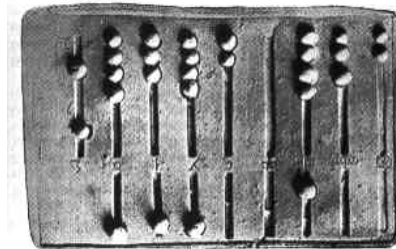


El soroban: l'àbac japonès

Calcular no és fàcil. Per això, des de sempre, la humanitat ha buscat mètodes i fabricat enginys que el fessin més lleuger i segur (sense errors). Actualment, la majoria, els fem amb un paper i un llapis o amb una calculadora electrònica. Però no sempre ha estat així. Abans de les nostres calculadores electròniques n'hi havia de mecàniques i, molt abans, els àbacs, que s'han utilitzat durant més de 2 000 anys.

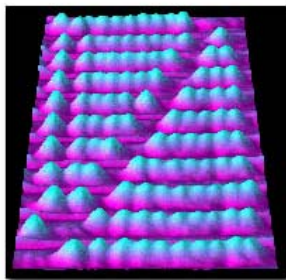
Els àbacs, com totes les coses, han evolucionat al llarg de la història. De fet, alguns dels més antics, emprats pels grecs, eren, senzillament, una mena de pissarres de sorra on s'escrivia amb un pal o amb el dit. La mateixa paraula **àbac**, en grec, significa alguna cosa com "tauler llis" i hom pensa que prové del mot hebreu *abaq* que vol dir "pols".

Més tard els àbacs van evolucionar i van adoptar formes més útils per al càlcul, com la de taulers llisos o acanalats on es podien moure unes fitxes.



Àbac romà

Els àbacs més recents són autèntics aparells de càlcul: una mena de taules de recompte amb unes boles que llisquen per unes varetes de canya o de filferro.

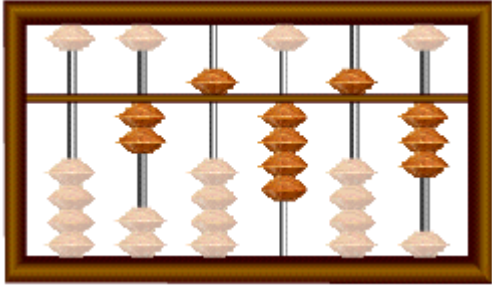
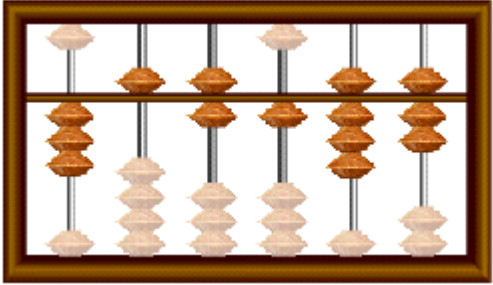
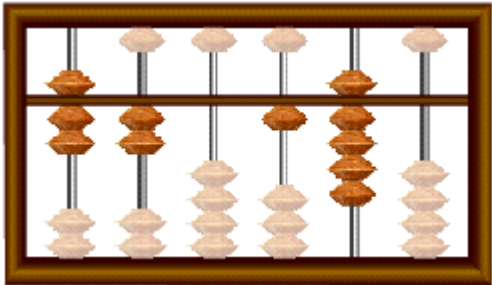
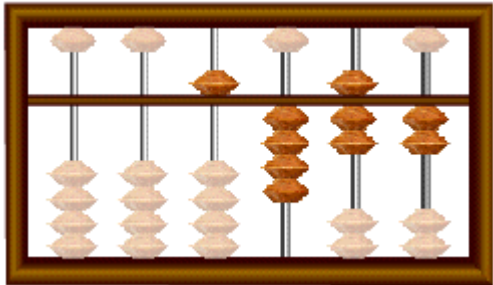
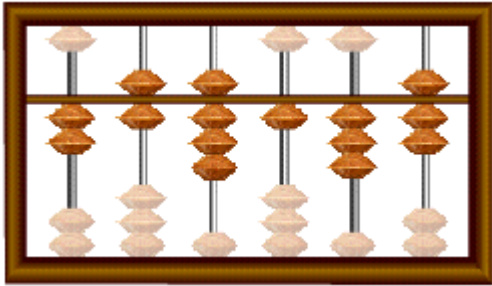
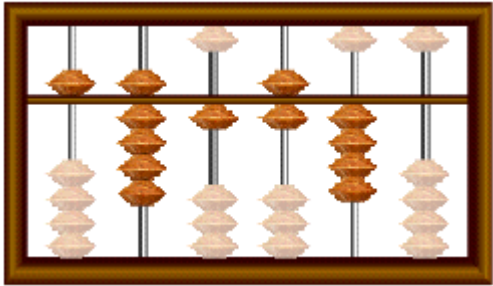
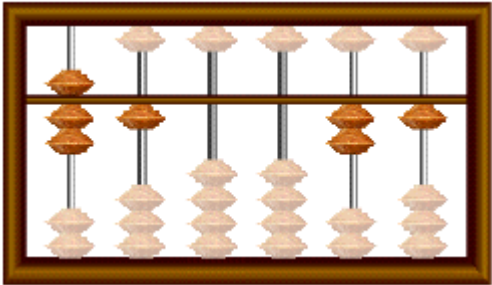
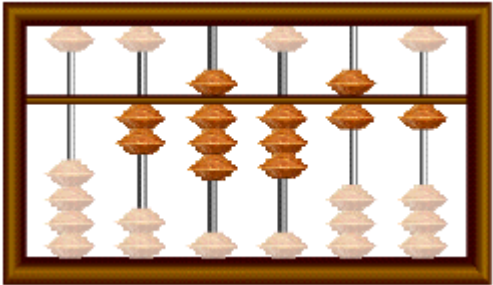


L'interès pels àbacs encara persisteix, fins al punt de que, a la tardor de l'any 1996, a un laboratori de Zurich, dos científics estrangers i una científica espanyola, van construir un àbac d'un minúscul tamany "atòmic". Les boles d'aquest diminut àbac mesuraven un *nanometre*, la milionèsima part d'un mil·límetre!

Nosaltres estudiarem el que es podria considerar com "l'últim crit" dels àbacs: el **soroban**, un àbac que es fa servir al Japó des de fa, només, uns 50 anys

Lectura de nombres

- 1) Intenta endevinar, a partir dels primers nombres escrits, la resta d'exemples. Busca quines són les regles per escriure els nombres a l'àbac.

	
25 453	356 187
	
720 190	
	
	

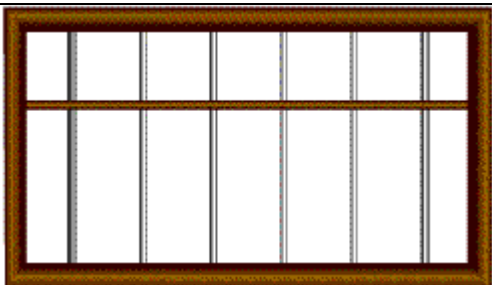
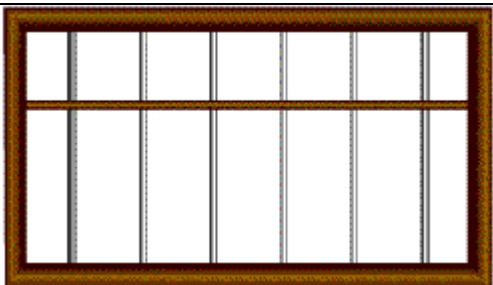
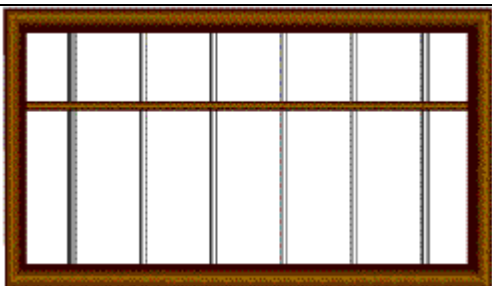
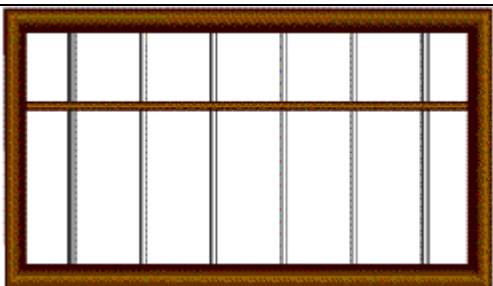
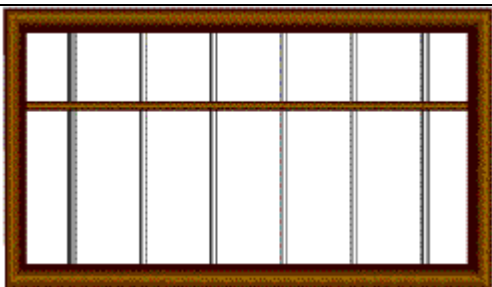
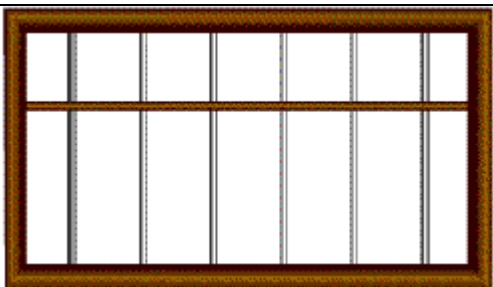
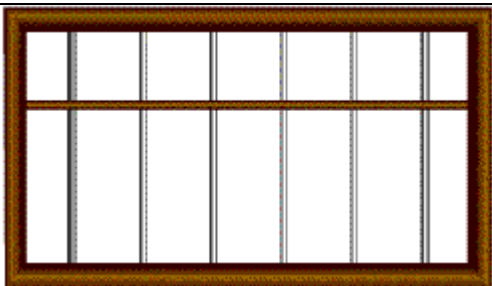
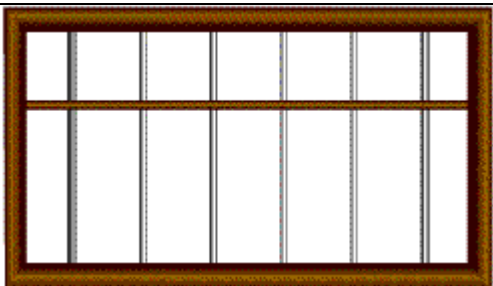
a) Cada bola superior val ...

b) Cada bola inferior val...

Esriptura de nombres

Com ja hem vist els nombres s'escriuen posant les boles de cada columna (unitats, desenes, etc.) a la barra del mig.

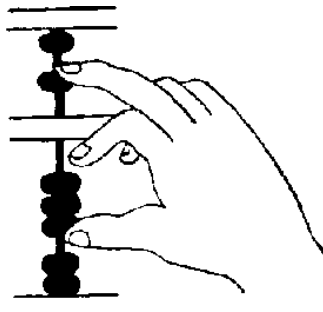
- 2) Representa a cada àbac els nombres indicats (no cal que dibuixis totes les boles, només les que compten per escriure el nombre):

	
7 328	6 409
	
78 502	100 395
	
64 657	87 340
	
309 726	543 817

Quan col·loquem una bola a la barra central direm que "l'activem" i quan la traiem que "l'anul·lem" o "la desactivem".

Com moure les boles de l'àbac

Es recomana fer servir el polze per pujar les boles inferiors, l'índex per baixar-les i el mig per pujar i baixar les boles superiors (de valor 5).



Forma correcta de moure les boles de l'àbac

- 3) Si disposes d'un àbac real representa al teu àbac els nombres de l'exercici 2. Comprova cada vegada que ho has fet bé.

Sumem amb l'àbac

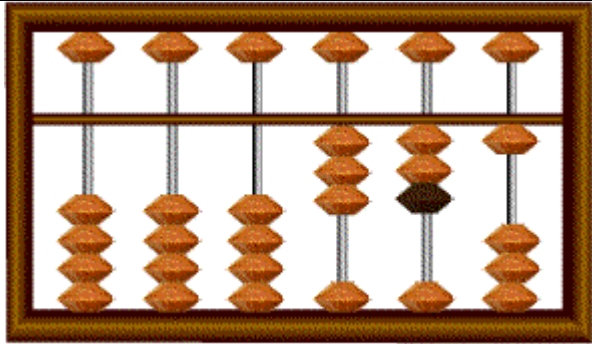
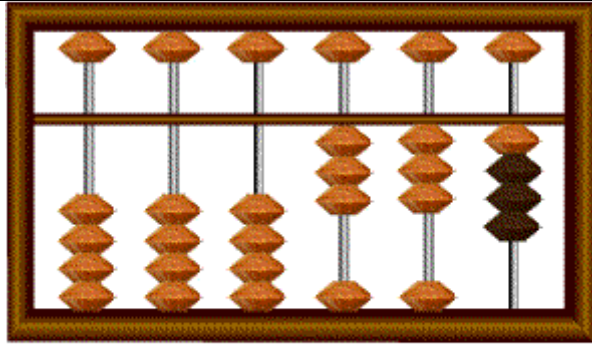
Sumar amb l'àbac no és excessivament difícil si es practica prou.

A nosaltres no ens cal ser uns grans especialistes. El nostre objectiu és anar descobrint, per nosaltres mateixos, les diferents tècniques per sumar. El grau de complexió de les sumes anirà augmentant a mesura que anem avançant en els exercicis. Els darrers casos són, realment, els més difícils.

Abans que res, hem de destacar que, amb l'àbac, **no convé fer la suma de dreta a esquerra**, tal com fem quan sumem per escrit que comencem per les unitats, continuem per les desenes, etc., **sinó d'esquerra a dreta**, de les unitats més grans a les més petites, tal com les llegim.

Ara observarem un exemple de suma: $121 + 213$

<p>a) Escrivim el 121 a la barra central</p>	<p>b) Activem dues boles a la barra de les centenes</p>

 <p style="color: blue; font-weight: bold; margin-top: 10px;">+10</p>	 <p style="color: blue; font-weight: bold; margin-top: 10px;">+3</p>
<p>c) Activem una més a la de les desenes</p>	<p style="color: blue; font-weight: bold; font-size: 1.2em;">Resultat: 344</p> <p>d) Finalment activem tres a la de les unitats. Ara ja podem llegir el resultat: 334.</p>

4) Repeteix el càlcul anterior amb el teu àbac: $121 + 213$.

5) Practica amb l'àbac aquestes sumes. No cal que apuntis els resultats.

1+1	1+2	1+3	1+5	1+6	1+7	1+8
2+1	2+2	2+5	2+6	2+7		
3+1	3+5	3+6				
4+5						
5+1	5+2	5+3	5+4			
6+1	6+2	6+3				
7+1	7+2					
8+1						

6) Resol aquestes sumes i comprova si el resultat que trobes amb l'àbac és correcte. Escriu a quin intent les has resolt bé.

Sumes	Resultats	Intents		
		1	2	Més de 2
$2 + 11 + 120 + 301 + 10$	444			
$100 + 3 + 2\ 010 + 31 + 2\ 300$	4 444			
$12 + 400 + 20 + 3\ 000 + 1\ 012$	4 444			
$1\ 002 + 1\ 010 + 200 + 2\ 020 + 212$	4 444			
$1\ 120 + 13\ 000 + 20\ 001 + 123 + 10\ 200$	44 444			
$203 + 51 + 15 + 220 + 510$	999			
$500 + 25 + 103 + 21 + 350$	999			
$5\ 500 + 203 + 4\ 105 + 41 + 150$	9 999			
$2\ 051 + 1\ 512 + 5\ 200 + 131 + 1\ 105$	9 999			
$3\ 005 + 50\ 450 + 5\ 024 + 31\ 000 + 10\ 520$	99 999			
$6 + 13 + 160 + 120 + 700$	999			
$612 + 105 + 261 + 2\ 011 + 7\ 010$	9 999			
$210 + 602 + 170 + 17 + 9\ 000$	9 999			
$16 + 50 + 712 + 1\ 021 + 8\ 200$	9 999			
$107 + 180 + 612 + 82\ 100 + 17\ 000$	99 999			

Ara vénen uns casos una mica més complicats, ja que no tindràs prou boles d'unitat a la columna per fer-les. Per exemple, si vols sumar $2 + 3$ et trobes que, després d'escriure el 2 no tens 3 boles d'unitat per activar, ja que només en queden 2.

7) Pensa i descriu quina tècnica pots fer servir, comptant amb la de 5 superior, per tal de sumar $2 + 3$.

8) Quan l'hagis trobada, fes aquestes sumes per practicar:

$1+4$
 $2+3$ $2+4$
 $3+2$ $3+3$ $3+4$
 $4+1$ $4+2$ $4+3$ $4+4$

9) Fes aquestes sumes i comprova el resultat, anotant els intents que has necessitat.

Sumes	Resultats	Intents		
		1	2	Més de 2
$314 + 342$	656			
$324 + 11 + 21 + 231 + 312$	899			
$213 + 300 + 113 + 221 + 22$	869			
$4\ 230 + 412 + 112 + 232 + 2\ 002$	6\ 988			
$43 + 111 + 43\ 624 + 21\ 100 + 32\ 021$	96\ 899			
$2\ 140 + 233 + 33\ 024 + 22\ 401 + 10\ 200$	67\ 998			

De vegades ens trobem que, en tenir "activades" les boles de 5 i d'unitat d'una mateixa columna, hem de jugar amb les d'unitat (desenes, centenes, etc.) de la columna següent i després "restablir equilibris" traient allò que hem posat de més.

10) Pensa com ho faràs per sumar $3 + 8$. Explica el procediment que fas servir.

11) Aplica aquesta tècnica en aquests casos:

$1+9$
 $2+8$ $2+9$
 $3+7$ $3+8$ $3+9$
 $4+6$ $4+7$ $4+8$ $4+9$

12) Resol amb l'àbac aquestes sumes i anota els resultats:

Sumes	Resultats	Intents		
		1	2	Més de 2
$180 + 88$	268			
$8 + 19 + 68 + 73 + 27$	195			
$38 + 47 + 82 + 98 + 24$	289			
$24 + 46 + 83 + 34 + 79$	266			
$41 + 72 + 68 + 84 + 93$	358			
$47 + 20 + 29 + 62 + 39$	197			

Pots fer servir una tècnica semblant per resoldre aquests cas que ve ara, però jugant amb les boles de 5.

15) Explica quin procediment seguiràs per sumar $8+5$.

16) Resol aquests casos:

$5+5$

$6+5$

$7+5$

$8+5$

$9+5$

17) Fes aquestes sumes amb l'àbac comprovant els resultats:

Sumes	Resultats	Intents		
		1	2	Més de 2
$173 + 55$	228			
$7 + 5 + 19 + 37 + 25$	93			
$23 + 42 + 55 + 38 + 35$	193			
$78 + 85 + 54 + 49 + 95$	361			
$28 + 45 + 18 + 57 + 15$	163			
$69 + 55 + 47 + 98 + 25$	294			

Pensa ara en la següent situació:

18) Com ho faràs per sumar $7 + 4$? Explica les passes que fas per calcular-ho amb l'àbac.

19) Fes aquestes sumes amb l'àbac, per practicar aquesta tècnica.

$6+4$

$7+3$

$7+4$

$8+2$

$8+3$

$8+4$

$9+1$

$9+2$

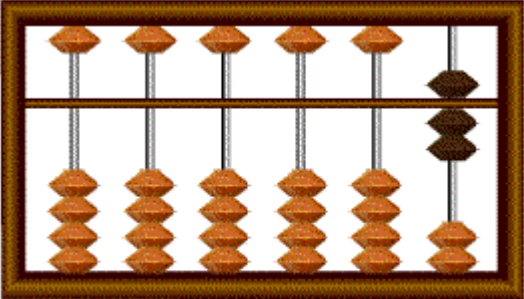
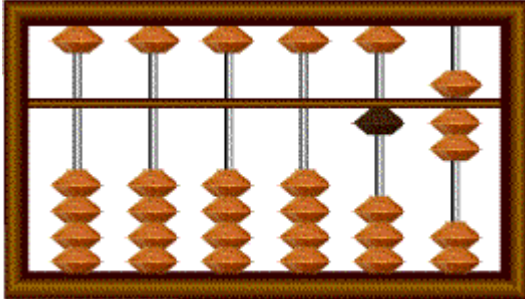
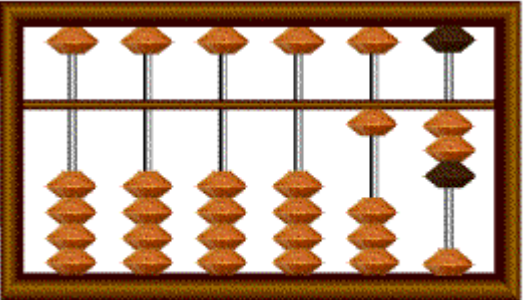
$9+3$

$9+4$

20) Fes aquestes sumes i anota els resultats:

Sumes	Resultats	Intents		
		1	2	Més de 2
$7 + 3 + 8 + 4 + 9$	31			
$26 + 44 + 48 + 71 + 31$	220			
$84 + 34 + 23 + 38 + 92$	271			
$28 + 29 + 33 + 26 + 15$	131			
$59 + 52 + 42 + 34 + 84$	271			

Ara vénen els casos més complicats. Per exemple, per sumar $7 + 6$ has de fer el següent:

<ul style="list-style-type: none"> • Escribe el 7 a una columna 	<p>Per sumar 6 haurem de sumar 10 i treure'n 4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma 10
 <p style="text-align: center;">7</p>	 <p style="text-align: center;">+10</p>
<p>Ara no podem treure 4 directament. Per tant traurem 5 i sumarem 1</p> <p style="text-align: center;">10 - 5 + 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Treu la bola superior de valor 5 • Puja una bola unitat. • El resultat és 13. 	
 <p style="text-align: center;">-5 +1</p>	

Si t'hi fixes és un pèl més embolicat perquè has de sumar una unitat superior i treure'n una de cinc i tornar a "activar" unitats. És a dir, per equilibrar la suma que volem fer, hem de fer dues compensacions.

19) Explica quines passes fas per sumar $5+7$.

20) Practica aquests casos:

5+6	5+7	5+8	5+9
6+6	6+7	6+8	
7+6	7+7		
8+6			

21) Resol:

Sumes	Resultats	Intents		
		1	2	Més de 2
825 + 608	1 433			
7 + 6 + 8 + 5 + 7	33			
8 + 6 + 13 + 17 + 37	81			
27 + 46 + 53 + 37 + 42	205			
56 + 64 + 30 + 96 + 16	262			
75 + 36 + 94 + 89 + 12	306			

Quan no hi havia calculadores electròniques: l'àbac

Si ara et diem que facis aquesta suma: $329 + 2\,497$ no tindràs cap dificultat tret de superar la mandra i avorriment que et produeix fer una cosa tan fàcil. Si realment tens poques ganes de treballar agafaràs la calculadora i, en un moment, diràs el resultat. Però les coses no eren així a l'Edat Mitjana. Els càlculs només els sabien fer uns pocs especialistes i ser "comptable" era una feina ben reconeguda.

La majoria de gent no passava de poder fer comptes senzills amb nombres relativament petits. No era només el problema que la majoria de la població no pogués anar a escola o no tingués a l'abast "màquines" adients. No en podien fer perquè no disposaven d'un sistema de numeració que simplifiqués els càlculs: encara feien servir la numeració romana.

Compara aquesta suma en numeració actual amb la dels romans:

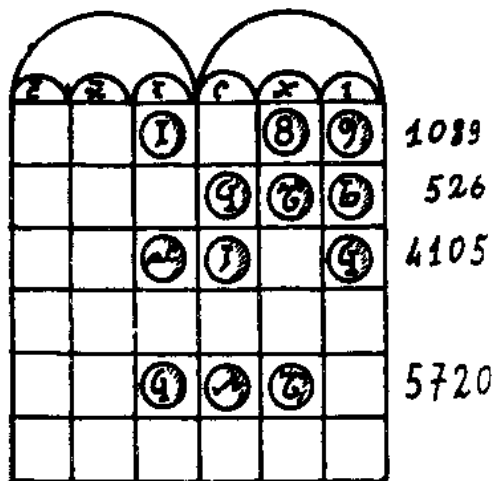
329	CCCXXIX
<u>+1247</u>	<u>+MCCXLVII</u>

Ja hem explicat abans que a l'Edat Mitjana i, més antigament, els romans, els grecs, etc. no calculaven amb les seves xifres escrites sinó que feien servir àbacs.

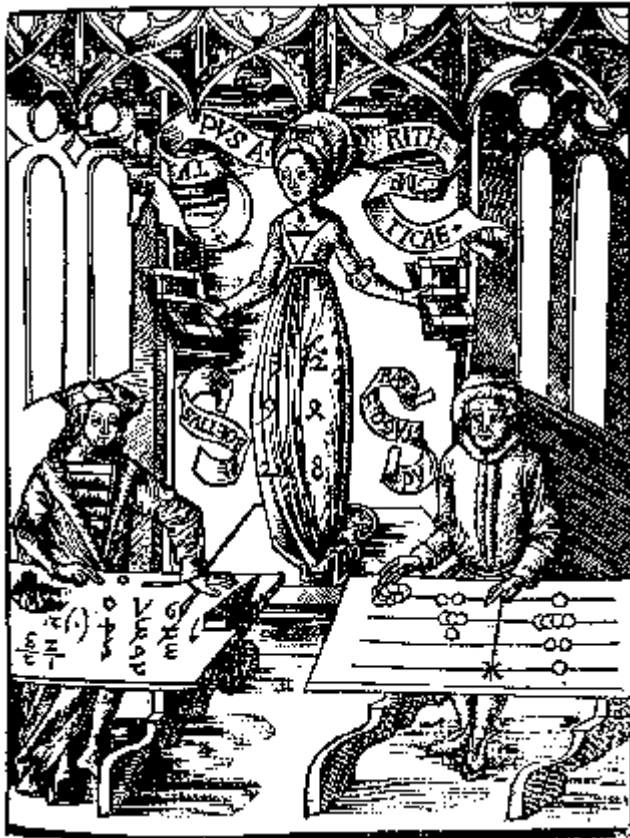
Els àbacs més antics eren bàsicament uns taulers amb unes ranures acanalades per on es feien lliscar unes pedretes. Pedreta en llatí (la llengua dels romans) es deia "calculus" i la paraula "calcular" que ara fem servir nosaltres, originàriament volia dir alguna cosa com "moure pedretes".



Un dels introductors de la numeració indoaràbiga va ser, al segle X, el monjo d'origen francès (però que va residir al Monestir de Ripoll) Gerbert d'Aurillac. Després esdevindria Papa amb el nom de Silvestre II. Aquest monjo va dissenyar un àbac de transició en el que es movien unes fitxes en les que estaven escrits el nombres amb les xifres indoaràbigues.



Al segle XIII un matemàtic que es deia Leonardo de Pisa (també conegut com a Fibonacci) va insistir en la introducció a Europa el nostre sistema de numeració actual. Aquest sistema de numeració té, entre d'altres, dos avantatges: que es poden escriure nombres molt grans amb, relativament, pocs signes (compara 438 amb CDXXXVIII) i, sobretot, que facilita molt fer les operacions escrites. Però no va ser fàcil la introducció d'aquest sistema de numeració que ara fem servir com si hagués existit des de sempre. Tres-cents anys més tard, al segle XVI, encara es feien competicions entre "*abaquistes*", que encara feien servir l'àbac, i "*algoristes*", que feien els comptes més o menys com nosaltres ara. Els àbacs van resistir, malgrat tot, fins al segle passat, quan encara es podien trobar als bancs, comerços, etc.



Tot i així, a alguns països com Rússia, la Xina o el Japó, encara se n'hi poden trobar. Allà no és estrany veure com, a les botigues, fan els comptes amb una calculadora i els repassen amb l'àbac. El fet que a la Xina i al Japó es facin servir els àbacs pot ser degut, parcialment, a que, tot i que està generalitzada la nostra numeració, encara mantenen els seus sistemes més antics i no poden fer fàcilment els càlculs escrits.

Contesta aquestes preguntes:

- 22) Quin és l'origen de la paraula "calcular"?
- 23) Per què no es podien fer, en èpoques molt antigues, els càlculs per escrit?
- 24) Com es diuen les xifres que fem servir actualment?
- 25) Quants anys fa, més o menys, que les fem servir d'una manera generalitzada?
- 26) Per quins motius creus que van trigar tant de temps en ser acceptades a Europa?
- 27) Digues alguns països que encara facin servir l'àbac.

28) Pinta de color els àbacs dels dibuixos d'aquest full.




Comerciant xinès fent els comptes amb l'ajut d'un àbac





Comptable japonès fent operacions amb un "soroban". (Il·lustració segle XVIII)

Diferents àbacs

Abans has vist el dibuix d'un àbac romà i ja has treballat amb el "soroban", l'àbac japonès. Els àbacs, com tantes altres coses, han evolucionat al llarg de la història. Per exemple, el soroban encara va "perdre" una bola entre la 1a i la 2a Guerra Mundial. Els àbacs de les següents il·lustracions són, doncs, producte de l'evolució de l'antic àbac romà.

		
<p>Àbac escolar encara utilitzat</p>	<p>Stchioty (Àbac rus actual)</p>	<p>Suanpan (Àbac xinès actual)</p>

	
Soroban antic (abans de 1930)	Soroban actual

Les característiques de l'àbac les dona, principalment, la distribució de les boles, si n'hi ha de valor diferent i, sobretot, la quantitat per fila. Un àbac amb moltes boles facilita el càlcul perquè no s'han de fer tantes "operacions mentals", però, en part el fa més lent perquè s'han de comptar i moure més boles.

Compara els tres àbacs encara en ús: *stchioty*, *suapan* i *soroban* (rus, xinès i japonès) tenint en compte el que acabem de dir sobre la distribució i la quantitat de boles de cada eix.

29) Explica les característiques de cada àbac:

Rus:

Xinès:

Japonès:

30) Amb quin creus que és més fàcil calcular? Per què?

31) Amb quin dels tres deu ser més complicat? Per què?

32) Quin avantatge creus que pot tenir, doncs, aquest àbac sobre els altres?