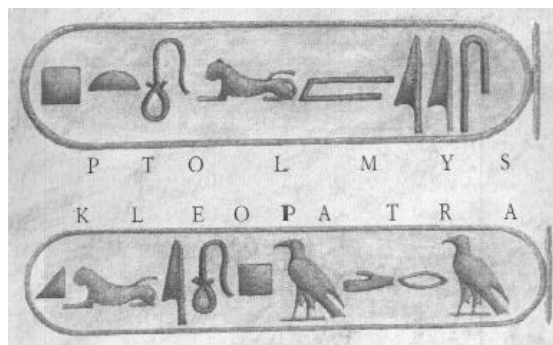
Fem de "Champollions"

Fins que els soldats de Napoleó, en la seva invasió a l'Egipte a l'any 1799, no van descobrir la pedra de Rosetta, els jeroglífics egipcis eren un autèntic misteri. És aquesta una pedra de basalt negre que conté un text honorífic sobre el faraó Ptolomeu V, escrit en grec, demòtic i caràcters jeroglífics. Més tard l'egiptòleg francès Jean-François Champollion (1790-1832) va poder estudiar la pedra i va poder identificar els noms dels personatges que figuraven al document.



La Pedra Rosetta

Champollion va pensar, encertadament, que el text en grec i els jeroglífics explicaven el mateix i que els noms dels reis, Ptolomeu i Cleopatra, es devien correspondre amb certs caràcters que estaven encerclats. Aquesta va ser la primera pista per desxifrar l'escriptura jeroglífica



Ara ens toca a nosaltres intentar traduir els nostres "documents" matemàtics de l'antiguitat.

Primer faràs una activitat sobre una numeració xinesa de fa més de 1600 anys.

Després et donarem uns "documents" amb algunes numeracions antigues i la corresponent transcripció en la nostra numeració actual, tal com passa a la pedra Rosetta, i hauràs de descobrir el valor de cada símbol i el funcionament dels diferents sistemes de numeració que t'hagi tocat.

NOMBRES XINESOS

Un explorador va descobrir un quadrat xinès, del segle IV, que tenia aquest aspecte:

一	十一	二十一	三十一	四十一	五十一	六十一	七十一		九十一
二	十二	二十二	三十二	四十二	五十二	六十二	七十二	八十二	九十二
三		十三	二十三	四十三	五十三	六十三	七十三	八十三	九十三
四	十四	二十四	三十四	四十四	五十四	六十四	七十四	八十四	九十四
五	十五	二十五	三十五	四十五	五十五	六十五	七十五	八十五	九十五
六	十六		三十六	四十六	五十六	六十六	七十六	八十六	九十六
七	十七	二十七	三十七	四十七	五十七	六十七	七十七	八十七	九十七
八	十八	二十八	三十八	四十八	五十八	六十八	七十八	八十八	九十八
九	十九	二十九	三十九	四十九	五十九	六十九	七十九	八十九	
十	二十	三十		五十	六十	七十	八十	九十	百

De seguida, es va adonar que es tractava d'un quadrat de nombres al qual li'n faltaven alguns.

Mira de respondre aquestes preguntes:

1) Quin és el símbol xinès que representa el 10? Dibuixa'l.

I quin és el símbol del 5? Dibuixa'l.

Quin creus que serà el símbol del 15? Dibuixa'l i comprova després si és correcte.

I el 35? Fes el mateix.

2) Ets capaç d'omplir els nombres que falten al quadrat?

3) Sabries dibuixar el nombre que representa el 130?

4) Escriu aquí sota el símbols del 12 i, al costat, el del 20. Compara'ls

12	20

Intenta contestar:

a) Si el 2 apareix sota del 10, quina operació faig amb ells?

b) Si el 10 apareix sota del 2, quina operació faig amb ells?

5) Intenta escriure els següents nombres:

325

578

666

一萬六千三百四十三	日。其乘同除法何如。物實錢來。之。將錢買物互乘取。百里千斤。也。	價直二百四十。今有錢一十三	十二銖五分銖之四。	法。以一斤乘。今有錢數為實。實。價為所有率。一斤為所求率。今	四十五。今有錢七兩一十二銖。	錢三十二分錢之二十三。	法。以一斤價數乘。七兩一十二
-----------	----------------------------------	---------------	-----------	--------------------------------	----------------	-------------	----------------

Extracte d'un document matemàtic xinès del segle XV.

A la dreta hi ha representat el nombre 16 343

SISTEMES DE NUMERACIÓ

Guió del treball sobre numeració

El treball ha de tenir cinc parts:

- Introducció.
- Explicació del sistema de numeració.
- Anàlisi del sistema.
- Valoració del sistema.
- Pràctica d'escriptura.

Introducció

Ens ha de situar en la època i el lloc on es feia servir el sistema de numeració. Hi ha d'haver algun comentari sobre la història de la cultura corresponent i assenyalar en un mapamundi la zona on s'utilitzava. Poden haver fotografies o dibuixos de documents i monuments de l'època. També es poden afegir mapes històrics més detallats.

Explicació del sistema de numeració

Heu d'explicar les regles de funcionament que heu descobert:

- Símbols emprats i el seu valor.
- Direcció de lectura (dreta-esquerra, esquerra-dreta,...)
- Ordre i agrupament dels símbols.
- Regles especials (si n'hi ha)

També podeu explicar com, a partir de l'observació del document, heu anat realitzant els descobriments

Anàlisi del sistema de numeració

Característiques: Heu de mirar si és un sistema *additiu* (els símbols només es sumen) o *additiu-multiplicatiu* (hi ha una combinació de multiplicacions i sumes). De vegades també poden ser, a més, *subtractius* (també es fan restes)

Establir la base: Tots els sistemes de numeració organitzen els seus símbols d'una manera graduada per tal d'agrupar unitats més petites i no haver d'escriure tant. Així nosaltres agrupem 10 unitats per formar una desena, 10 desenes per formar una centena, 10 centenes per fer un miler, etc. El nostre sistema "d'empaquetament" es fa de 10 en 10. Per tant la *base* del nostre sistema de numeració és 10. De fet, més estrictament, podem observar que totes els graus d'unitat (unitats, desenes, centenes, milers, desenes de miler,...) són potències de 10 (10^0 , 10^1 , 10^2 , 10^3 , 10^4 ,...). Hi ha sistemes de numeració que fan servir, a més, una

base auxiliar, a més de la *principal*, per reduir la quantitat de símbols a escriure.

És un sistema posicional?: El nostre sistema és *posicional*. Un mateix símbol, per exemple 3, té valors diferents segons el lloc (la posició) que ocupa. Així al nombre 273 representa el valor "tres unitats" perquè està al final; al nombre 530 té el valor de "tres desenes" (30) perquè ocupa el penúltim lloc i al 359 val "tres centenes" (300) perquè ocupa l'antepenúltima posició. Un sistema en que no importi especialment el lloc que ocupa el símbol serà *no posicional*.

Té zero?: Heu d'especificar si té un símbol específic pel *zero* o no. Si en té heu de dir quin és.

Permet el càlcul directe?: Proveu de fer alguna operació, per exemple una suma, i valoreu si és fàcil o difícil calcular directament amb les xifres.

Valoració: Heu de valorar la "qualitat" del sistema de numeració. Per fer-ho heu de tenir en compte els següents aspectes:

■ **Quantitat de símbols:** Si el sistema té molts símbols a memoritzar serà més difícil d'emprar que si en té pocs.

■ **Claredat de lectura:** S'han de mirar dos aspectes per separar: si els nombres queden massa llargs i si pot haver-hi confusions amb les separacions dels símbols. Totes dues coses poden provocar errors de lectura.

■ **Possibilitat d'ampliació:** Un bon sistema permetrà escriure nombres cada vegada més grans sense necessitat d'inventar nous símbols.

■ **Facilitat de càlcul:** Un bon sistema de numeració no dificultarà especialment el càlcul.

Alhora de fer aquesta valoració no heu de tenir en compte la base, ja que una base diferent a 10 la trobem complicada, només, perquè no estem acostumats a utilitzar-la.

Pràctica: Heu d'escriure, amb el vostre sistema de numeració, els següents nombres:

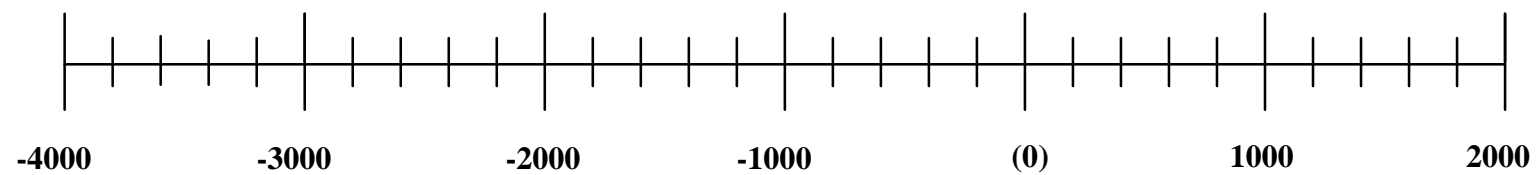
14, 27, 39, 45, 54, 63, 87, 94
123, 146, 254, 366, 407, 512, 630, 852
1 024, 1 690, 1997, 2 753, 5 806, 6 798
15 432, 23 907, 346 792, 900 000, 1 245 783

A més, a una cartolina de color, tamany DINA-4, heu d'escriure l'any en curs per penjar-lo a l'aula.

RESUM SISTEMES DE NUMERACIÓ

[illegible]

ÈPOCA



L'"ORTOGRAFIA" DELS NOMBRES

(Text extret del llibre "Breu viatge al món de la matemàtica" de Domènec Gavalrà)

Els signes numèrics són com les lletres de l'abecedari. Tot combinant-los podem representar qualsevol quantitat. Així com hi ha diversos alfabetos i idiomes, també hi ha conjunts de signes numèrics diferents i diferents maneres de combinar-los. Allò que és constant malgrat les formes i combinacions diferents és el nombre natural.

L'home s'ha adonat que necessita comunicar que ha vist tres ovelles. El gest és ensenyar tres dits de la mà, la paraula és dir "tres", el gràfic és dibuixar "3".

Si bé és cert que gairebé totes les cultures fan el mateix gest, moltes difereixen en el mot i el dibuix. "Tres", "trois", "drei", "three" són formes de "dir" el mateix nombre.

La taula que hi ha a continuació recull algunes de les maneres d'escriure nombres que l'home a fet servir.

	EGIPTE		biblínic	hebraic	GRÈCIA		romana	xinesa	maya	Índia	global *
	geroglífica	dels escribes			àtica	jònica					
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
20											
30											
40											
50											
60											
70											
80											
90											
100											
200											

Un sistema additiu: l'egipci

Per als egipcis el valor d'un nombre escrit era el resultat de la suma dels valors de cada signe numèric; era, per tant, un sistema additiu. A més feien servir una base desenal.

A diferència del nostre sistema actual, que és posicional, podien escriure el mateix nombre en diferent ordre.

Per exemple, el 437 es podia escriure així

99 nnn 1111
111

o bé així:

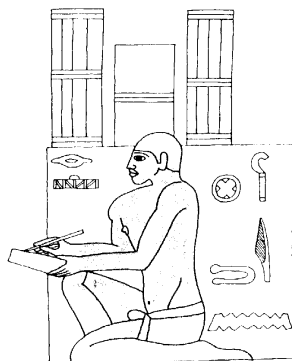
1111 nnn 99
111

Un sistema additiu no necessita el zero.

El 3 059 s'escriuria:

666 nnnnnn 1111
1111

El milió era considerat un nombre molt gran, per això l'escriuien així:



Un sistema híbrid: el xinès

Hom, anomena "híbrid" el sistema xinès, perquè té característiques alhora del sistema "additiu" i del "posicional".

La posició de les xifres té molta importància, cosa que no passa en el sistema egipci.

$$\begin{array}{c} \text{八} \\ \text{十} = 83 \\ \text{三} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{三} \\ \text{十} = 38 \\ \text{八} \end{array}$$

És en part additiu perquè utilitza el producte superposant els signes diferents per a les potències de 10.

$$10 = \text{十}$$

$$100 = \text{百}$$

Per múltiples de 10 utilitza el producte superposant els signes

$$7000 = \begin{array}{c} \text{七} \quad 7 \\ \times \\ \text{千} \quad 1000 \end{array}$$

Un nombre està construït amb blocs de múltiples de 10 que se sumen. No necessita el zero.

$$\begin{array}{c} \text{四} \quad 4 \\ \times \\ \text{千} \quad 1000 \\ \text{三} \quad 3 \\ \times \\ \text{十} \quad 10 \\ \text{五} \quad 5 \end{array}$$

El 4035 s'escriu

Un sistema posicional: l'hindú

Aquest sistema s'acabà imposant per raó dels seus avantatges, ja que és molt més pràctic tant per a l'escriptura de nombres com de càlculs numèrics. Només calen 10 xifres diferents (una de les quals és el zero) per escriure qualsevol nombre. Una mateixa xifra té un valor diferent segons la seva posició dins el nombre. El sistema hindú va ser perfeccionat el segle V d. de C.: va arribar a Europa el segle IX, portat pels àrabs, els quals l'hi van introduir a través de l'Espanya musulmana.

El nostre sistema actual només ha modificat el grafisme de les xifres hindús.

El 749 és:

749



|||
3

|||
||
5

||||
|||
7

⌒ ||
||
14

⌒⌒⌒ |
31

⌒⌒⌒ |||
⌒⌒⌒ |||
⌒⌒⌒ |||
96

🌀🌀⌒⌒ |||
||
225

🌀🌀⌒⌒⌒
🌀🌀 ||
432

🌀🌀🌀 ⌒⌒ ||||
🌀🌀🌀 ⌒⌒ ||||
648

🌀🌀 🌀 ⌒⌒
2 130
⌒

🌀🌀🌀🌀 ||||
🌀🌀🌀🌀 ||||
4 807

🌀🌀🌀🌀 🌀🌀 ⌒⌒⌒
32 235
|||

🌀🌀🌀🌀 🌀🌀🌀🌀 ⌒⌒⌒
215 460
⌒⌒⌒

🌀🌀🌀🌀 🌀🌀🌀🌀 🌀🌀 ||||
4 503 405
🌀🌀 |||

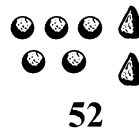
Document 2	Numeració Sumèria	Època: 3500 a.n.e.
<i>Aquest no és pròpiament un sistema de numeració escrita ja que els nombres es representen amb fitxes d'argila.</i>		Zona: Valls de l'Eufrates i el Tigris. Actualment, Irak i Iran



3



36



52



64



70



98



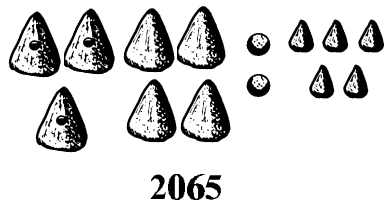
130



601



1260



2065



3683



4200



7200



36778



49315

Zona: Grècia, costa Oest de
Turquia, Alexandria (al delta
del Nil)

|||

3

┐|||

8

Δ||

12

Δ┐|

17

ΔΔΔ┐|||

39

┐ΔΔ|||

74

┐ΔΔΔΔ┐

95

HHH┐

350

HHHH┐ΔΔΔ┐||

487

┐HH┐ΔΔΔ||

782

┐HHHI

801

XXXH┐ΔΔΔΔ┐|

3 196

XXXX┐┐ΔΔ

4 570

┐XXHHHHΔ┐|||

7 419

┐XXX|

8 001

MMMMX┐HHΔΔ┐

41 725

MMMM┐XXXH┐ΔΔΔΔ||

48 193

┐MMXX┐HHH┐┐

72 855

┐MMMM┐X┐HHΔΔΔ┐|||

96 739

Document 4

Numeració Grega Jònica

Època: Segle III a.n.e.

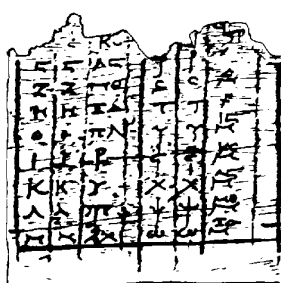
Zona: Grècia, costa Oest de Turquia, Alexandria (al delta del Nil)

B	2
Z	7
Θ	9
I	10
ΙΑ	11
ΙΒ	12
ΙΓ	13
ΚΒ	22
ΚΔ	24
ΚΗ	28
ΛΓ	33
ΛΕ	35
ΜΘ	49
ΝΖ	57
ΟΔ	74
ζΑ	91
ζΘ	99
ΠΙ	110
ΡΛΕ	135
ΡΛΗ	138

ΣΚΓ	223
ΣΚΖ	227
ΤΜΑ	341
ΤΝΘ	359
ΤΠΒ	382
ΥΠΗ	488
ΥΜΔ	444
ΦΛ	530
ΦΞΕ	565
ΧΚΗ	628
ΧΔ	604
ΩΜΘ	849
ΩΞ	860
ϞϚ	906
ϠΑΣΝΓ	1.253
ϠΑΦΞΗ	1.568
ϡΒΨΛΑ	2.731
ϡΒΨΟΘ	2.779
ϢΔΧζΖ	4.697
ϢΔΞ	4.060

ϣΕΩΓ	5.803
ϣΖΔ	7.004
ϣΖΜΗ	7.048
ϣΖΣΝΒ	7.252
ϣΖΨΟ	7.770
ϣ ΗΘ	8.009
ϣ ΗΡΛΒ	8.132
ϣ ΗΣζΔ	8.294
ϣ ΗΤΠ	8.380
ϣ ΗΥΞΕ	8.465
ϣ ΗΦ	8.500
ϣ ΗΧΙΑ	8.611
ϣ ΗΨΝΓ	8.753
ϣ ΗΩΟΘ	8.879
ϣΘΙ	9.010
ϣΘΡΙΕ	9.115
ϣΘΤΞ	9.360
ϣΘΧΚΔ	9.624
ϣΘΩΜΗ	9.848
ϣ'ϞϚϣ	9.999

TRANSCRIPCIÓ I TRADUCCIÓ



Columna de l'esquerra				Columna de la dreta			
Δ	Κε	3	25	HP	90	8 100	
Σ	Λς	6	36	Ρ	100	10 000	
Ζ	Μθ	7	49	Σ	200	40 000	
Η	ΞΔ	8	64	Τ	300	90 000	
Θ	ΙΑ	9	81	Υ	400	160 000	
Ι	Ρ	10	100	Φ	500	250 000	
Κ	Υ	20	400	Χ	600	360 000	
Λ	Τ	30	900	Ψ	700	490 000	
Μ	ΑΧ	40	1 600	Ω	800	640 000	

Extracte d'un paper grec del segle III a.n.e.. Es tracta d'una taula de quadrats. La columna de l'esquerra mostra els quadrats d'algunes unitats i desenes. La de la dreta els d'algunes centenes.

Document 5

Numeració Romana Època: Segle III a.n.e.


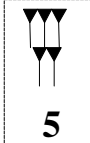
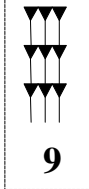
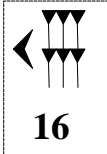
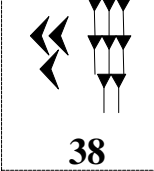
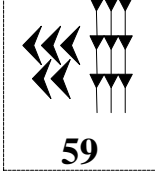
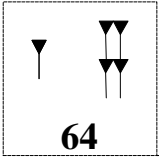
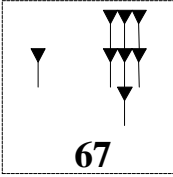
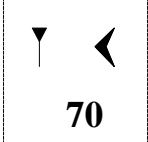
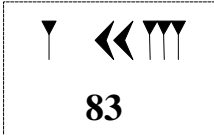
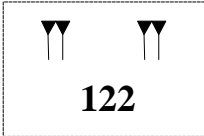

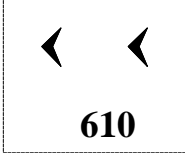
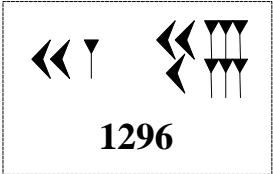
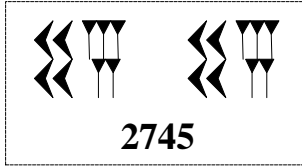
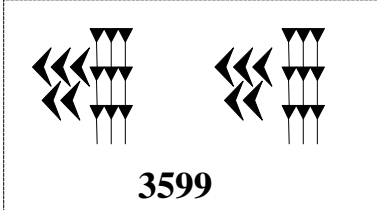
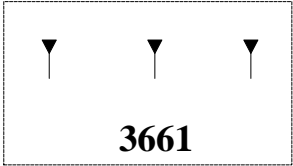
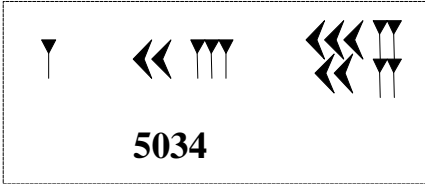
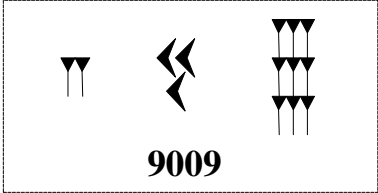
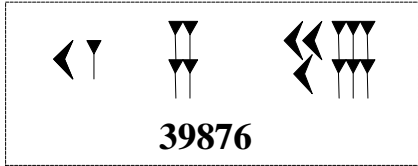
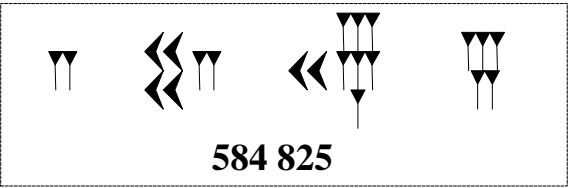

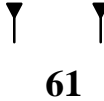



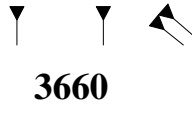
Zona: Tot l'antic Imperi Romà.

II 2	III 3	IV 4	VI 6	VIII 8
IX 9	XII 12	XV 15	XIX 19	
XXIV 24	XXXVIII 38	XLII 42		
XLVI 46	LIII 53	LXX 70		
XCII 92	CIV 104	CX 110		
CXXXVII 137	CCLIX 259	CCCV 305		
CDLXXI 471	DLV 555	DCCLXII 762		
CMXLI 941	MMCCCXLIV 2 344			
	MMMCDV 3 405			
X̄ 10 000	V̄ 5000	L̄XXXII 82 000		
X̄II 1 200 000	L̄VI 5 600 000	C̄CC 30 000 000		
	MDCLXXVI 167 600 000			
	MDCLI L̄XXVIII CCCXVI 165 178 316			

Document 6

Numeració Assíria Època: 1800 a.n.e.

Zona: Mesopotàmia. (Actual Irak)

 2	 5	 9	 16	 38	 59
 64	 67	 70	 83		
 122	 344	 610	 1296		
 2745	 3599	 3661			
 5034	 9009				
 39876	 584 825				
 2	 61	 3660			
3601	<u>Època antiga</u>				
 2	 61	 3660			
3601	<u>Segle III a.n.e.</u>				

Document 7	<u>Numeració Maia</u>	Època: Segle V a.n.e.
<i>Aquest sistema de numeració està lleugerament simplificat per no dificultar excessivament el seu estudi.</i>		Zona: Amèrica Central










<div><div><div>••</div><div>2</div></div></div>	<div><div><div>••••</div><div>4</div></div></div>	<div><div><div>•</div><div>6</div></div></div>	<div><div><div>•••</div><div>8</div></div></div>	<div><div><div>=====</div><div>10</div></div></div>	
<div><div><div>••••</div><div>14</div></div></div>	<div><div><div>=====</div><div>15</div></div></div>	<div><div><div>•</div><div>16</div></div></div>	<div><div><div>••••</div><div>19</div></div></div>	<div><div><div>•</div><div>•••</div><div>23</div></div></div>	
<div><div><div>•</div><div>••••</div><div>24</div></div></div>	<div><div><div>•</div><div>=====</div><div>25</div></div></div>	<div><div><div>•</div><div>•••</div><div>28</div></div></div>	<div><div><div>•</div><div>=====</div><div>30</div></div></div>	<div><div><div>•</div><div>=====</div><div>35</div></div></div>	<div><div><div>•</div><div>••••</div><div>=====</div><div>39</div></div></div>
<div><div><div>••</div><div>••••</div><div>44</div></div></div>	<div><div><div>•••</div><div>••</div><div>=====</div><div>67</div></div></div>	<div><div><div>•••</div><div>••••</div><div>=====</div><div>79</div></div></div>	<div><div><div>••••</div><div>⌒</div><div>80</div></div></div>	<div><div><div>=====</div><div>•••</div><div>=====</div><div>113</div></div></div>	
<div><div><div>•</div><div>=====</div><div>•••</div><div>=====</div><div>228</div></div></div>	<div><div><div>•••</div><div>=====</div><div>••</div><div>=====</div><div>372</div></div></div>	<div><div><div>••••</div><div>=====</div><div>••••</div><div>=====</div><div>399</div></div></div>	<div><div><div>•</div><div>⌒</div><div>•</div><div>401</div></div></div>	<div><div><div>••</div><div>•</div><div>=====</div><div>825</div></div></div>	
<div><div><div>•••</div><div>⌒</div><div>⌒</div><div>1200</div></div></div>	<div><div><div>=====</div><div>•••</div><div>••</div><div>=====</div><div>2077</div></div></div>	<div><div><div>•••</div><div>=====</div><div>=====</div><div>••••</div><div>=====</div><div>5514</div></div></div>	<div><div><div>•</div><div>=====</div><div>⌒</div><div>••</div><div>=====</div><div>6412</div></div></div>	<div><div><div>••</div><div>•</div><div>=====</div><div>=====</div><div>•••</div><div>=====</div><div>18618</div></div></div>	




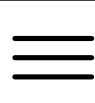
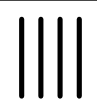

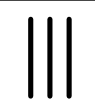
Aquest sistema de numeració es feia servir per comptabilitat i determinats càlculs.









Zona: La Xina

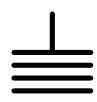
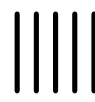
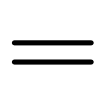


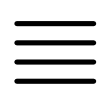

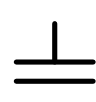
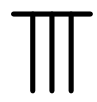
					
2	4	5	6	7	9


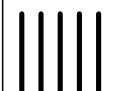




			
11	47	58	63

								
229			377			899		

						
981			3 453			

							
6 845				8 703			

								
9 520				64 078				

					
150 693					

३५
28

८६
56

५४
84

९३
92

३४३
343

८५५
511

५९६
896

९७८
978

१४६७
1 467

२५४०
2 540

७३०९
7 209

८८३१
8 831

२४०६७
24 067

८५९४३
51 943

٢٨
28

٥٦
56

٨٤
84

٩٢
92

٣٤٣
343

٥١١
511

٨٤٦
846

٩٧٨
978

١٤٦٧
1 467

٢٥٤٠
2 540

٧٢٠٩
7 209

٨٨٣١
8 831

٢٤٠٦٧
24 067

٥١٩٤٣
51 943