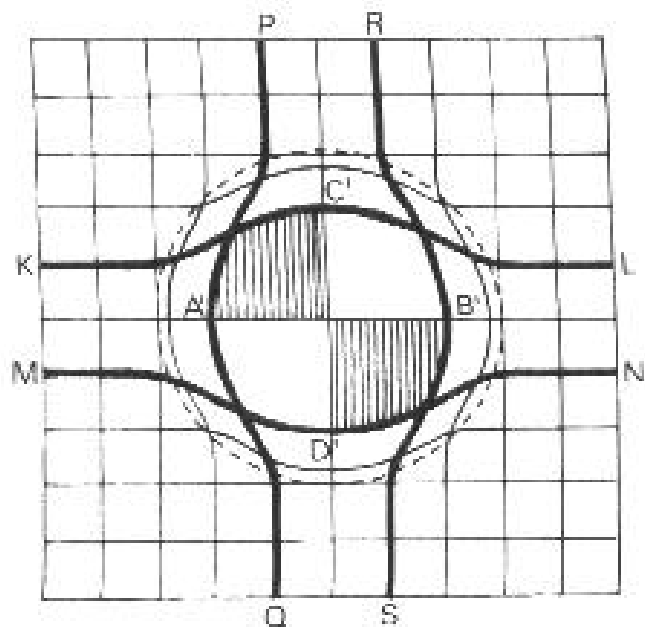


Calaix de problemes

1



Soluciones

SOLUCIONARI

Nº: 1 Resultat:

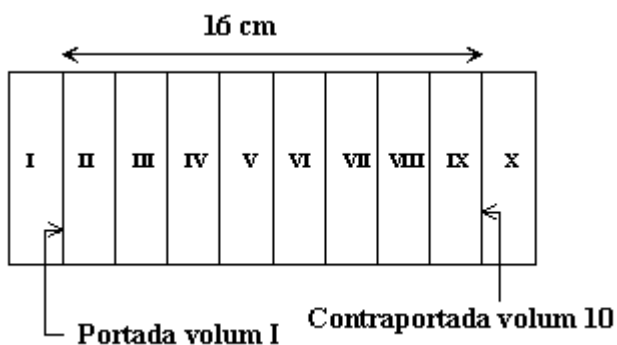
11 moviments

- 1) Es fa baixar el sac i puja el cistell.
- 2) Baixa el pagès i puja el sac.
- 3) Baixa la truja, puja el pagès.
- 4) Baixa el sac, puja el cistell buit.
- 5) Baixa la vaca, pugen la truja i el sac.
- 6) Baixa el sac, puja el cistell buit.
- 7) Baixa el pagès, puja el sac.
- 8) Baixa la truja, puja el pagès.
- 9) Baixa el sac, puja el cistell buit.
- 10) Baixa el pagès, puja el sac
- 11) Surt el pagès del cistell i baixa el sac.

Nº: 2 Resultat:

16 cm

Recorre 16 cm perquè la tapa del primer volum es troba a la dreta del lloc i la contraportada del desè volum és a l'esquerra.



SOLUCIONARI

Nº: 3 Resultat:

428571

Per acabar en 1 la darrera xifra ha de ser un 7 ($3 \times 7 = 21$).

Ara, a més podem anotar el 7 al resultat.

$$1 \quad _ _ _ _ 7 \times 3 = _ _ _ _ 7 \ 1$$

De 21 ens portem 2. Això vol dir que els següent resultat a d'acabar en 5. El següent nombre serà un 5 ($3 \times 5 = 15$)

$$1 \quad _ _ _ 5 \ 7 \times 3 = _ _ _ 5 \ 7 \ 1$$

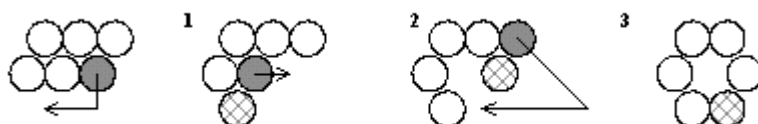
Seguint aquest procediment s'obté:

$$1 \ 4 \ 2 \ 8 \ 5 \ 7 \times 3 = 4 \ 2 \ 8 \ 5 \ 7 \ 1$$

Nº: 4 Resultat:

Tres moviments

Aquests són els moviments que s'han de fer per transformar la figura:



SOLUCIONARI

Nº: 5 Resultat:

Anomenem a al resultat del primer dau i b al del segon. Ara escriurem algebreicament el resultat de cada operació.

Doblar el resultat ----- $2 \cdot a$

Afegir cinc ----- $2 \cdot a + 5$

Multipliar tot per cinc ----- $5 \cdot (2 \cdot a + 5) = 10 \cdot a + 25$

Sumar el resultat de l'altre dau ----- $10 \cdot a + 25 + b$

Restar 25 al resultat ----- $10 \cdot a + 25 + b - 25 = 10 \cdot a + b$

Si t'hi fixes, després de fer totes les operacions el resultat algebraic coincideix amb l'expressió general d'un nombre de dues xifres format pels dígit que coincideixen amb el resultat de cada dau. $\langle 10 \cdot a + b \rangle$

Nº: 6 Resultat:

1280 i 720 ptes.

Ptes de la Mireia (x) i del Miquel (y). El sistema a plantejar pot ser el següent:

$$x + y = 2000$$

$$x - 640 = 2 \cdot (y - 400)$$

$$x = 2000 - y$$

$$2000 - y - 640 = 2 \cdot (y - 400)$$

$$y = 720$$

$$x = 1280$$



SOLUCIONARI

Nº: 7 Resultat:

10 persones

L'estadística ens diu que 15 persones no estan casades, 30 no tenen telèfon, 25 no tenen cotxe i 20 no són propietaris d'una casa. Podem suposar que tots són persones diferents ($15+30+25+20=90$ persones). Per tant, com a mínim 10 persones han de tenir les quatre coses.

Nº: 8 Resultat:

En Josep

En Josep guanya la cursa perquè fa un km menys que el seu amic. En Josep fa $12-1=11$ km i en Pere $24-12=12$ km.



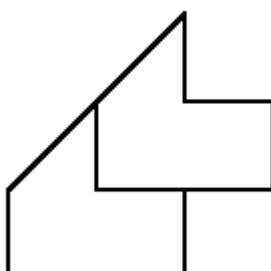
SOLUCIONARI

Nº: 9 Resultat:

Els moviment són, per ordre:

| | a | b | c | d | e | f | f | h |
|---|---|---|---|---|----|----|----|---|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | 4 | 1 | 6 | | | | |
| 3 | c | 7 | | 3 | | | | |
| 4 | | 2 | 5 | 8 | | | | |
| 5 | | | | | 14 | 11 | 16 | |
| 6 | | | | | 9 | | 13 | |
| 7 | | | | | 12 | 15 | 10 | |
| 8 | | | | | | | | |

Nº: 10 Resultat:



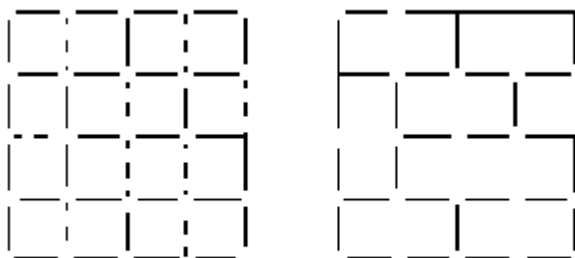
SOLUCIONARI

Nº: 11 Resultat:

27 patates

El segon viatger ha deixat 8 patates, 4 per cada company. Per tant ell n'ha menjat altres 4 i n'hi havia trobat 12 (que són les que havia deixat el segon). Aquest havia deixat 6 per cada amic i ha menjat altres 6. Això implica que havia trobat 18. El tercer viatger n'havia deixat 9 per cada company, que, si les sumem les 9 que s'ha menjat, ens porten a les 27 patates inicials.

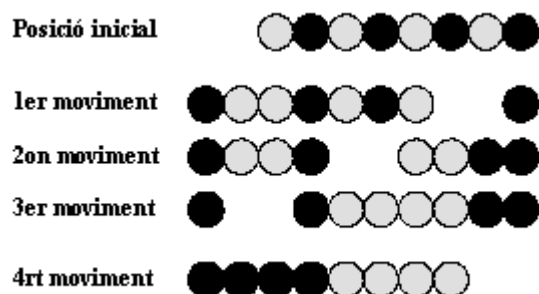
Nº: 12 Resultat:



SOLUCIONARI

Nº: 13 Resultat:

Els moviments són:



Nº: 14 Resultat:

30 motos i 10 cotxes

Si anomenem x a les motos i y als cotxes podem plantejar dues equacions:

Una amb el total de vehicles $x + y = 40$

Una altra amb el total de rodes $2x + 4y = 100$

Resolent els sistema s'arriba a la solució de 30 motos i 10 cotxes.



SOLUCIONARI

Nº: 15 Resultat:

165 vaques i 35 visitants

Si diem que les vaques són x i els visitants y podem plantejar dues equacions per fer un sistema. El total són 200, per tant $x + y = 200$. Les potes es poden calcular així: $4x + 2y = 730$. Resolent el sistema s'arriba a la solució de 165 vaques i 35 visitants.

Nº: 16 Resultat:

La distribució dels nou dígit és la de sota.

Ara pots intentar fer, d'una manera més ràpida basant-te en aquest quadrat, un altre amb els nombres 2,4,6,8,10,12,14,16 i 18 i que tingui una suma constant de 30.

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 1 | 8 |
| 7 | 5 | 3 |
| 2 | 9 | 4 |



SOLUCIONARI

Nº: 17 Resultat:

La solució és la següent:

| | | |
|----|----|----|
| 31 | 73 | 7 |
| 13 | 37 | 61 |
| 67 | 1 | 43 |

Nº: 18 Resultat:

La distribució del coronel té dues solucions (figures 1 i 2) i la del general una (figura 3)

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 2 | 1 |
| 2 | | 2 |
| 1 | 2 | 3 |

fig. 1

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 2 | 2 |
| 2 | | 2 |
| 2 | 2 | 2 |

fig. 2

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 1 | 3 |
| 1 | | 1 |
| 3 | 1 | 3 |

fig. 3



SOLUCIONARI

Nº: 19 Resultat:

Per ser 18 només cal que les cel·les del mig quedin buides i que els nou es reparteixin per les dues cantonades(figura 1).

Per ser 36 han de fer el contrari: posar-se tots a les cel·les del mig i cap a les cantonades.

Es poden buscar totes les solucions entre 18, que és el nombre mínim, i 36, que és el màxim.

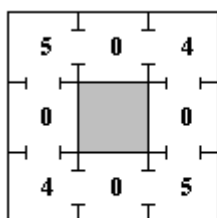


fig 1

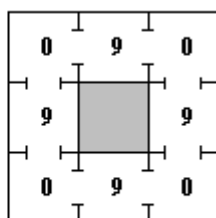


fig 2

Nº: 20 Resultat:

7 monedes a un i 1 a l'altre

Observa el quadre:

| | 1er pastor | 2on pastor | Caçador |
|---|------------|------------|---------|
| Pans que posa | 5 | 3 | 0 |
| Trossos que posa (dividint cada pa en 3) | 15 | 9 | 0 |
| Trossos que menja | 8 | 8 | 8 |
| Trossos que dona | 7 | 1 | 0 |



SOLUCIONARI

Nº: 21 Resultat:

Són paral·leles

El contrast entre l'orientació de la trama i les rectes fa veure que no són paral·leles, però sí que ho són. Posant el dibuix pla a l'alçada dels ulls i, mirant-lo amb les rectes apuntant cap a ells, es trenca la il·lusió òptica.

Nº: 22 Resultat:

L'avi, el pare i el fill

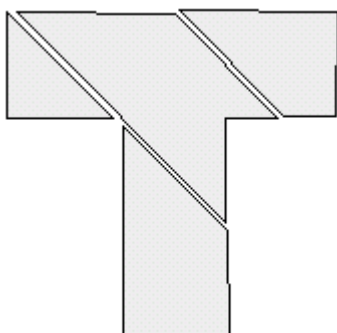
Per ser tres persones només, i no 4 com sembla, alguna ha de ser pare i fill a la vegada. Així la solució lògica és: avi, pare i fill (el pare és fill de l'avi).



SOLUCIONARI

Nº: 23 Resultat:

| |
|--|
| |
|--|



Nº: 24 Resultat:

| |
|--|
| |
|--|

Primer passen els dos nens. Després un d'ells torna amb la barca i deixa que passi un dels jugadors. El nen que estava a l'altra riba torna amb la barca. Després tornen els dos i es torna a repetir el procés per a cada jugador.

SOLUCIONARI

Nº: 25 Resultat:

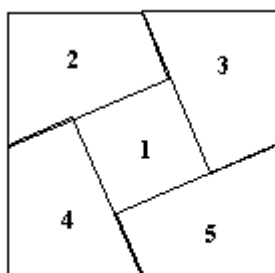
15 moviments

Si numerem les caselles com al gràfic de sota, i anatem el nombre de la casella que conté la fitxa a moure, els moviments són: 3-5-6-4-2-1 (ara hem aconseguit que les granotes i els gripaus quedin alternats i no es bloquegin) 3-5-7-6-4-2-3-5-4



Nº: 26 Resultat:

Aquest trencaclosques permet comprovar el Teorema de Pitàgores, donat que aquest quadrat (el de la hipotenusa) s'ha construït amb les peces dels quadrats dels dos catets.

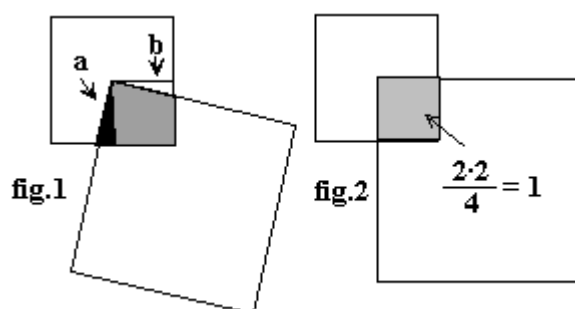


SOLUCIONARI

Nº: 29 Resultat:

1 metre quadrat

L'àrea compartida és la quarta part del quadrat petit. Afegint les línies indicades (figura 1) es veu que els dos triangles rectangles, a i b, són iguals. Per tant podem l'àrea compartida és equivalent a la de la figura 2, que és clarament $\frac{1}{4}$ del quadrat petit.



Nº: 30 Resultat:

El quadrat és, de debò, un rectangle

Amb quadrícula petita és difícil trobar una explicació. En canvi, amb quadrícula gran s'observa que el triangle C té una base d'un quadret però una altura més petita. El quadrat format per les tres peces no ho és en realitat: és un rectangle que té una base de 8 quadrets i una altura de 7 quadrets més el tros del triangle C, que no arriba a ser-ne un. Per tant no tenim un quadrat de 64 quadrets d'àrea, sinó un rectangle (que visualment sembla un quadrat) de 63.

SOLUCIONARI

Nº: 31 Resultat:

Hi ha moltes solucions. Pot ajudar a trobar-ne gran varietat el fet de que l'arrel de 4 sigui exacta. Aquí tenim algunes possibilitats.

$$1 = 44 : 44$$

$$6 = 4 + (4 + 4) : 4$$

$$2 = 4 : 4 + 4 : 4$$

$$7 = (44 : 4) - 4$$

$$3 = (4 + 4 + 4) : 4$$

$$8 = 4 + 4 + 4 - 4$$

$$4 = (4 - 4) \cdot 4 + 4$$

$$9 = 4 + 4 + 4 : 4$$

$$5 = (4 \cdot 4 + 4) : 4$$

$$10 = (4 \cdot 4 + 4) : 4$$

Nº: 32 Resultat:

280 kg

Com que Hèrcules és el doble d'alt, el doble d'ample i el doble de gras, pesarà 8 vegades més que Hílas ($2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$). Si Hílas pesa 35 kg, Hèrcules en pesarà 280 ($35 \cdot 8$)



SOLUCIONARI

Nº: 33 Resultat:

Menjarà correctament

El fet de que Gulliver sigui 12 vegades més gran, implica que sigui 12 vegades més alt, 12 vegades més ample i 12 vegades més gros. Això implica que pesi 1728 vegades més que un habitant de Lil·liput ($12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$). Per tant, menjarà correctament.

Nº: 34 Resultat:

El B

El de l'esquerra (A) no pot ser perquè la part superior de la T coincideix amb els tres punts i no amb la X. El de la dreta (C) tampoc perquè la T i el triangle, al tenir els tres punts entremig, hauran d'estar sempre a cares oposades i no els podrem veure mai a la vegada.

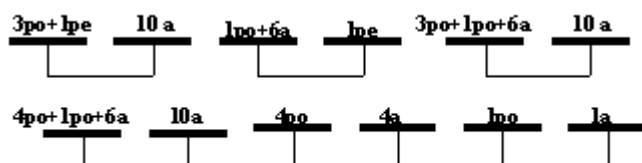


SOLUCIONARI

Nº: 35 Resultat:

Una pera pesa com 7 pomes

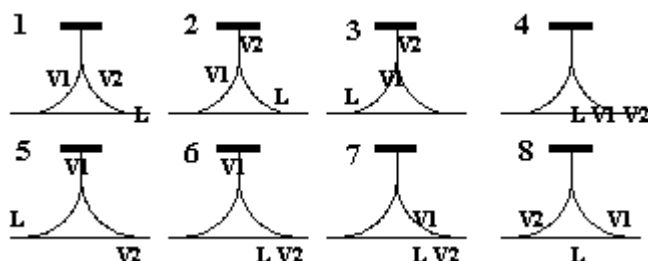
Si substituïm la pera del primer plat per la poma i els 6 albercocs observarem que 4 pomes i 6 albercocs pesen com 10 albercocs. Si en traiem 6 albercocs de cada plat l'equilibri no es trenca i veiem que 4 pomes i 4 albercocs pesen el mateix, per tant, una poma i un albercoc pesen igual. Si canviem els albercocs de la segona balança per la mateixa quantitat de pomes, tindrem que una pera pesa com 7 pomes.



1 pera = 7 albercocs

Nº: 36 Resultat:

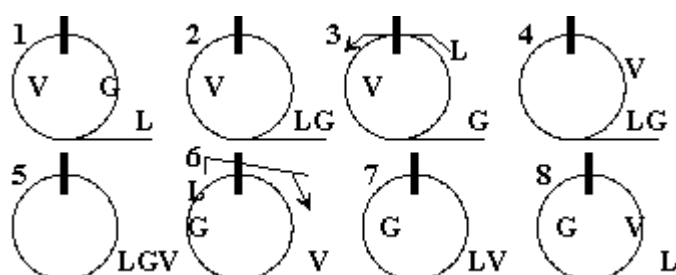
Segueix les passes de l'esquema.



SOLUCIONARI

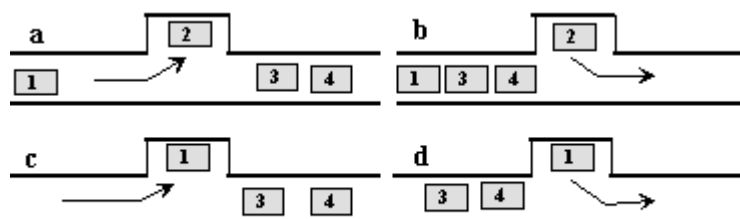
Nº: 37 Resultat:

Segueix les passes de l'esquema.



Nº: 38 Resultat:

Segueix les passes de l'esquema.



SOLUCIONARI

Nº: 39 Resultat:

6000 i 2000 ptes.

Plegats han fet 50 km d'anada i 50 de tornada, és a dir, 100 km, que és la meitat del camí.
Si és aquest tros el que es reparteixen l'amic haurà de pagar la meitat d'aquesta meitat, és a dir, la quarta part ($8000 : 4 = 2000$)

Nº: 40 Resultat:

Aquest problema té moltes solucions. Aquí en tens una mostra.

$$\begin{array}{ll} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 9 & 1 + 2 \cdot 3 + 4 + 5 + 67 + 8 + 9 \\ - (1 \cdot 2) - 3 - 4 - 5 + 6 \cdot 7 + 8 \cdot 9 & 1 \cdot 2 + 34 + 56 + 7 - 8 + 9 \\ 1 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 - 6 + 7 + 8 \cdot 9 & 12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 \\ (1 + 2 - 3 + 4) \cdot (5 - 6 - 7 - 8 - 9) & 123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 \end{array}$$



| SOLUCIONARI | |
|------------------|--|
| Nº: 41 Resultat: | |

Observa la taula:

| | | | |
|------------|-----------|------------------|--|
| Nº: | 42 | Resultat: | |
|------------|-----------|------------------|--|



SOLUCIONARI

Nº: 43 Resultat:

| |
|--|
| |
|--|

Obrir les tres bagues d'un dels 5 trossos i amb elles unir els quatre trossos que queden.



Nº: 44 Resultat:

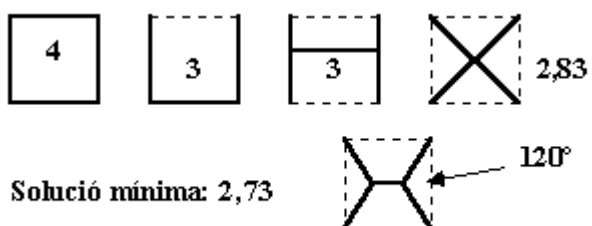
240 iens i 210 iens

Es poden trobar dues solucions inferiors a 250 iens. La primera consisteix en desmuntar el tros de 8 bagues i unir els 8 trossos de cadena que resten. (Obrir $8 \cdot 10 = 80$ iens; tancar $8 \cdot 20 = 160$ iens; total 240 iens). La segona consisteix en desmuntar els trossos de 3 i 4 bagues i unir els 7 trossos que queden. Observa que per fer-ho només et calen 6 bagues, però la que et sobra la pots col·locar allà on vulguis. (Obrir $7 \cdot 10 = 70$ iens; tancar $7 \cdot 20 = 140$ iens; total 210 iens)

SOLUCIONARI

Nº: 45 Resultat:

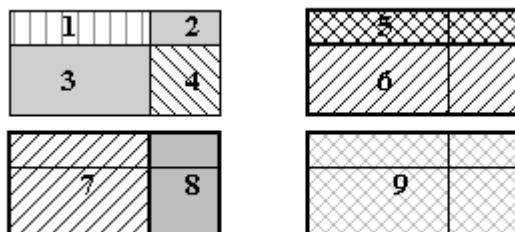
Hi ha diferents formes de connectar els 4 pobles. La que dóna la solució mínima no és massa trivial. Si considerem 1 la distància entre dos pobles contigus (és a dir, el costat del quadrat) la longitud total de cada xarxa és la que anotem. Observa la solució mínima i valora si t'havies acostat molt.



Nº: 46 Resultat:

9 rectangles

S'han de tenir en compte els rectangles superposats a base de tenir en compte, només, algunes de les línies.

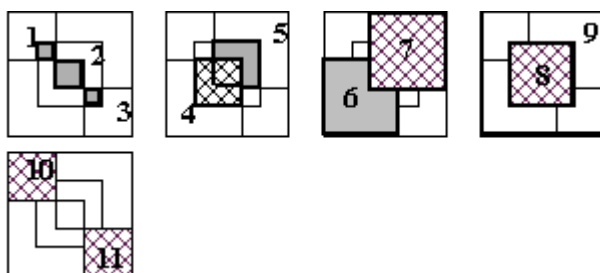


SOLUCIONARI

Nº: 47 Resultat:

11 quadrats

S'han de comptar, també, els superposats, tenint en compte tots les mides.



Nº: 48 Resultat:

No hi ha terreny

Amb aquestes mesures no es pot construir un triangle, és a dir, no existeix el terreny. La suma de les longituds dels dos costats petits és igual al costat gran. Perquè hi hagi triangle aquesta suma ha de sobrepassar la longitud del costat gran. ($270+230=500$)

$$\begin{array}{r} 270 \text{ m} \quad | \quad 230 \text{ m} \\ \hline 500 \text{ m} \end{array}$$

SOLUCIONARI

Nº: 49 Resultat:

27 kg

Una possible equació per resoldre el problema, anomenant x al pes del cos, és la següent:

Cos \rightarrow x

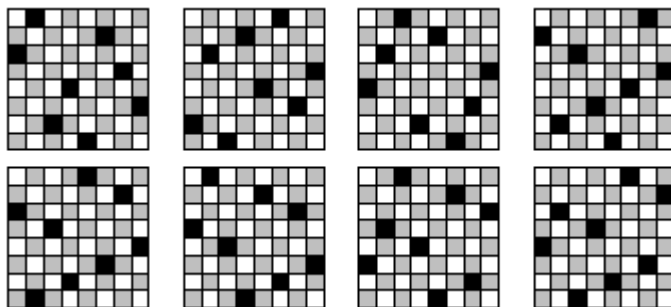
Cua \rightarrow 9

Cap \rightarrow $9 + x/3$

$$9 + 9 + x/3 = x \rightarrow x = 27$$

Nº: 50 Resultat:

Hi ha 92 solucions diferents d'aquest problema. Aquí en tens algunes.

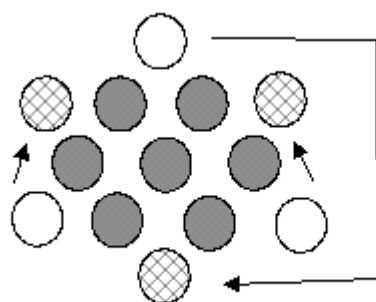


SOLUCIONARI

Nº: 51 Resultat:

| |
|--|
| |
|--|

Els tres moviments són els següents:



Nº: 52 Resultat:

3 pomes

Si agafes tres pomes, com diu l'enunciat, tens tres pomes.

SOLUCIONARI

Nº: 53 Resultat:

La sèrie té una regularitat. Es comença per 1 i es va continuant (2,3,4,etc.) fins al nombre d'uns de la base de la potència. Després es continua descomptant fins a 1 un altre cop.

2ona sèrie

$$1111^2 = 1234321 \quad (4 \text{ uns})$$

$$11111^2 = 123454321 \quad (5 \text{ uns})$$

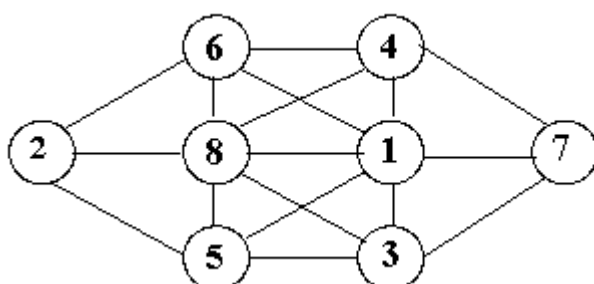
$$111111^2 = 1234567654321 \quad (7 \text{ uns})$$

$$1111111^2 = 12345678987654321 \quad (9 \text{ uns})$$

Què passarà a partir de 10 uns?

Nº: 54 Resultat:

La solució és la següent:



SOLUCIONARI

Nº: 55 Resultat:

7->3; 8->4; 9->3 i 10->3

La sèrie es va formant amb el nombre de lletres que fan la paraula. Així "set" té tres lletres i li correspon el 3, al "vuit", 4, al "nou", 3 i al "deu", també 3.

Nº: 56 Resultat:

1000

El 1000 es pot escriure amb tres signes, les lletres de la paraula MIL. A més en numeració romana les lletres MIL representen el nombre 1049.

SOLUCIONARI

Nº: 57 Resultat:

4 040 000 de potes

Només cal tenir en compte els animals i, per esbrinar quants n'hi ha, les dades que interessin són les eres, les someres i els pollins. Si hi ha cent eres i, a cada era, hi ha cent someres, en total hi ha 10 000 someres (100×100). Si cada somera té cent pollins hi ha 1 000 000 de pollins ($10\,000 \times 100$). Les potes de les someres són 40 000 i les del pollins 4 000 000. Per tant, en total, hi ha 4040000 potes.

eres $\longrightarrow 100$

someres $\longrightarrow 100^2 \longrightarrow 10\,000 \longrightarrow 40\,000$ potes

pollins $\longrightarrow 100^3 \longrightarrow 1\,000\,000 \longrightarrow 4\,000\,000$ potes

TOTAL: $40\,000 + 4\,000\,000 = 4\,040\,000$ POTES

Nº: 58 Resultat:

5200 ungles

Hi ha 4 dones ($4 \cdot 20 = 80$ ungles), 64 gats ($64 \cdot 16 = 1024$ ungles) i 256 gatons ($256 \cdot 16 = 4096$ ungles). En total són, llavors, 5200 ungles.

Dones: 4×20 ungles = 80 ungles

Sacs: $4^2 = 16$

Gats: $4^3 = 64$ $4 \text{ potes} \times 4 \text{ ungles} = 16 \text{ ungles}$

$16 \times 64 = 1024$ ungles

Gatons: $4^4 = 256$ $256 \times 16 \text{ ungles} = 4096 \text{ ungles}$

Total: $80 + 1024 + 4096 = 5200$ ungles



SOLUCIONARI

Nº: 59 Resultat:

Es fan amb nombres romans

Les solucions només tenen sentit jugant amb les xifres romanes. Observa els dos casos.

A XIX li trec I i em queda XX

Si faig la meitat horitzontal de XII queden VII

XII

Nº: 60 Resultat:

11+1; 1 i 12; és el mateix

- a) Les tres xifres iguals són tres uns ($11+1=12$).
- b) Els nombres són 1 i 12 ($12 \cdot 1=12$ i $12+1=13$).
- c) És el mateix ($6 \cdot 12$)

SOLUCIONARI

Nº: 61 Resultat:

219, 438 i 657

$$657 = 3 \times 219 \text{ i } 438 = 2 \times 219$$

Nº: 62 Resultat:

3 peres

A la perera hi ha tres peres. En menjo una, en cullo una i en deixo una. Per tant no menjo "peres" sinó "pera". Igualment no en cullo "peres", ni en deixo "peres".



SOLUCIONARI

Nº: 63 Resultat:

11+9

$$\begin{array}{r} \cancel{1}11 \\ \cancel{7}\cancel{7}\cancel{7} \\ \cancel{9}\cancel{9}\cancel{9} \\ \hline 20 \end{array}$$

Nº: 64 Resultat:

4 estornells i 3 pals

Si hi ha 4 estornells, al posar-se d'un en un, falta un pal. I si es posen de dos en dos, n'ocupen dos pals dels tres i en sobra un.



SOLUCIONARI

Nº: 65 Resultat:

L'ase 5 i la mula 7

Si diem x als sarrions de l'ase i y als de la mula el problema es resol, amb el sistema indicat a A. Tot i així podem pensar que si donant un sarrió queden igualats és que la diferència de sarrions és de 2, i podem resoldre el problema amb l'equació B.

A

$$\left. \begin{array}{l} x + 1 = y - 1 \\ 2 \cdot (x - 1) = y + 1 \end{array} \right\}$$

$$x = 5$$

$$y = 7$$

B

$$x \longrightarrow \text{sarrions de l'ase}$$

$$x + 2 \longrightarrow \text{sarrions de la mula}$$

$$2 \cdot (x - 1) = x + 2 + 1$$

$$x = 5$$

$$x + 2 = 7$$

Nº: 66 Resultat:

12 lliures el formatge i 3 d'error

Si anomenem x al que "desafinen" les balances podem plantejar l'equació de sota.

També es pot resoldre pensant que el pes real serà la mitjana entre 9 i 15 lliures, que és 12.

$$x \longrightarrow \text{"desafinament" de pes}$$

$$9 + x = 15 - x \longrightarrow x = 3$$

$$\text{Formatge} \longrightarrow 9 + 3 = 12 \text{ lliures}$$



SOLUCIONARI

Nº: 67 Resultat:

91 monedes

Si la repartir de dos en dos, de tres en tres, i de cinc en cinc, en sobra una, el nombre ha de ser un múltiple de 2, 3 i 5 augmentat en 1. (Un múltiple comú sempre serà divisible pels tres. Si sumem 1, el residu serà sempre 1).

El mínim comú múltiple de 2, 3 i 5 és 30. Sumant 1, els nombres possibles són 31, 61, 91, 121, etc. D'aquests, l'únic divisible per 7 i més petit de 100 és 91, per tant aquestes seran les monedes.

Nº: 68 Resultat:

El primer dia 2

Aquest problema es pot fer fàcilment per tempteig, però si es vol fer per equacions i anomenem x als cistells del primer dia, trobem la següent equació:

| | | | |
|----------------------|----------|---|----|
| cistells del 1er dia | → x | → | 2 |
| cistells del 2on dia | → $x+3$ | → | 5 |
| cistells del 3er dia | → $x+6$ | → | 8 |
| cistells del 4rt dia | → $x+9$ | → | 11 |
| cistells del 5è dia | → $x+12$ | → | 14 |
| cistells del 6è dia | → $x+15$ | → | 17 |
| cistells del 7è dia | → $x+18$ | → | 20 |
| cistella del 8è dia | → $x+21$ | → | 23 |

$$x+x+3+x+6+x+9+x+12+x+15+x+18+x+21=100 \rightarrow x=2$$



SOLUCIONARI

Nº: 69 Resultat:

La filla 10, la mare 30, etc.

Si anomenem x a l'edat de la filla, podem obtenir la següent equació:

| | | | | |
|-------|---|----------|---|----|
| filla | → | x | → | 10 |
| mare | → | $x + 20$ | → | 30 |
| pare | → | $x + 40$ | → | 50 |
| àvia | → | $x + 60$ | → | 70 |
| avi | → | $x + 80$ | → | 90 |

$$x + x + 20 + x + 40 + x + 60 + x + 80 = 250$$

$$x = 10$$

Nº: 70 Resultat:

55 duros

La 1era venda van suposar 50 duros. La recompra una despesa de 40. I la segona venda un guany de 45 duros. Per tant:

$$+50 - 40 + 45 = 55 \text{ duros.}$$

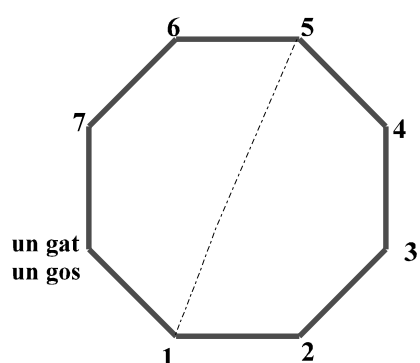


SOLUCIONARI

Nº: 71 Resultat:

Vuit gats i vuit gossos

Per entendre la solució només cal observar el dibuix de l'octògon i fixar-nos en un dels vèrtexs.



**A cada cantonada
un gat i un gos**

Nº: 72 Resultat:

21 sous

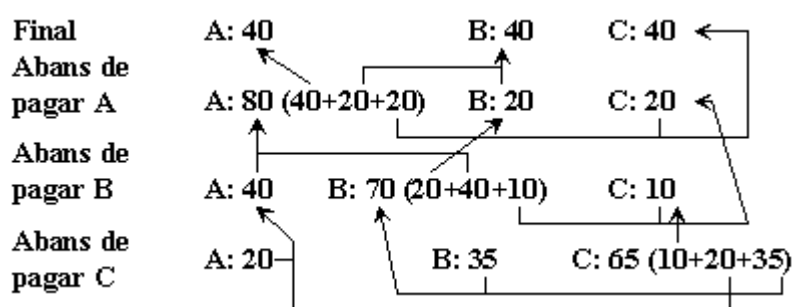
Aquest problema s'ha de començar ha resoldre des del final:

- 1) Després de pagar al tercer sant no li queda res, per tant abans en tenia 24 sous.
- 2) Si en tenia 24 sous, abans de la tercera duplicació en tenia 12 sous ($24:2$)
- 3) Abans de pagar al segon sant en tenia 36 sous ($12+24$).
- 4) Abans de la segona duplicació, en tenia 18 ($36:2$)
- 5) Abans de pagar al primer sant en tenia 42 sous ($18+24$).
- 6) Abans de la primera duplicació en tenia 21 sous ($42:2$).

SOLUCIONARI

Nº: 73 Resultat: **20, 35 i 65 rals.**

Per resoldre'l és millor començar des del final i anar retrocedint fins a l'inici.

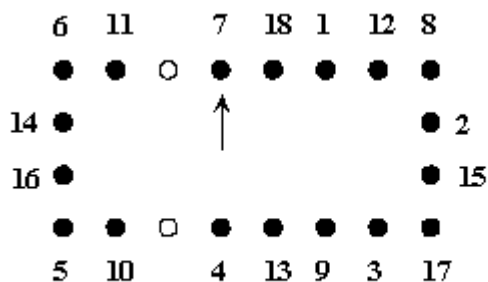


Nº: 74 Resultat: **El 12è i el 19è llocs**

Un mètode molt pràctic per resoldre aquest problema, és representar-ho amb cartes d'una baralla i anar girant les cartes a mesura que les vas "matant".

Amb 20 bandolers és fàcil adonar-se que, comptant de 3 en 3 al final quedaran 2 vius (ja que 2 és el residu de dividir 20 entre 3).

L'ordre en que van morint els bandolers i els dos llocs que queden sense comptar estan representats al següent gràfic. (El lloc marcat amb una fletxa és el d'inici del recompte)



SOLUCIONARI

Nº: 75 Resultat:

16 dies

Si cada dia en puja 5 m i en baixa 4 obté un resultat diari d'un metre d'ascens. Així durant els primers 15 dies. Però el setzè en puja els cinc diaris i ja ha arribat al cim de la paret, per tant, ja no recula.

Nº: 76 Resultat:

El tap 5 ptes i l'ampolla 105

Tot i que molta gent contesta ràpidament que el tap val 10 ptes i l'ampolla 100, si s'observa, la diferència de preus és de 90 ptes, i no de 100 com demana el problema. Es pot resoldre fàcilment amb una equació:

tap \longrightarrow x

ampolla \longrightarrow x+100

$$\text{tap} + \text{ampolla} = 110 \text{ ptes}$$

$$x + x + 100 = 110$$

$$x = 5$$



SOLUCIONARI

Nº: 77 Resultat:

14 vaques i 22 gallines

Es pot resoldre fàcilment amb un sistema d'equacions o amb alguna equació equivalent.

vaques $\rightarrow x$
gallines $\rightarrow y$

potes de vaques $\rightarrow 4x$
potes de gallines $\rightarrow 2y$

$$\begin{array}{l} x + y = 36 \\ 4x + 2y = 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x & = & 14 \\ y & = & 22 \\ \hline & & 36 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 4x & = & 56 \\ 2y & = & 44 \\ \hline & & 100 \end{array}$$

Nº: 78 Resultat:

1849 i el naixement al 1806

Si De Morgan va viure al segle XIX, vol dir que ho va fer entre els anys 1800 i 1899 (o entre el 1801 i el 1900 segons un altre criteri).

L'únic quadrat perfecte que hi ha entre aquests dos valors és el 1849 que és el quadrat de 43. Per tant la seva edat al 1849 era de 43 anys, tal com enuncia l'endevinalla. Això implica que va néixer al 1806 ($1849 - 43 = 1806$)

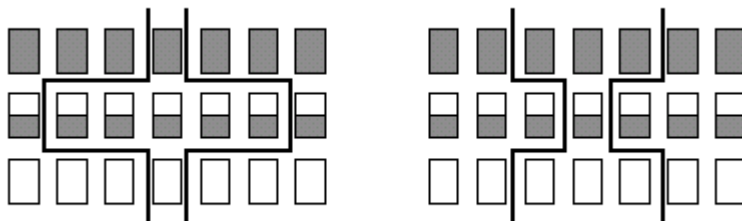


Nº: 79 Resultat: 5 minuts

Si en 5 minuts, 5 gats cacen 5 ratolins, vol dir que un gat triga 5 minuts en agafar un ratolí. Per tant 2 gats també triguen 5 minuts en agafar 2 ratolins, tres gats 5 minuts en agafar 3 ratolins.... i també 100 gats en agafar 100 ratolins.

Nº: 80 **Resultat:**

Hi ha dues possibles solucions que queden reflectides als gràfics.



SOLUCIONARI

Nº: 81 Resultat:

L'herència està mal feta

Les tres parts que va determinar el mercader no reparteixen tota l'herència. Només reparteix $17/18$, com es pot veure a la suma de sota. Per tant queda $1/18$ per repartir, que és el que ràpidament va observar el Visir. $1/18$ de 18 és un camell. El Gran Visir estava segur de que no perdria res.

Estudia què passa si el repartiment hagués estat amb 35 camells i el Visir els hi hagués donat, igualment, un camell.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$$

Nº: 82 Resultat:

7 ous

La primera idea és pensar que, si no es trenca cap ou per regalar el mig ou, és que al fer les meitats aquestes eren de nombres senars. Així, al regalar mig ou el que fèiem era completar-lo.

Després podem començar a procedir des del final. Si la tercera noia deixa el cistell buit i li han donat el mig ou que quedava, és que la seva part era de mig ou (i li han donat sencer). Si la segona ha deixat un ou, i posem el mig que li han donat de més, ens queda un i mig. Per tant havia trobat el doble: 3 (I li han donat 2: un i mig més mig). Si hi havia tres i retornem el mig extra que li han donat a la primera, sabrem que la seva part era de 3 i mig, per tant n'hi havia 7 al començament (i ella se n'ha portat 4: els 3 i mig més mig).

Resumint: n'hi havia 7 ous. La primera noia se n'ha portat 4, la segona 2 i la tercera 1.



SOLUCIONARI

Nº: **83** Resultat: **84 anys**

L'equació s'ha de plantejar anomenant x a l'edat i seguint pas a pas l'epitafi, traduint cada frase al llenguatge algebraic:

| | | | |
|-----------------------------|---|--------|---|
| Infància | → | $x/6$ | Equació $\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$ $x = 84 \text{ anys}$ |
| Adolescència | → | $x/12$ | |
| Matrimoni estèril | → | $x/7$ | |
| Anys pel naixement del fill | → | 5 | |
| Mort del pare | → | $x/2$ | |
| Sobreviscut al fill | → | 4 | |

Nº: **84** Resultat: **És un quadrat**

És una il·lusió òptica força coneguda. El feix de rectes que surten d'un mateix punt fan l'efecte de deformar el quadrat de manera que el costat vertical esquerra sembla més gran que el vertical dret, de manera que en comptes d'un quadrat sembli un trapezi.

SOLUCIONARI

Nº: 85 Resultat:

50 km

Tot i que el problema sembla molt complicat ja que la mosca vola cada vegada trossos més curts, és més fàcil de resoldre si canviem l'objectiu i ens preocupem d'esbrinar primer quant temps vola, en comptes de quants km. Si la mosca vola fins que topen els ciclistes vol dir que ha estat volant una hora. Efectivament, els ciclistes s'han de trobar a mig camí ja que van a la mateixa velocitat. Si la meitat de camí són 30 km i ells van a 30 km/h, triguen una hora en trobar-se. Si la mosca ha volat durant una hora a 50 km/h, haurà fet 50 km en aquest temps. Expliquen que a un important físic de la NASA se li va proposar aquest problema i el va resoldre en uns segons. Quan se li va demanar com l'havia fet va contestar tranquil·lament: "Calculant els trossos que ha fet la mosca abans de cada gir i sumant-los, naturalment!"

Nº: 86 Resultat:

Sempre serà divisible

Qualsevol nombre de tres xifres, al repetir-les a continuació, queda multiplicat automàticament per 1001. Comprova-ho:

$$432 \times 1001 = 432432$$

$$692 \times 1001 = 692692$$

$$841 \times 1001 = 841841$$

La descomposició factorial en nombres primers de 1001 és, justament, $7 \cdot 11 \cdot 13$.

Això fa que qualsevol nombre de tres xifres transformat en un de sis repetint-les a continuació sigui sempre divisible per 7, per 3 i per 11.

Si, a més, fem les divisions consecutives, és com si haguéssim dividit per 1001 i, per tant, tornem a obtenir el nombre original de tres xifres.



SOLUCIONARI

Nº: 87 Resultat:

11 elevat a la 11

Es poden fer diferents proves

$$11+11=22$$

$$11 \times 11 = 121$$

senzillament 1 111

etc....

Però la que dóna el resultat més gran és 11 elevat a la 11 que és un nombre de 12 xifres: 285 311 670 611.

Pots investigar com obtenir el nombre més gran amb 4 dosos o amb 4 tresos, etc. Les decisions a prendre són diferents.

Nº: 88 Resultat:

80 maduixes i 4 fills

Tot i que es podria resoldre per equacions no és gaire difícil realitzant un tempteig una mica organitzat. Per exemple, es pot pensar que el resultat ha de ser un múltiple de 5 i, com a mínim, una mica superior a 30, ja que, en el cas de que fossin tres fills, s'haurien repartit un mínim de 30 maduixes més els cinquè de la resta. Si provem amb 40 serien $5+7=12$ pel primer (les cinc que li toquen i la cinquena part de la resta, és a dir, de 35), però ja no quedaria un nombre divisible per 5. Continuant de cinc en cinc observem que per poder continuar ha de ser sempre 5 més un múltiple de 5 ($5+10$, $5+15$, etc.). És a dir que les quantitats totals de maduixes han de ser $55 = 5+10 \cdot 5$, $80 = 5+15 \cdot 5$; $105 = 5+20 \cdot 5$, etc. D'aquestes quantitats la que compleix les condicions del problema és 80.

La resposta és, per tant, 80 maduixes i 4 fills.

| <u>Maduixes</u> | <u>1 er fill</u> | <u>2on fill</u> | <u>3er fill</u> | <u>4rt fill</u> |
|-----------------|------------------|---------------------|-----------------------------------|-----------------|
| 40 | 5+7=12 | No es pot continuar | | |
| 45 | 5+8=13 | No es pot continuar | | |
| 50 | 5+9=14 | No es pot continuar | | |
| 55 | 5+10=15 | 10+6=16 | No és igual i no es pot continuar | |
| 60 | 5+11=16 | No es pot continuar | | |
| etc. | | | | |
| 80 | 5+15 | 10+10 | 15+5 | 20+0 |



SOLUCIONARI

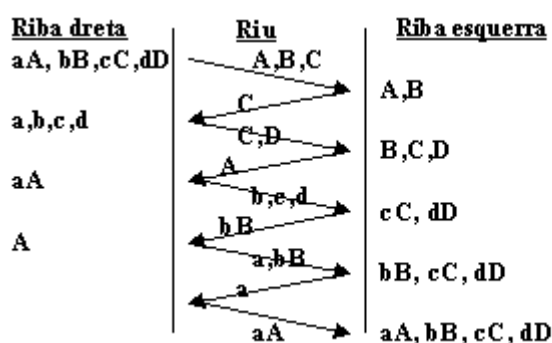
Nº: 89 Resultat:

Es pot fer en 9 viatges

Podem representar cada parella amb una lletra minúscula, pels homes, i la mateixa, però en majúscula, per les dones. Així tenim 4 parelles: aA, bB, cC i dD.

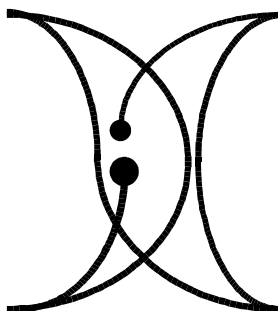
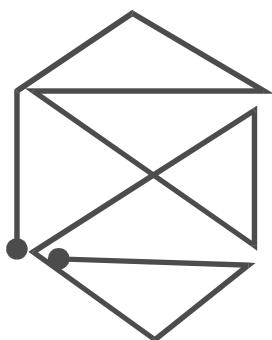
Observa la solució, amb el mínim de viatges, aquí sota.

Després, si vols, pots provar una variant del problema: la situació inicial és idèntica però ara disposen d'una barca més petita, només hi caben dues persones, però tenen la sort de que, al mig del riu, hi ha una petita illa on es pot deixar algunes persones durant una estona.



Nº: 90 Resultat:

Les dues figures es poden resoldre començant des de qualsevol punt. Aquí tens dos exemples de solució:



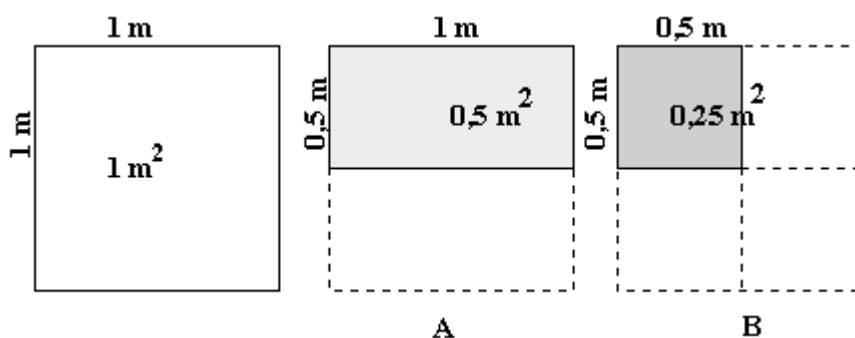
SOLUCIONARI

Nº: 91 Resultat:

No és el mateix

Mig metre quadrat (fig. A) és la meitat d'un metre quadrat, per tant té una àrea de 0,5 metres quadrats.

Un quadrat de mig metre (fig. B) és un quadrat que té un costat de mig metre, per tant una àrea de $0,5 \times 0,5 = 0,25$ metres quadrats. De fet és la quarta part d'un metre quadrat.



Nº: 92 Resultat:

A la mateixa

Efectivament. Al moment de trobar-se els dos trens estan al mateix lloc, per tant estan a la mateixa distància de Sevilla, de Barcelona o de Vladivostok

SOLUCIONARI

Nº: 93 Resultat:

L'amo de l'hotel

Encara que al començament el tracte és molt beneficiós per l'amo de l'hotel, a mesura que va avançant el mes la truita comença a girar-se i, a més, de manera vertiginosament ràpida. Això és degut a que el pagament al client és en forma de potència de 2.

Efectivament, al quinzè dia el client ja cobrarà més que l'amo de l'hotel i al divuitè dia ja haurà acumulat més diners que aquest.

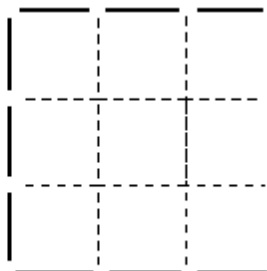
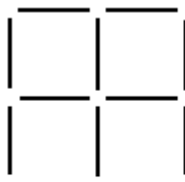
Quan acabi el mes haurà cobrat més de mil milions més que l'amo de l'hotel. Una mica més de 2300 vegades el que ell haurà pagat.

Un negoci rodó, doncs, pel client espavilat.

| DIA | AMO | | CLIENT | |
|-----|----------|----------|-----------|------------|
| | Pagament | Acumulat | Pagament | Acumulat |
| 1 | 1000 | 1000 | 1 | 1 |
| 2 | 2000 | 3000 | 2 | 3 |
| 3 | 2000 | 6000 | 4 | 7 |
| 14 | 14000 | 105000 | 8192 | 16383 |
| 15 | 15000 | 120000 | 16384 | 32767 |
| 16 | 16000 | 136000 | 32768 | 65535 |
| 17 | 17000 | 153000 | 65536 | 131071 |
| 18 | 18000 | 171000 | 131072 | 262143 |
| 30 | 30000 | 465000 | 536870912 | 1073741823 |

Nº: 94 Resultat:

Observa les dues solucions:



SOLUCIONARI

Nº: 95 Resultat:

Els peus són els vèrtex d'un tetràedre

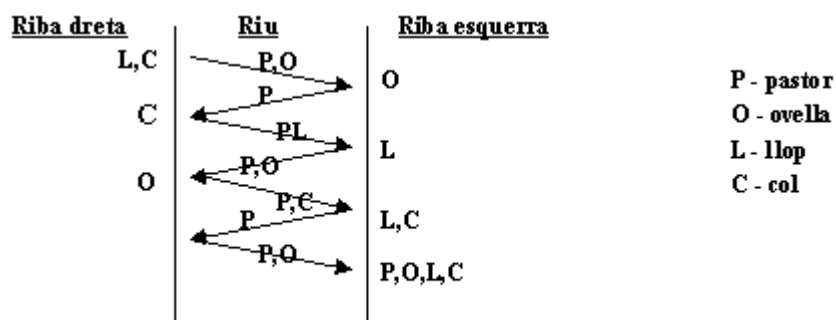
S'han de posar tres copes als vèrtexs d'un triangle equilàter (ja tenim tres peus equidistants) i la quarta, girada, al centre del mateix, esdevenint el peu el quart vèrtex d'un tetràedre.

Nº: 96 Resultat:

Es pot fer en 7 viatges

Aquest és un problema molt antic que ja apareixia amb el títol de "De homine et capra et lupo" a un llibre d'Alcuino de York (735-809).

La seva solució és la següent:



SOLUCIONARI

Nº: 97 Resultat:

3 816 547 290

Comprovem la solució:

$$3 = 1 \times 3$$

$$38 = 2 \times 19$$

$$381 = 3 \times 127$$

$$3816 = 4 \times 954$$

$$38165 = 5 \times 7633$$

$$381654 = 6 \times 63609$$

$$3816547 = 7 \times 545221$$

$$38165472 = 8 \times 4770684$$

$$381654729 = 9 \times 42406081$$

$$3816547290 = 10 \times 381654729$$

Nº: 98 Resultat:

1 i 9; n i 1; 2 i 2; 1,2 i 3; 36

1) $1 \times 9 = 9$ i $1 + 9 = 10$

2) Qualsevol nombre i 1; per exemple $7 \times 1 = 7$ i $7 : 1 = 7$

3) $2 + 2 = 4$ i $2 \times 2 = 4$. Hi ha més solucions més amb decimals. Les parelles es poden obtenir dividint n per n-1. Per exemple $9/8 = 1,125$. La parella obtinguda és 9 i 1,125 ($9 + 1,125 = 10,125$ i $9 \cdot 1,125 = 10,125$)

4) $1 + 2 + 3 = 6$ i $1 \times 2 \times 3 = 6$

5) 36; el producte de les xifres és 18 (3×6) i el doble de 18 és 36



SOLUCIONARI

Nº: 99 Resultat:

41 i 14

Els dos casos possibles són 32 i 23 i 41 i 14.

Al primer la mare i el fill només es portarien 9 anys i això és impossible.

Per tant les edats són 41 i 14.

Nº: 100 Resultat:

Girar-la; 20 nous; 24 i 600 bitllets

1) Els nombres que intervenen es poden girar. El 0, l'1 i el 8 no canvien de valor i el 6 es converteix en un 9. Si girem el full la multiplicació que llegim és la següent: $108 = 6 \times 18$, que sí que és certa.

2) Calen 20 nous.(9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, després 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98 i, finalment, dos nous pel 99)

3) Des de cada estació es pot anar a les altres 24, per tant caldran 24 bitllets a cadascuna. Si hi ha 25 estacions, amb 24 bitllets diferents, caldrà un total de 600 bitllets ($25 \times 24 = 600$).

