Què són els quadrats màgics

Els quadrats màgics són una de les recreacions matemàtiques més antigues que es coneixen. Un quadrat màgic té una certa quantitat de caselles disposades en una quadrícula quadrada en la que s'ha de col·locar una sèrie de números de tal manera que **la suma de cada columna, de cada fila i de cada diagonal doni el mateix resultat.**

En la majoria de quadrats màgic la sèrie de nombres comença des de l'1. Així si el costat del quadrat és 3 hi posarem els nombres de l'1 al 9 ($9 = 3^2$), si el costat és 4 hi col·locarem de l'1 al 16 ($16 = 4^2$).

El costat del quadrat determina l'ordre del quadrat màgic. D'un quadrat de 7x7 direm que és un quadrat d'ordre 7 i hi posarem nombres fins a $7^2 = 49$

Fem quadrats màgics

1) Farem el quadrat màgic més senzill: col·loca els nombres de l'1 al 9 a les diferents caselles de manera que la suma de cada fila, cada columna i cada diagonal doni 15. (Et pot ser pràctic retallar-te els nombres del full de retallables en comptes de treballar amb llapis i paper)

2) Fer un quadrat màgic de 4x4 és força més difícil. La suma constant és 34. Pots intentar fer un sencer o bé completar aquest:

16			**13**
	6		
	15	**14**	**1**

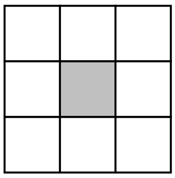
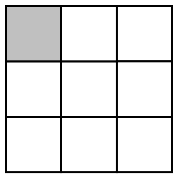
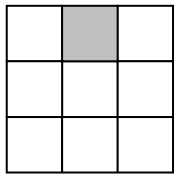
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Quants quadrats màgics hi ha d'ordre 3?

Buscarem ara quantes solucions diferents té el quadrat màgic de 3x3.

1) Quantes sumes diferents han de donar 15 en un quadrat d'ordre 3?

2) Al quadrat de 3x3 hi ha tres tipus de caselles: la central, les 4 de les cantonades i les 4 del mig de cada costat. A quantes sumes participa cadascun d'aquest tipus de casella?

Tipus de casella	Central 	Cantonada 	Del mig 
Quantitat de sumes en les que intervé			

3) Busca ordenadament totes les sumes de tres nombres (de l'1 al 9 i sense repetir-ne cap) que donen 15. Comença per les que el primer nombre és l'1 i escriu els tres nombres en ordre ascendent (per exemple 1+6+8). Després segueix per les que comencin per 2.

4) Digues a quantes sumes participa cada número

Nombre	Sumes en les que surt	Nombre	Sumes en les que surt
1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5			

5) Quin és l'únic nombre que pot anar a la casella central?

6) Quins són els únics nombres que poden anar a les cantonades?

7) Quins són els únics nombres que poden anar a les caselles del mig?

8) Col·loca els nombres de l'1 al 9 al quadrat màgic tenint en compte les observacions anteriors.

9) Són realment diferents aquestes tres solucions del quadrat màgic? Si no és així, com es pot passar de la 1a a la 2a? I de la 2a a la 3a?

2	7	6
9	5	1
4	3	8

4	9	2
3	5	7
8	1	6

2	9	4
7	5	3
6	1	8

10) Si no tenim en compte les diferents solucions que s'obtenen girant-ne una altra o fent simetries, quantes solucions pot tenir el quadrat de 3x3?

Els quadrats de 4x4, 5x5, etc.

Si no descomptem els que s'obtenen per transformacions d'uns solució obtinguda hi ha 7040 quadrats màgics diferents de 4x4. Però, si fem igual que abans, podem reduir la llista a **880 quadrats diferents**. El primer en donar-los tots va ser **Bernard Frénicle de Bessy** a l'any 1693.

Fins a l'any 1973 no hem sabut exactament quants quadrats màgics d'ordre 5 hi ha. Ha calgut l'ajuda dels ordinadors per fer el recompte. Sense transformacions hi ha

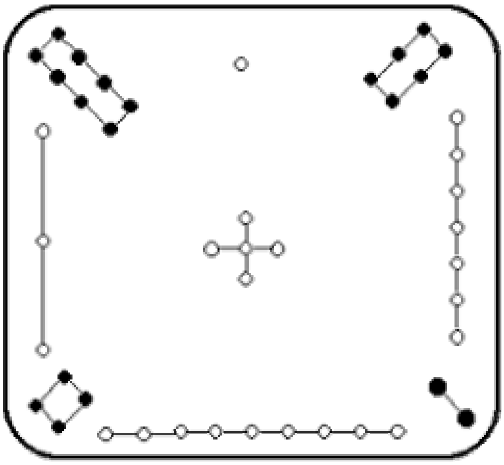
275$_1$305 224.

A partir de 6x6 encara s'estan estudiant les possibles solucions diferents.

El fet de que el quadrat màgic de 3x3 tingui només una solució, comparant-lo amb els altres que en tenen tantes, encara el fa més especial.

Petita història dels quadrats màgics

Les primeres referències a quadrats màgics les trobem a la cultura xinesa. Alguns documents expliquen que al tercer mil·leni a.n.e. l'emperador *Yu* va adquirir un diagrama que s'havia copiat de la closca d'una tortuga sagrada que va sortir del riu *Lo*. Aquest diagrama, conegut com a **Lo Shu** (Escrit del riu Lo) es correspon amb el quadrat màgic de 3x3.



8	1	6
3	5	7
4	9	2

A l'any 1275 es va fer la primera gran publicació sobre quadrats màgics. L'autor va ser el matemàtic xinès **Yang Hui** amb el llibre *Hsu Ku Chai Chi Suan Fa* ("Continuació de mètodes d'antics matemàtics per elucidar les estranyes propietats dels nombres") on s'explicaven mètodes per construir quadrats màgics de 3x3, 4x4, 5x5, etc.

Des d'un bon començament a aquesta mena de quadrats se li van adjudicar propietats místiques, còsmiques, màgiques (d'aquí el seu nom) i, fins i tot, protectores i curatives. Per exemple, als segles XVI i XVII es van arribar a fabricar amulets d'argent amb quadrats màgics dibuixats per protegir-se d'epidèmies com les de la pesta.

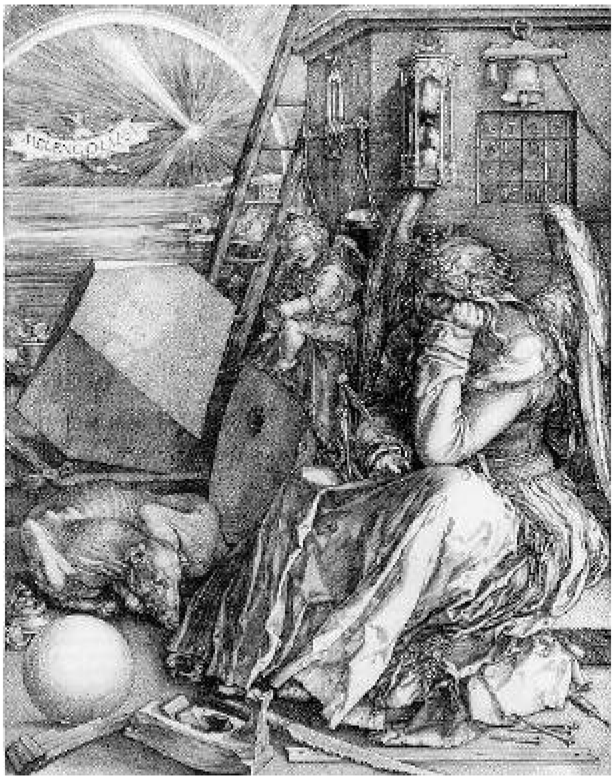
A Europa van arribar per via indoaràbiga i també van despertar un gran interès entre matemàtics, científics de tota mena i, fins i tot, artistes.

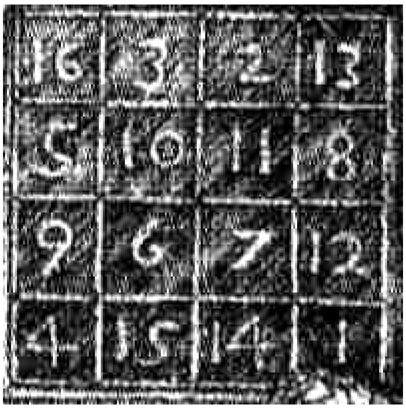
Entre els matemàtics que han treballat sobre el quadrats màgics es poden destacar a **Fermat**, **Pascal** o **Euler**. Un altre científic ben conegut que va treballar sobre aquest tema va ser **Benjamin Franklin**.

Actualment encara hi ha matemàtics que estan treballant aspectes com el recompte de quadrats màgics d'un ordre determinat o la seva classificació. Per exemple, fins a l'any 1975 no es va saber quants quadrats màgics hi havia d'ordre 5.

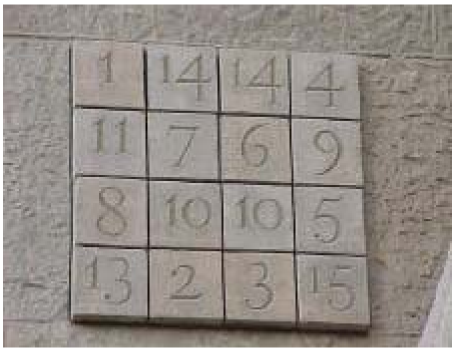
Artistes de diferents èpoques també s'han interessat en els quadrats màgics. Els dos exemples més coneguts estan distanciats en anys.

A l'any 1514 **Albrecht Dürer** va realitzar el gravat *Melanconia* on apareix un quadrat màgic d'ordre 4 on les xifres 15-14 que pareixen juntes ens indiquen l'any de la seva realització.





A la dècada dels 90 l'escultor encarregat de les noves escultures de la *Sagrada Família* barcelonesa, **Antoni Subirachs**, en va esculpir un que jugava amb l'edat de Crist en la seva mort. El quadrat no segueix l'ordre natural dels nombres començant per l'1 ja que falta el 12 i repeteix el 10 i el 14, però permet obtenir la suma 33 de 310 formes diferents.



1) Busca 10 sumes diferents que donin 33 i que no siguin les de les files, columnes o diagonals. Selecciona a cada quadre les caselles triades i pinta-les o encercla-les:

1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15

1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4	1	14	14	4
11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9	11	7	6	9
8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5	8	10	10	5
13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15	13	2	3	15

2) Un quadrat molt famós és el que va elaborar el científic nord-americà **Benjamin Franklin** (més conegut com a inventor de parallamps). És un quadrat d'ordre 16 amb propietats afegides.

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

Observa que cada fila i cada columna està dividida en 2 parts per una línia.

a) Quina és la suma màgica (la suma constant) del quadrat?

b) Quant suma cada mitja fila?

c) Quant suma cada mitja columna?

d) Si seguint les línies fosques puges diagonalment 4 nombres i a continuació en baixes diagonalment 4, quina suma s'obté sempre?

e) Si agafes un quadrat qualsevol de 2x2, quant suma sempre?

Propietats dels quadrats màgics

Els quadrats d'ordre 4 tenen 880 solucions diferents. Els d'ordre 5 en tenen unes quantes més: $275_1 305$ 224. No és absurd, doncs, buscar, entre tantes solucions, quadrats màgics que tinguin característiques especials.

Quadrats simètrics o associatius

Són quadrats màgics associatius aquells que si agafem un nombre i el seu simètric respecte al centre del quadrat, la suma és sempre constant i dóna **n^2+1**.

El quadrat de 3x3 és associatiu. Un nombre i el seu simètric respecte el 5 central sempre sumen 10.

Observa aquest quadrat de 4x4. **Si tries un nombre i el seu simètric respecte el punt central, tots dos sempre sumen 17** (4^2+1 = 16+1 = 17)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

3) En un quadrat d'ordre senar el centre de simetria sempre és la casella central. Quina és la suma de cada parell de nombres d'aquest quadrat simètric de 5x5

3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

Quadrats pandiagonals o diabòlics

Són quadrats ens els que no només les diagonals principals participen de la suma constant sinó les diagonals truncades.

Observa al dibuix què es considera una diagonal truncada:

18	22	10	14	1
9	11	3	17	25
2	20	24	6	13
21	8	12	5	19
15	4	16	23	7

18	22	10	14	1		
9	11	3	17	25		
2	20	24	6	13		
21	8	12	5	19		
15	4	16	23	7		

18	22	10	14	1		
9	11	3	17	25		
2	20	24	6	13		
21	8	12	5	19	21	
15	4	16	23	7		4

Si repetim un quadrat diabòlic fent una mena de mosaic veurem que tots els quadrats que tanquem del mateix ordre seran màgics. Observa l'exemple, els dos quadrats tancats també són màgics:

15	10	3	6	15	10	3	6
4	5	16	9	4	5	16	9
14	11	2	7	14	11	2	7
1	8	13	12	1	8	13	12
15	10	3	6	15	10	3	6
4	5	16	9	4	5	16	9
14	11	2	7	14	11	2	7
1	8	13	12	1	8	13	12

15	10	3	6	15	10	3	6
4	5	16	9	4	5	16	9
14	11	2	7	14	11	2	7
1	8	13	12	1	8	13	12
15	10	3	6	15	10	3	6
4	5	16	9	4	5	16	9
14	11	2	7	14	11	2	7
1	8	13	12	1	8	13	12

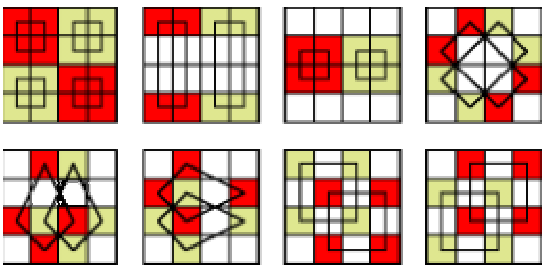
4) Marca un quadrat de 4x4 al mosaic anterior i comprova que obtens un quadrat màgic. Anota el quadrat que obtens:

Un quadrat hipermàgic

Aquest quadrat màgic d'ordre 4 té una gran quantitat de combinacions de xifres que sumen 34 (la suma màgica). Per exemple, les 4 caselles negres o les 4 grises centrals també sumen 34.

15	**10**	**3**	**6**
4	**5**	**16**	**9**
14	**11**	**2**	**7**
1	**8**	**13**	**12**

Aquestes combinacions de nombres sumen cadascuna 34



5) Busca 10 sumes diferents més que donin 34. Selecciona a cada quadre les caselles triades i pinta-les o encercla-les:

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

a) És diabòlic aquest quadrat?

b) És simètric?

Altres propietats

Quadrats compostos. Estan fets de quadrats màgics més petits. Aquest quadrat de 9x9 està compost per 9 quadrats de 3x3

71	66	67	20	25	24	29	34	33
64	68	72	27	23	19	36	32	28
69	70	65	22	21	26	31	30	35
8	3	4	40	39	44	74	79	78
1	5	9	45	41	37	81	77	73
6	7	2	38	43	42	76	75	80
47	54	49	56	63	58	11	16	15
52	50	48	61	59	57	18	14	10
51	46	53	60	55	62	13	12	17

Quadrats concèntrics

6) Si elimines les caselles de la vora exterior del quadrat màgic, com és que queda dins?

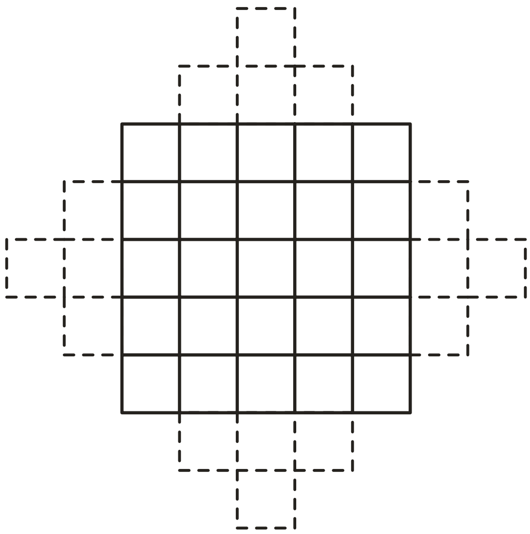
64	4	9	54	63	3	10	53
60	15	16	47	48	49	20	5
7	44	22	42	41	25	21	58
51	33	37	29	30	28	38	14
6	32	34	35	36	31	27	59
8	26	40	24	23	43	39	57
52	45	46	18	17	19	50	13
12	61	56	11	2	62	55	1

Construcció de quadrats màgics d'ordre senar. Mètode de Bachet

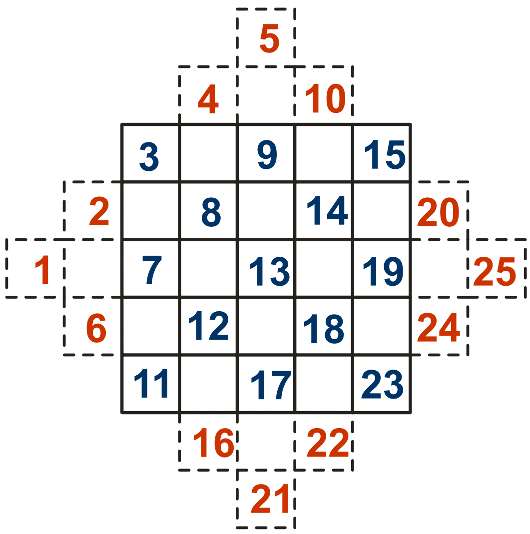
Claude-Gaspar Bachet va ser un matemàtic que va publicar al 1621 el llibre *Problèmes plaisants et delectables* on explica la manera de construir quadrats màgics. El mètode que descriu pels d'ordre senar no és difícil de seguir.

Per explicar el seu mètode construirem un **quadrat de 5x5** amb els nombres de l'1 al 25.

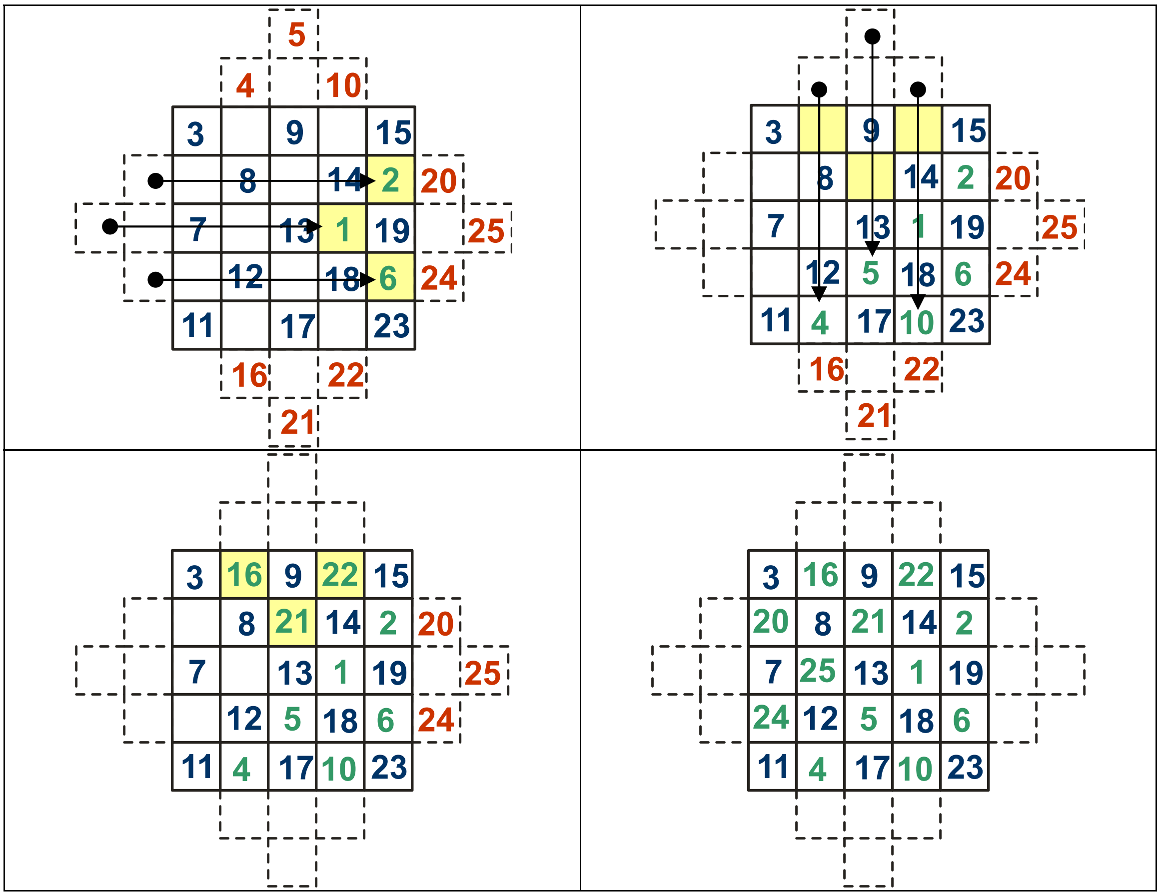
a) En primer lloc afegim unes caselles noves a l'exterior formant una mena de piràmide a sobre de cada costat.



b) Després escrivim els nombres de l'1 al 25 en diagonal ascendent tal com es veu a l'esquema.



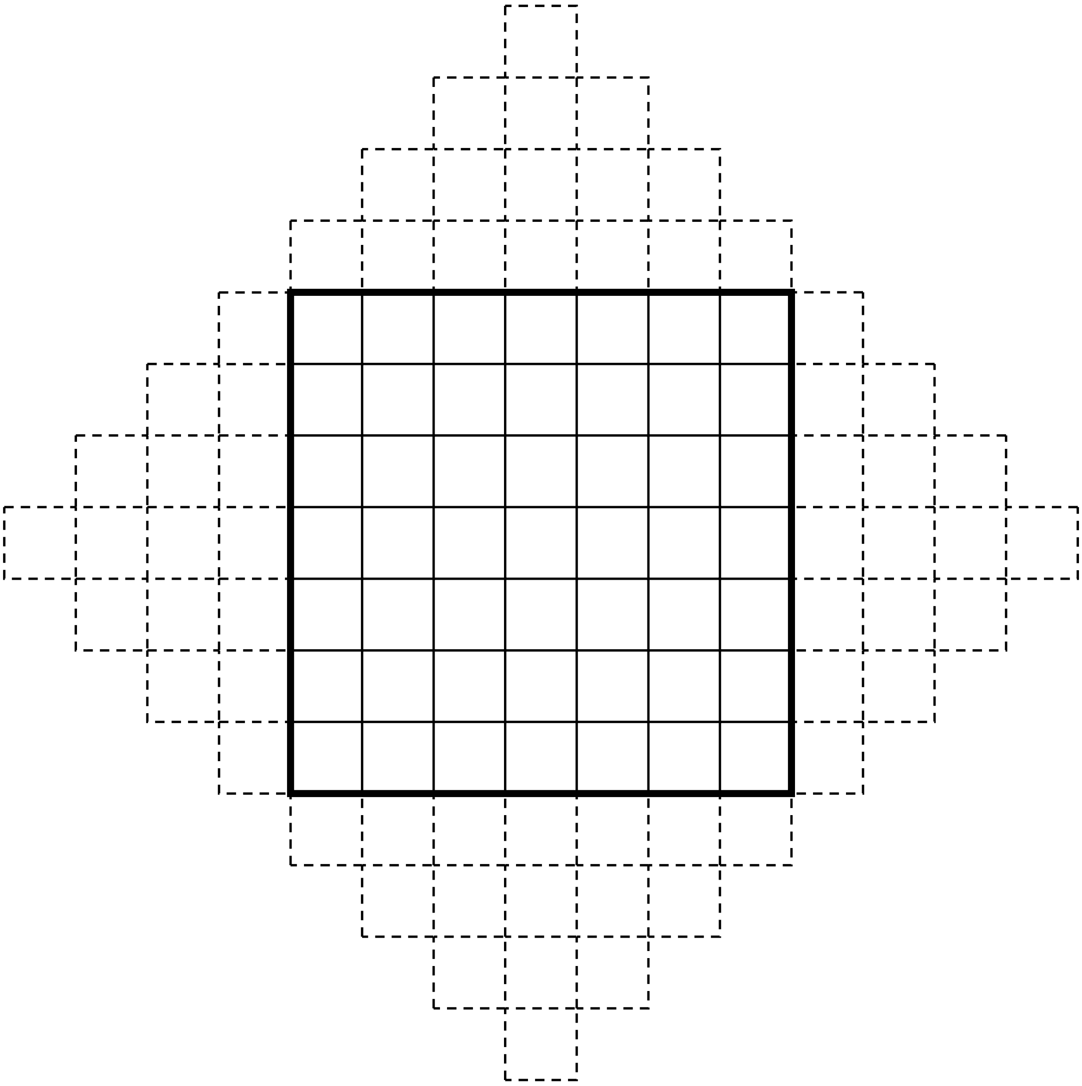
c) Desplaçarem els nombres de la "piràmide exterior" cap el costat oposat interior.



Ja tenim el quadrat màgic acabat. Totes les files, columnes i diagonals sumen 65

3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

1) Construeix un quadrat màgic d'ordre senar amb el mètode Bachet. Per exemple el pots fer de 7x7. . Pots fer la sèrie de nombres amb naturals (1,2,3...), enters (-7, -6, -5...), fraccions, etc.

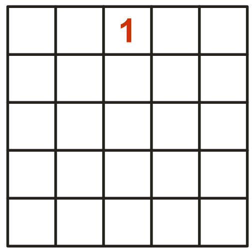


Construcció de quadrats màgics d'ordre senar.

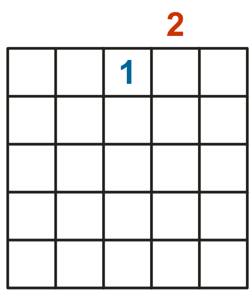
Mètode de La Loubère

El mètode de **La Loubère**, aristòcrata francès que el va publicar al 1687, s'aplica amb 4 regles bàsiques, que podem veure tot construint un quadrat de 5x5:

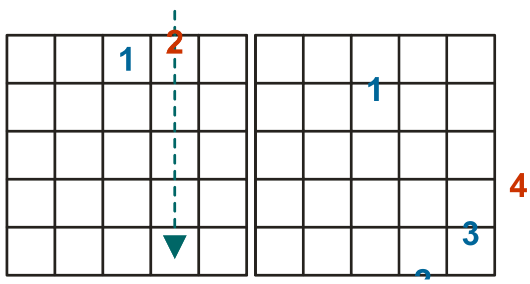
- Es comença posant un 1 a la casella central de la fila superior



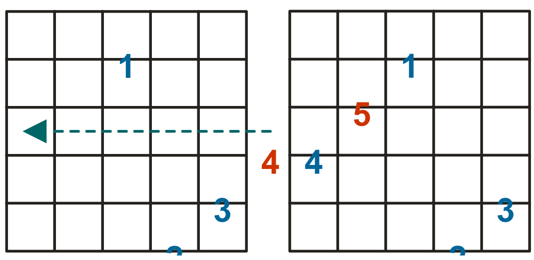
- Es continua escrivint en diagonal ascendent ↗



- Quan nombre s'ha d'escriure fora del quadrat per la part superior continuem a la mateixa columna que tocaria però a la part inferior. Després continuem en diagonal.



- Quan un nombre "surt" pel lateral continuarem per la fila que tocaria però a l'esquerra. Després seguim en diagonal.



- Si "topem" amb una casella que ja està escrita continuem per la immediatament inferior. També farem això quan arribem a la casella final de la diagonal (la superior dreta). Després es segueix en diagonal.

		1		
	5			
4	6			
				3
			2	

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	
10	12	19		3
11	18		2	9

Continuant així fins al final completarem el quadrat màgic de suma 65

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

2) Construeix un quadrat màgic d'ordre senar amb el mètode de La Loubère. Per exemple el pots fer de 7x7. . Pots fer la sèrie de nombres amb naturals (1,2,3...), enters (-7, -6, -5...), fraccions, etc.

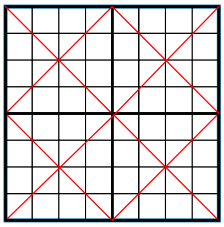
Construcció de quadrats màgics d’ordre parell.

Costat múltiple de 4 (4, 8, 12, 16, etc.)

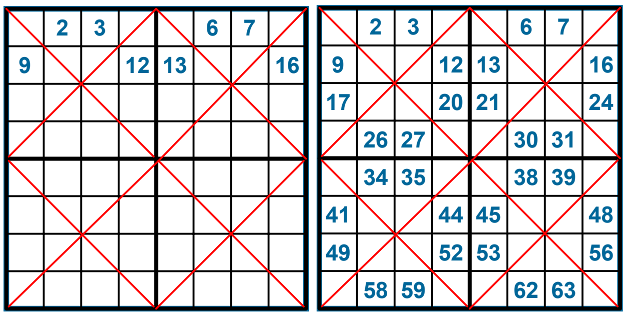
En general els quadrats màgics parell són més entretinguts de fer que els d'ordre senar. Tot i així en el cas que el costat del quadrat sigui un múltiple de 4 disposem d'un mètode prou senzill. Es coneix com el **mètode de la X** perquè es basa en les diagonals de petits quadrats de 4x4.

Fem un quadrat de

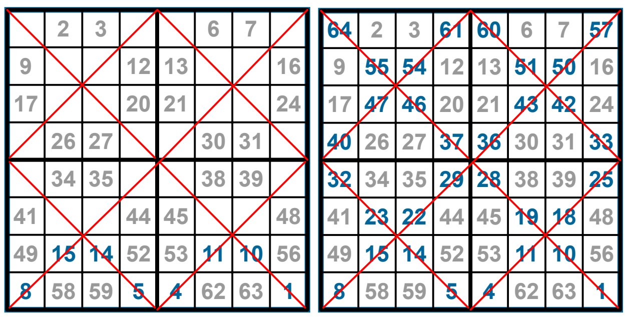
- Es descompon el quadrat en petits quadrats de 8x8 i es dibuixen les diagonals d'aquests quadrats petits.



- Des de la casella superior esquerra es comença a comptar: 1, 2, 3... en el sentit d'escriptura habitual. Si la casella està creuada per una diagonal no s'escriu el nombre. Si no ho està sí s'escriu.



- Quan s'ha arribat al final es comença a comptar (1, 2, 3, 4...) des de la casella inferior dreta i en sentit contrari al d'escriptura normal. Si la casella està marcada per una diagonal escrivim el nombre (les altres ja estan plenes)



Ja tenim completat el quadrat de 8x8 amb suma màgica 260

64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

3) Construeix un quadrat màgic d'ordre múltiple de 4 amb el mètode de la X
Per exemple el pots fer de 12x12.

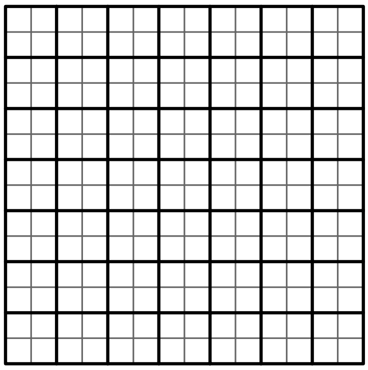
Construcció de quadrats màgics d'ordre parell.

Costat no múltiple de 4 (6, 10, 14, 18, etc.)

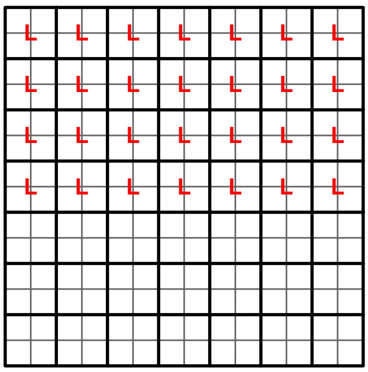
L'autor d'aquest mètode és el matemàtic **John Horton Conway**. S'anomena **LUX** perquè un dels passos consisteix assenyalar cadascuna de les caselles del quadrat amb les lletres **L**, **U** i **X**. Cal conèixer el mètode de **La Loubère** (*fitxa 5b*) pels quadrats d'ordre senar.

Construirem un quadrat de 14x14.

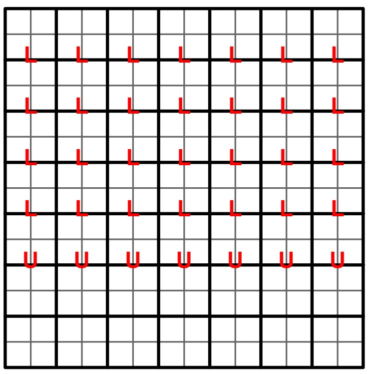
- Es descompon el quadrat en petits quadrats de 2x2



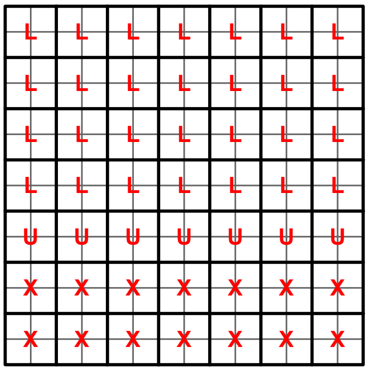
- Els subquadrats de 2x2 de la meitat superior es marquen amb una **L**.



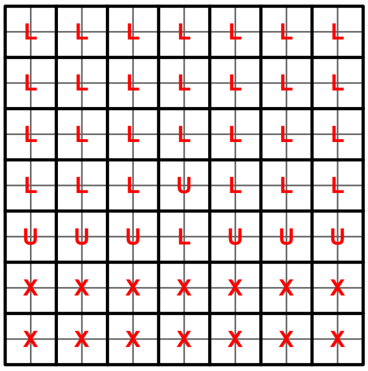
- Els subquadrats de 2x2 de la fila següent es marquen amb una **U**.



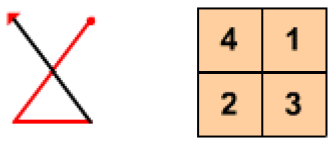
- El subquadrats restants es marquen amb una **X**.



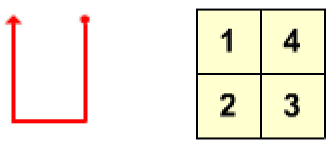
- El subquadrat central, que estava marcat amb una **L** es marca amb una **U** i l'immediatament inferior, que ho estava amb una **U** es marca amb una **L**



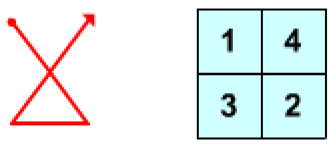
- Els nombres s'escriuran a cada subquadrat per ordre natural però seguint la direcció marcada per la lletra corresponent.



Col·locació en L

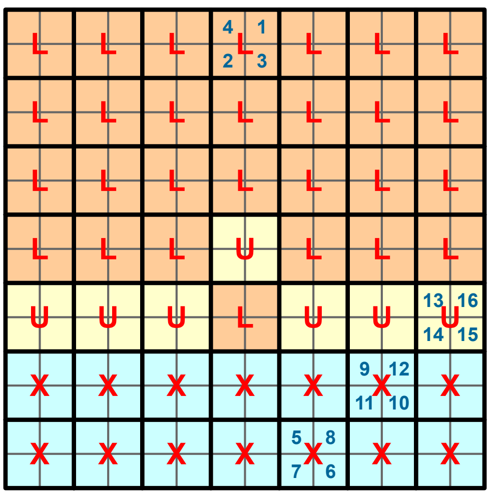


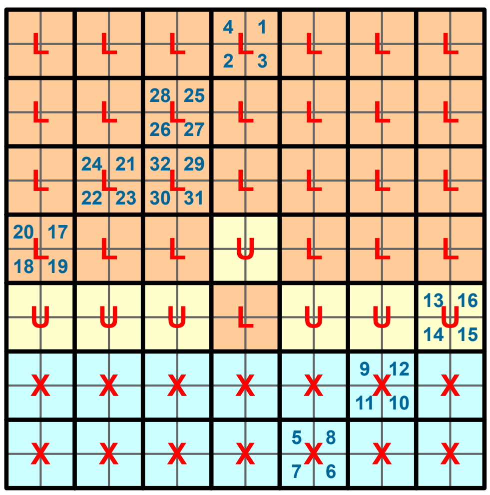
Col·locació en U

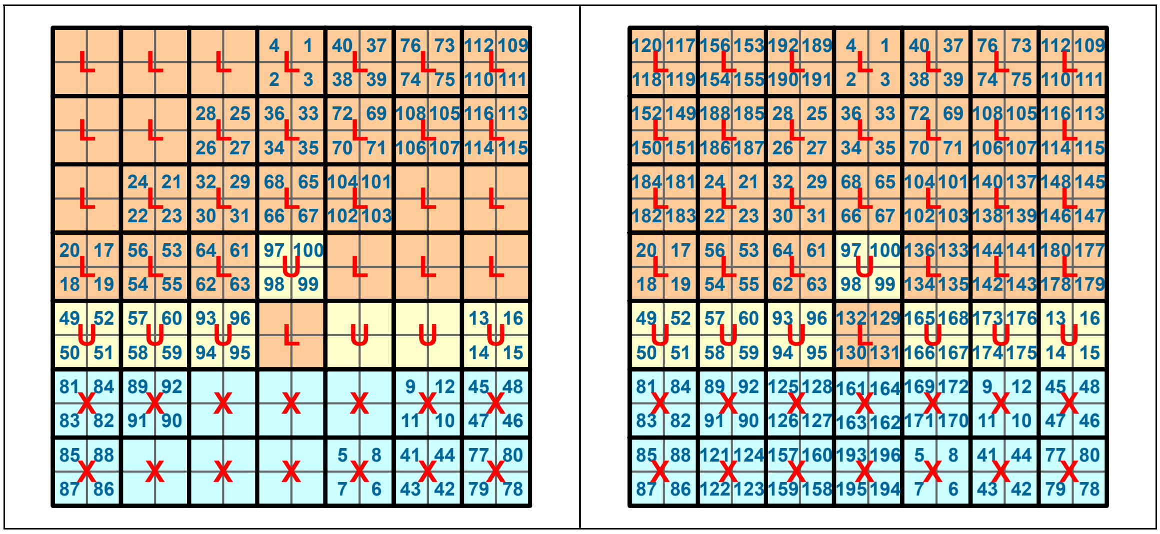


Col·locació en X

- Es van seleccionant els subquadrats de 2x2 seguint el **mètode de La Loubère**. (Es comença pel subquadrat central de la 1a fila, s'avança en diagonal ascendent cap a la dreta, si es surt del quadrat principal per dalt es baixa, si és pel lateral dret es va cap a l'esquerra, etc.)







Finalment hem acabat el quadrat de 14x14

120	117	156	153	192	189	4	1	40	37	76	73	112	109
118	119	154	155	190	191	2	3	38	39	74	75	110	111
152	149	188	185	28	25	36	33	72	69	108	105	116	113
150	151	186	187	26	27	34	35	70	71	106	107	114	115
184	181	24	21	32	29	68	65	104	101	140	137	148	145
182	183	22	23	30	31	66	67	102	103	138	139	146	147
20	17	56	53	64	61	97	100	136	133	144	141	180	177
18	19	54	55	62	63	98	99	134	135	142	143	178	179
49	52	57	60	93	96	132	129	165	168	173	176	13	16
50	51	58	59	94	95	130	131	166	167	174	175	14	15
81	84	89	92	125	128	161	164	169	172	9	12	45	48
83	82	91	90	126	127	163	162	171	170	11	10	47	46
85	88	121	124	157	160	193	196	5	8	41	44	77	80
87	86	122	123	159	158	195	194	7	6	43	42	79	78

4) Construeix un quadrat màgic d'ordre no múltiple de 4 amb el mètode **LUX**. Per exemple el pots fer de 10x10. Pots fer la sèrie de nombres amb naturals (1,2,3...), enters (-7, -6, -5...), fraccions, etc.

Petita galeria de quadrats màgics.

Rècords

Sabem que hi ha mètodes per fabricar quadrats màgics de la mida que vulguem, aconseguir un rècord en quadrats màgics només demana una mica de paciència.

Hi ha unes regles per construir-los:

- han d'estar fets en paper i muntats (no en fulls solts)
- si s'ha fet amb ordinador el programa s'ha de poder revisar per un matemàtic.

Amb aquestes normes a l'any 1975 es va fer un de 105x105, 4 anys després un de 501x501... fins arribar a l'any 1994 (darrera data amb informació) en el que, al Canadà, es va fer un de 3001x3001.

El més gran conegut escrit a mà es va fer al 1990 a Alemanya i era de 1111x1111

Pots trobar informació sobre aquests rècords a

http://www.recordholders.org/en/records/magic.html

Seguint el mètode de Bachet, l'any 1992, un grup d'alumnes de 8è d'E.G.B. de Montgat van construir un quadrat de 101x101 amb els nombres de l'1 al 10 201 i que tenia una suma constant de 515 201. Al seu moment (no hi havia internet) es va pensar que era rècord del món.


MONTGAT — Full Informatiu Municipal

Ensenyament

Alumnes de l'escola Les Mallorquines han construït el quadre màgic més gran del món

Els alumnes i les alumnes de vuitè de l'escola pública Les Mallorquines han superat un rècord mundial. Es tracta del quadre màgic més gran del món que es coneix fins ara.

Un quadre màgic està format per un caseller on s'han de repartir una sèrie de números, sense repetició, de manera que la suma de cada fila, cada columna i cada diagonal sigui la mateixa. Per exemple, els números de l'1 al 9 es pot fer un quadrat de 3x3 que suma 15.

Proveu de fer un quadre de 4x4 amb

A la fotografia, els alumnes

Quadrats especials

Ja que fer quadrats màgics grans no suposa cap mèrit especial molts aficionats a les recreacions matemàtiques han buscat fer quadrats màgics especials. Per exemple, a la *fitxa 4* hem pogut veure un quadrat fet pel conegut científic Benjamin Franklin amb unes propietats ben curioses.

Ara podrem veure altres exemples de quadrats màgics especials

Quadrats màgics — Fitxa 6

1) Observa aquests quadrats màgics d'ordre 3, 4 i 5 respectivament. Quantes caselles hi ha entre els tres quadrats? Quina característica els relaciona?

11	34	24
36	23	10
22	12	35

6	33	21	42
44	19	31	8
43	20	32	7
9	30	18	45

4	26	50	15	37
48	13	40	2	29
38	5	27	46	16
25	49	14	41	3

2) Mirant el quadrat màgic de la dreta i buscant quina relació té amb el de l’esquerra, pots dir per què al primer se li diu **“quadrat màgic amb efecte mirall”**?

00	13	21	09	17
06	19	02	10	23
12	20	08	16	04
18	01	14	22	05
24	07	15	03	11

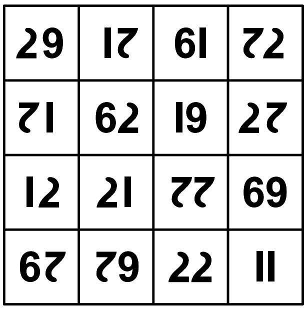
00	31	12	90	71
60	91	20	01	32
21	02	80	61	40
81	10	41	22	50
42	70	51	30	11

3) Observant els dos quadrats. Pots dir per què del primer es diu que és un quadrat **“reversible”**?

96	II	89	68
88	69	9I	I6
6I	86	I8	99
I9	98	66	8I

I8	99	86	6I
66	8I	98	I9
9I	I6	69	88
89	68	II	96

4) Pots dir si aquest quadrat té la mateixa propietat que l’anterior?



5) Aquest quadrat se li diu concèntric perquè dins d'una quadrat d'ordre 9 hi ha un altre d'ordre 7 i més endins un d'ordre 5. Una mica més amagat hi ha dins un altre d'ordre 3. Pots dir on és?

32	6	22	13	51	67	58	78	42
28	14	70	20	17	66	56	44	54
48	80	9	77	43	75	1	2	34
47	64	37	57	63	21	27	18	35
33	11	23	3	41	79	59	71	49
53	8	55	61	19	25	45	74	29
52	72	81	7	39	5	73	10	30
36	38	12	62	65	16	26	68	46
40	76	60	69	31	15	24	4	50

6) Aquest quadrat màgic d'ordre 12 està fet amb uns nombres molt especials. Com són aquests nombres?

1	823	821	809	811	797	19	29	313	31	23	37
89	83	211	79	641	631	619	709	617	53	43	739
97	227	103	107	193	557	719	727	607	139	757	281
223	653	499	197	109	113	563	479	173	761	587	157
367	379	521	383	241	467	257	263	269	167	601	599
349	359	353	647	389	331	317	311	409	307	293	449
503	523	233	337	547	397	421	17	401	271	431	433
229	491	373	487	461	251	443	463	137	439	457	283
509	199	73	541	347	191	181	569	577	571	163	593
661	101	643	239	691	701	127	131	179	613	277	151
659	673	677	683	71	67	61	47	59	743	733	41
827	3	7	5	13	11	787	769	773	419	149	751

7) Aquest quadrat es diu **bimàgic** perquè fent la mateixa operació a cada nombre el convertim en el segon que també és màgic. Quina operació s'ha de fer?

	47	28	6	49	23	36	62	9	→ 260
	8	51	45	26	64	11	21	34	→ 260
	53	2	32	43	13	58	40	19	→ 260
	30	41	55	4	38	17	15	60	→ 260
	42	29	3	56	18	37	59	16	→ 260
	1	54	44	31	57	14	20	39	→ 260
	52	7	25	46	12	63	33	22	→ 260
	27	48	50	5	35	24	10	61	→ 260
↙ 260	↓ 260	↓ 260	↓ 260	↓ 260	↓ 260	↓ 260	↓ 260	↓ 260	↘ 260

	2209	784	36	2401	529	1296	3844	81	→ 11180
	64	2601	2025	676	4096	121	441	1156	→ 11180
	2809	4	1024	1849	169	3364	1600	361	→ 11180
	900	1681	3025	16	1444	289	225	3600	→ 11180
	1764	841	9	3136	324	1369	3481	256	→ 11180
	1	2916	1936	961	3249	196	400	1521	→ 11180
	2704	49	625	2116	144	3969	1089	484	→ 11180
	729	2304	2500	25	1225	576	100	3721	→ 11180
↙ 11180	↓ 11180	↓ 11180	↓ 11180	↓ 11180	↓ 11180	↓ 11180	↓ 11180	↓ 11180	↘ 11180

Treballem els quadrats màgics.

- **Pots fer els teus quadrats màgics**

Ja has pogut conèixer alguns dels algorismes per construir quadrats màgics. Pots intentar fer-ne els teus de 3x3, 4x4, 5x5, etc.

El millor és fer sèries de nombres "seguides", que augmenten sempre en la mateixa quantitat. No tens perquè començar per l'1.

Per exemple, pots fer quadrats màgics amb nombres enters o amb fraccions.

9	-5	-4	6
-2	4	3	1
2	0	-1	5
-3	7	8	-6

$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{13}{12}$
$\frac{5}{12}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{12}$

- **Pots investigar fórmules**

Pots intentar descobrir algunes fórmules relacionades amb els quadrats màgics. Normalment són més fàcils de descobrir pels d'ordre senar però no és difícil veure que també s'acompleixen amb els d'ordre parell o bé, adaptar-les perquè s'ajustin.

Una de les més interessants d'investigar és la que ens dóna la **suma màgica** (la suma constant d'un quadrat d'ordre donat amb la sèrie 1, 2, 3, 4 ..... n^2).

Observa la taula pels primers quadrats màgics:

Ordre	3	4	5	6	...
Suma màgica	15	34	60	105	...

- **Pots fer demostracions**

Si no has mirat la demostració de per què el quadrat màgic de 3x3 té només una solució (sense tenir en compte els girs, simetries, etc.) pots intentar fer-la.

També pots intentar demostrar **perquè el quadrat màgic de 2x2 no té solució**.

- **Pots fabricar-te unes fórmules per construir quadrats de 3x3**

No és difícil construir un quadrat màgic de 3x3 a partir de tres nombres qualsevol **a**, **b** i **c**. Intenta completar el quadrat perquè la suma constant de cada fila, cada columna i cada diagonal sigui **3a**.

Després pots donar valors a **a**, **b** i **c** i fabricar els teus quadrats màgics

		a+c
	a	
		a+b

- **Pots investigar més sobre la història i les propietats dels quadrats màgics. Col·leccionar-ne**

Hi ha moltes pàgines a internet dedicades als quadrats màgics que et poden permetre aprofundir en el tema. Aquí tens algunes. Moltes tenen enllaços a d'altres. També podràs investigar altres figures màgiques com estrelles, triangles...

- **Cuadrados mágicos** (de Miguel Molina):

  http://www.geocities.com/cuadradosmagicos/index.html

- **Magic squares**: http://www.magic-squares.de/general/general.html

- **Grogono magic squares**: http://www.grogono.com/magic/

- **Magic squares, Magic stars & Other patterns**:

  http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Launchpad/4057/