



Quadrats Rotatoris.
Gravat en un carreu del claustre de la Seu Vella.

Giancarlo de Carlo:

La forma tridimensional de l'arquitectura no és l'exterior d'un sòlid, sinó l'evolvent còncava i convexa d'un espai; i a la seva vegada l'espai no és el buit, sinó el lloc volumètric en el que es desenvolupa tota una sèrie d'activitats possibles i variades.



Per a l'elaboració d'aquesta activitat s'han emprat:

L'article: Els secrets geomètrics al disseny i l'arquitectura. Claudi Alsina i Català. Catedràtic de Ciències de la Computació i Intel·ligència Artificial. Departament d'Estructures a l'Arquitectura, UPC.

Disseny...

...i...

Geometria

Orientació geogràfica.
La modelització geomètrica.
La representació geomètrica.
Modularetat.
Proporció.
Inclinació estructural.
Acústica.
Formes poligonals i circulars.
Les corbes i els arcs.
Formes polièdriques.
Superfícies quebrades.
Esferes i paraboloides de revolució.
La simetrització.
Forma i funció al disseny.

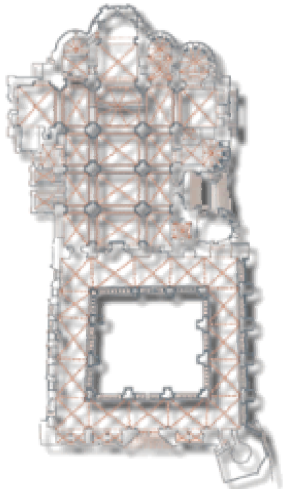
...a l'Edat
Mitjana

La Geometria és, a la vegada, un instrument capaç de donar formes geomètriques, donar mètodes de disseny i representació, d'aportar mesures i proporcions i subministrar transformacions amb les que establir simetria, modulació o repetició, etc.

Les dimensions del Disseny i de l'Arquitectura són moltes i molt diverses: les tres espacials, la temporal, el color, la lluminositat, la acústica, el confort, la percepció... i la Geometria incideix molt especialment en l'apartat espacial.

Relació Geometria – Disseny - Arquitectura

Orientació geogràfica



La bona orientació dels edificis ha estat un tema sempre important a l'Arquitectura. Havia (i hi ha) motius pràctics: maximitzar les hores de sol (il·luminació, calefacció,...), però també altres de tipus simbòlic (encarar cap a l'orient, il·luminació especial en certs dies sants o de solstici, etc.). Calien doncs emprar mètodes geomètrics i de càlcul fins i tot en les cerimònies que marcaven l'inici de les construccions.

I a la Seu Vella de Lleida?

La modelització geomètrica



Treballar amb maquetes a escala 1:10, 1:25,... fins i tot 1:1 ha estat una tècnica simple per a afavorir la creativitat i l'execució d'obres arquitectòniques. Consta que algunes piràmides es varen fer partint de maquetes grans (1:10). Els picapedrers medievals tenien maquetes de fusta (1:1) dels elements a esculpir en pedra. Avui en dia, segueix essent comú l'ús de maquetes de guix o de fusta com a suport creatiu.

Noves tècniques amb resines i talls robotitzats estan revolucionant les maquetes, essent el llenguatge geomètric essencial per a programar aquestes realitzacions.

Quines maquetes empraren els treballadors de la Seu Vella?

A quina escala deixa de veure's un objecte de 10cm de mesura real?

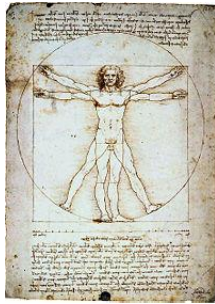
La representació geomètrica



Des del segle XII s'elaboraven models gràfics per a l'Arquitectura. Serà amb la invenció de la perspectiva lineal i la Geometria Descriptiva de Monge que el mètode gràfic adquirirà rang científic, unint-se al càlcul rigorós o estàtica gràfica. Gràcies a la computació i a les darreres generacions d'ordinadors i de software gràfic, amb mètodes geomètrics es possible fer magnífiques representacions virtuals de l'arquitectura desitjada.

A més a més del regle i el compàs sempre es feia servir un escaire (dos regles de fusta units formant un angle recte). Quins traçats facilitava l'escaire?

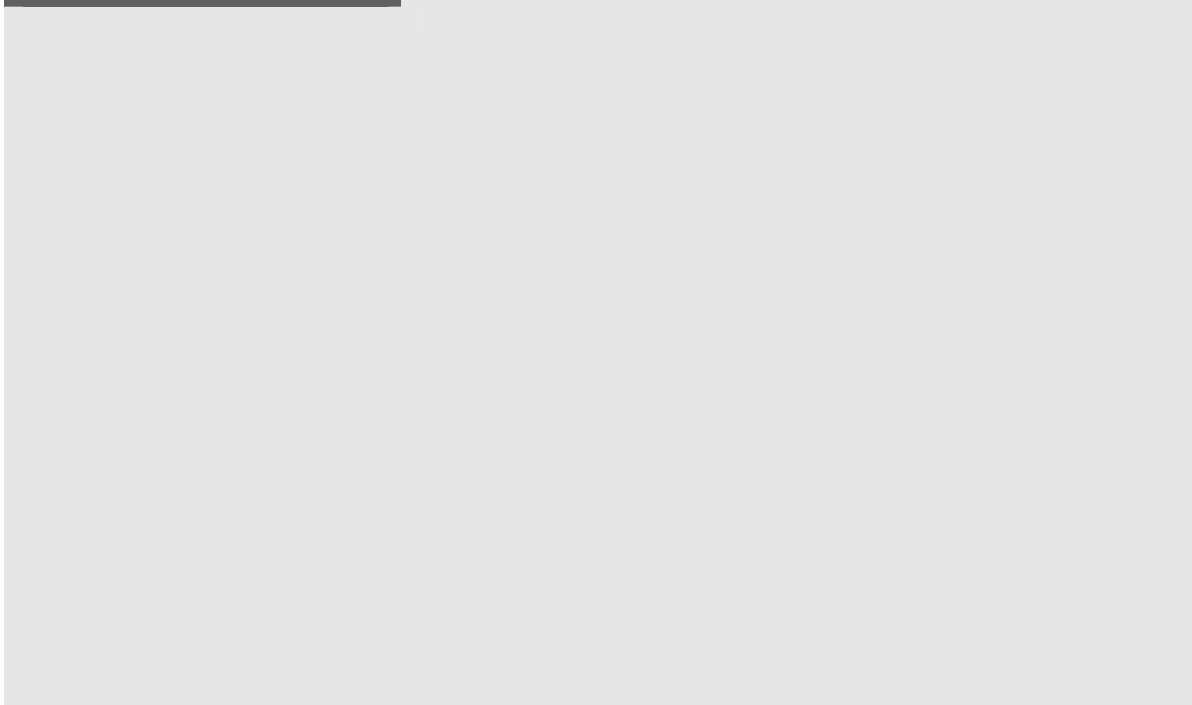
Modularetat.



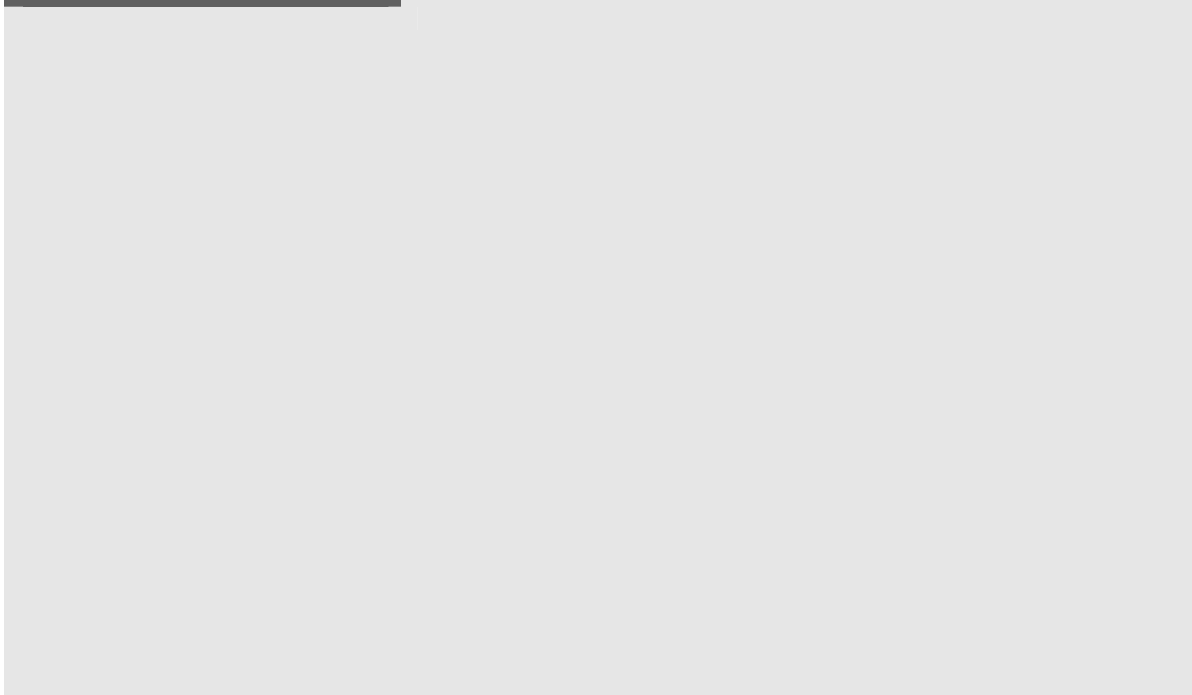
Molt sovint, l'Arquitectura exigeix la repetició d'elements iguals. Sorgeix a les hores la modularetat. El mòdul pot ser un sistema de mesures (pams i canes medievals; metres en el sistema mètric decimal; el Modulor de Le Corbusier amb las series d , $d\phi$, $d\phi^2$,... i el seu doble, essent ϕ el número d'or;...). També pot tractar-se d'un mòdul geomètric (el mòdul L de Rafael Leoz en 4 cubs; el tatami japonès; el capitell romànic, etc.). La modulació comporta harmonia, simetria, plasticitat,... però també és, i ha estat, una forma de construir simple i eficaç (per repetició o per subdivisió). En èpoques industrials la modulació ha facilitat també l'economia a l'obra.

Dibuixa un exemple de simetria que hakis observat a la Seu Vella.

Dibuixa un exemple de repetició que hagis observat a la Seu Vella.

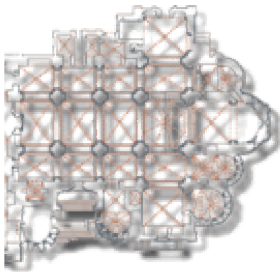


Explica la modulació que emprà en Pere de Coma per a dissenyar la Seu Vella.



Agafa un DIN A4, i una targeta de crèdit (rectangle àuric). Dibuixa i retalla al paper el rectangle semblant més gran que puguis. Verifica que aquest és semblant a la targeta de crèdit.

Proporció.



La teoria de la proporció neix de la creativitat arquitectònica: la relació de la part amb el tot; les relacions del tot amb totes les seves parts,... Aquesta teoria, ja aplicada a Egipte i descrita literàriament per primer cop per l'arquitecte romà Vitruvi, va unida als traçats geomètrics amb regla i compàs, i en ella conviuen les proporcions estàtiques inherents a la modularitat (1, 1/4, 1/2, 3/4, 1/3, 2/3, 1/5,...) amb les bellíssimes proporcions dinàmiques (2,3,5,(15)/2,...+). La teoria de la proporció ha perdurat al llarg de la història, cercant sempre eurítmia, harmonia entre parts, bellesa derivada de les proporcions dels éssers humans... i ha estat sempre un mètode compositiu.

Quines proporcions observes a la Seu Vella?

Defineix "la proporció" d'una caixa de sabates d'arestes a, b, c?

Inclinació estructural.



L'Arquitectura es basa essencialment en la verticalitat. Per aconseguir edificis cada cop més alts i més profunds es varen desenvolupar tècniques constructives i estructurals, recursos geomètrics de recolzament i una constant investigació dels materials ha emprat, i que haurien de superar els límits naturals de cada cas en concret.

Les inclinacions que apareixen al cap d'un temps hauran de tractar-se com a patologies, algunes prou conegudes (la Torre de Pisa és emblemàtica), fou Gaudí el primer en treballar amb columnes inclinades (Park Güell, Colònia Güell,...) que adaptades al terreny permetien una distribució òptima de càrregues.

Altres tipus d'inclinació interessant és el clàssic de les cobertes de desguàs, pròpies de països pluviosos o amb força neu (ja sabeu, els angles de les cobertes van lligades al clima).

Quines tècniques estructurals es van emprar en la construcció de la Seu Vella?

Dibuixa un element de desguàs de les cobertes de la Seu Vella?

Comprava el següent: Obre una llauna de Coca-Cola (o altre refresc, en llauna... que no és pel líquid de dins...) i beu poc a poc. Aproximadament a la meitat prova d'aguantar-la inclinada sobre la taula... amb paciència. Et sorprèn? La geometria de la llauna i el repartiment d'esforços fa que sigui possible.

Acústica.

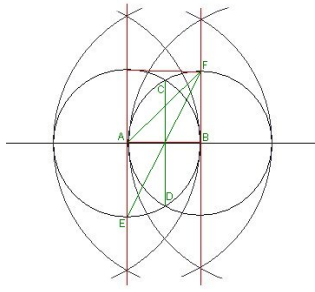


La geometria d'un recinte (les seves mides, la superfície de les seves parets, trèvols i terra) influeix en una bona acústica. De fet aquesta es pot modificar geomètricament.

Com és l'acústica de la Seu Vella?
Si calgués, com la milloraries?

Per què creus que la gent es posa la mà al costat de l'orella quan els parlen?
Creus que milloren la seva recepció del so?
Raona la resposta.

Formes poligonals i circulars.



Diffícilment trobarem edificis que escapin de la forma rectangular habitual (el Pentàgon a Washington; ciutats fortificades, etc.). tot i això a l'hora de distribuir espais, delimitar obertures, etc., les formes circulars o poligonals son omnipresents. Moltes formes corbes a l'Arquitectura es construeixen mitjançant aproximacions poligonals.

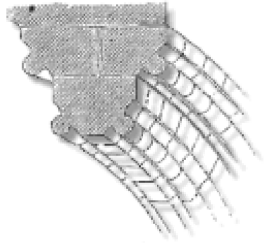
En alguns casos, fins i tot, les formes tenen un caràcter simbòlic que fa que s'emprin continuadament: el caràcter màgic del pentàgon regular i la seva estrella, el caràcter religiós de la figura “vesica piscis”, el quadrat representant a Alà, el traçat del heptàgon en el semicercle al voltant dels altars a les grans catedrals, etc., són exemples de presències poligonals o circulars carregades de simbolisme.

Fes una relació de formes poligonals i circulars que observis a la Seu Vella.

[illegible]

Dibuixa un heptàgon regular dins una circumferència.

Les corbes i els arcs.



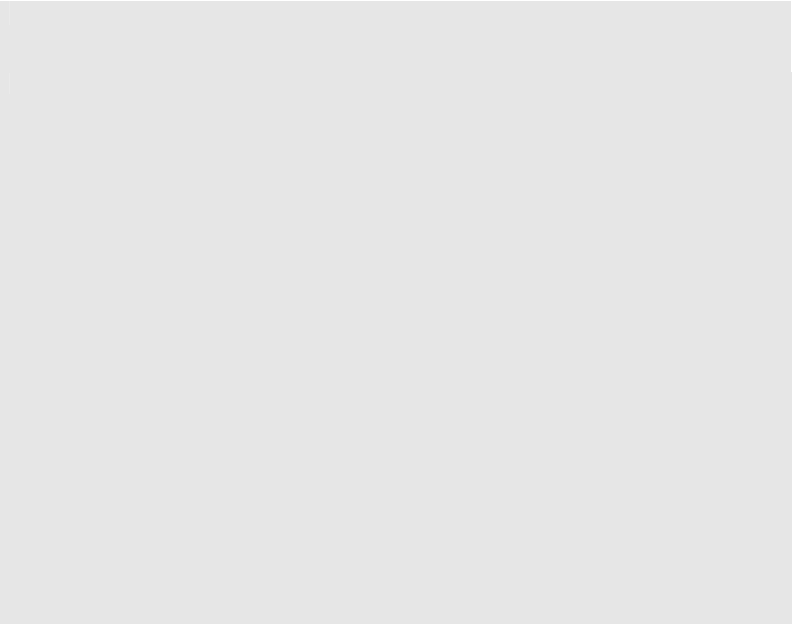
Finestres, portes, claustres, patis, etc. han motivat des de sempre la creació d'arcs sustentant o delimitant les obertures. Arcs semicirculars, el·líptics, parabòlics, hiperbòlics, de mitja "vesica piscis" o gòtics, de ferradura, lobulats, etc.

La construcció en pedra d'aquests arcs va fer necessari la creació del "compàs de la geometria" i obligà a crear-ne sistemes exteriors de recolzament (contraforts) per tal de suportar certes empentes (esforços laterals).

A la Seu Vella i trobaràs varis tipus d'arcs. Identifica dos d'ells i dibuixa'ls tot indicant al seu costat les seves característiques principals.

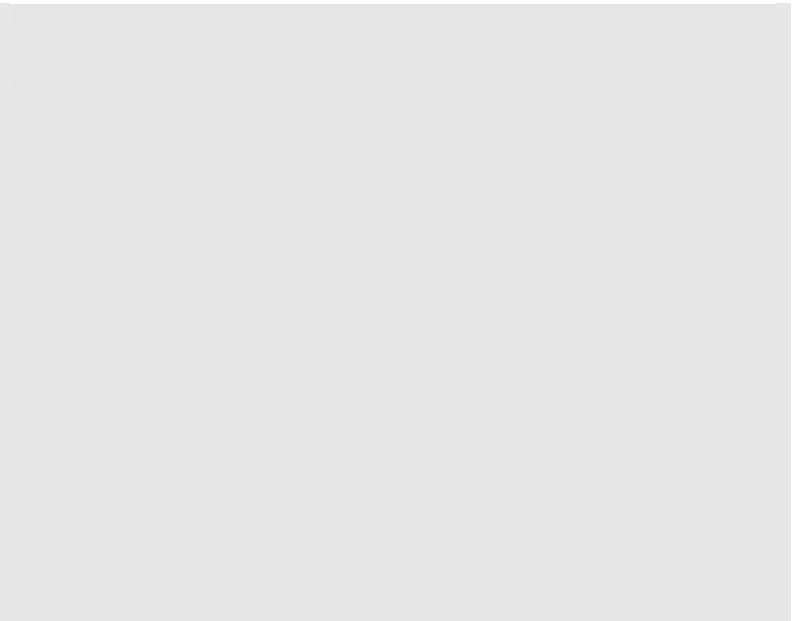
Característiques:

Primer tipus.



Segon Tipus.

Característiques:



Formes polièdriques.



Cubs i ortoedres són les formes polièdriques més omnipresents a l'Arquitectura. Tot i que altres formes polièdriques són presents en construccions singulars, essent destacables les cúpules geodèsiques.

Moltes d'elles deriven del icosaèdre per triangulacions successives projectades en l'esfera que circumscriu al conjunt. Així, la gran esfera de l'Epcot Center a Orlant, la del Museu Dalí a Figueres o la del cinema de La Vilette a París resulten sorprenents edificacions. El secret de "la rigidesa espacial" és sempre "la triangulació".

Cerca a la Seu Vella una forma polièdrica i dibuixa-la.



Nota: Fes una visita a la gran Web de poliedres d'en George Hart [<http://www.georgehart.com>].

Superfícies quebrades.



Las superficies formadas por tramadas rectangulares articuladas en forma de zig-zag constituyen separaciones ambientales interesantes, pero también excelentes cobertes de fábricas i maravillosas escalas.

Les inclinacions de rampes i escales han de ser precises i adequades al transit que per elles hagi de circular. Si un graó es d'una alçada "h" i d'una estesa "e" normalment es considera $e + 2h = 62,5 \text{ cm}$ (entre 60 i 65 cm). Cal tenir en compte que 3 números de sabata solen ser 2cm, així que ja podem discutir la mesura òptima per a H i després calcular C.

Si el que vols és el % del pendent doncs aplica la següent formula $(h/e) \cdot 100$.

Troba el peu mig de la teva classe.

Recorda $n^\circ \text{ de sabata} \times 2 \text{ cm} = xxx \text{ cm}$.

Amb aquesta mida calcula si l'escala de cargol del campanar esta dins de la proporció adequada. (recorda mesurar l'alçada d'uns quants graons i trobar-ne la mitjana per fer els càlculs)

Quin és el pendent d'aquesta escala?

Esferes i paraboloides de revolució.



En un got mig ple d'aigua si remenen ràpidament una cullera dins, podreu veure com la superfície del líquid forma una paraboide de revolució.

Les podem admirar a les famoses cúpules de pedra: de Sant Pere al Vaticà, a Santa Maria dei Fiori a Florència, al Capitoli a Washington, al Palau Güell de Gaudí, etc.

El valencià Guastavino va triunfar als Estats Units fabricant grans cúpules amb una tècnica ràpida, barata i resistent de la "volta catalana".

Amb les proporcions d'una esfera (basant-se en els talls fets a una poma amb un ganivet) Utson dissenyà l'edifici de la gran òpera de Sidney a Austràlia, tot i que abans hauria de resoldre els grans problemes tècnics que significaren la construcció d'aquestes formes.

Hi ha alguna forma semblat a la Seu Vella?

La simetrització.



La teoria de la simetria amb el seu joc de transformacions isomètriques en el pla o a l'espai ha donat lloc a enginyosos recursos compositius, **considerats en molts casos com a referents de bellesa.**

Simetria amb centre i rotacions. És l'aplicada a la ciutat-estel de Karlsruhe; a les fortificacions poligonals medievals; a les plantes de temples circulars renaixentistes dibuixats per Leonardo da Vinci, és la de la Place de l'Etoile de París,...

Simetria amb grups cíclics i diedrals que es corresponen amb els polígons convexos regulars orientats o no-orientats regulen la generació d'aquets espais. Els jocs d'aigua als jardins, els mòduls amb miralls interiors, les distribucions geometritzades de flors i plantes dels jardins anglesos...

Els eixos de simetria al pla i els plans de simetria a l'espai son elements compositius essencials, sobre els quals es basa el concepte **d'equilibri arquitectònic i d'ordenació.**

Podem trobar aquest efecte a les plantes de Palladio, a les façanes i plantes de les grans catedrals, a la majoria de façanes i distribucions interiors d'apartaments, als grans eixos viaris, als gratacels... on la part esquerra es correspon amb la part dreta... **la simetrització com a principi de la repetició.**

La verticalitat de l'Arquitectura i l'obstinada horitzontabilitat dels estancs o llacs permeten crear un efecte visual curiós extern a l'obra: el reflex de les façanes a l'aigua. D'aquesta manera neix una bella imatge doble. Una és "real" i corpòria. L'altra és virtual, reflexada, dependent del repòs de l'aigua o de la seva mobilitat. Podem veure aquest efecte a l'Alhambra de Granada. Tuduri va emprar aquest principi a l'estanc prop de la Sagrada Família de Barcelona.

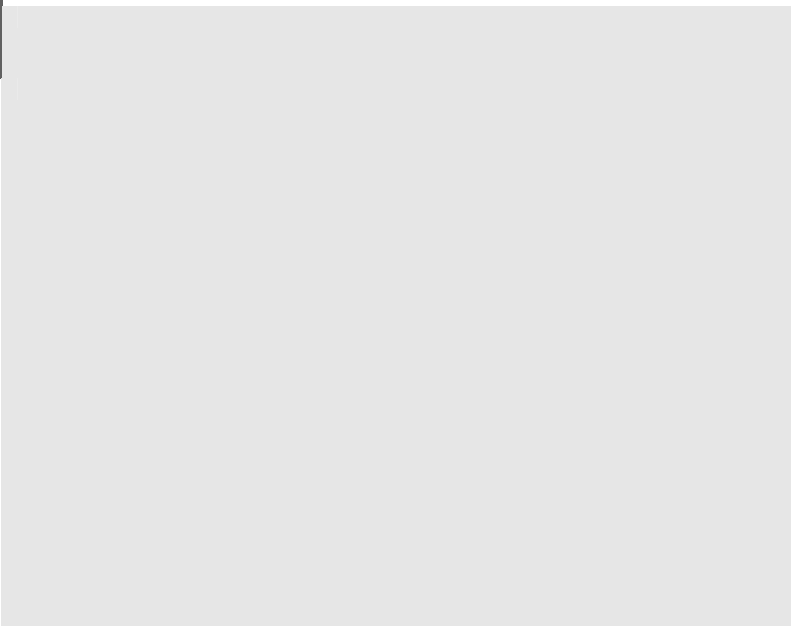


Simetrització als frisos, mosaics i decoracions del pla on els coneguts grups de simetria respectius permeten la generació al infinit de grans dissenys partint de mòduls molt simples. 17 grups de simetria del pla són presents a l'Alhambra de Granada o al mudèjar aragonès; els frisos grecs, romans o de la ceràmica valenciana; els mosaics de tots els grans palaus... són bellíssims exemples de simetria. De fet fins i tot les trames del disseny urbà de Nova York o de l'Eixample de Barcelona són també el resultat d'una simetria de la repetició posada al servei de les distribucions urbanes.

A la Seu Vella i trobaràs varies simetries. Identifica'n dues d'elles i dibuixa-les tot indicant al seu costat les seves característiques principals.

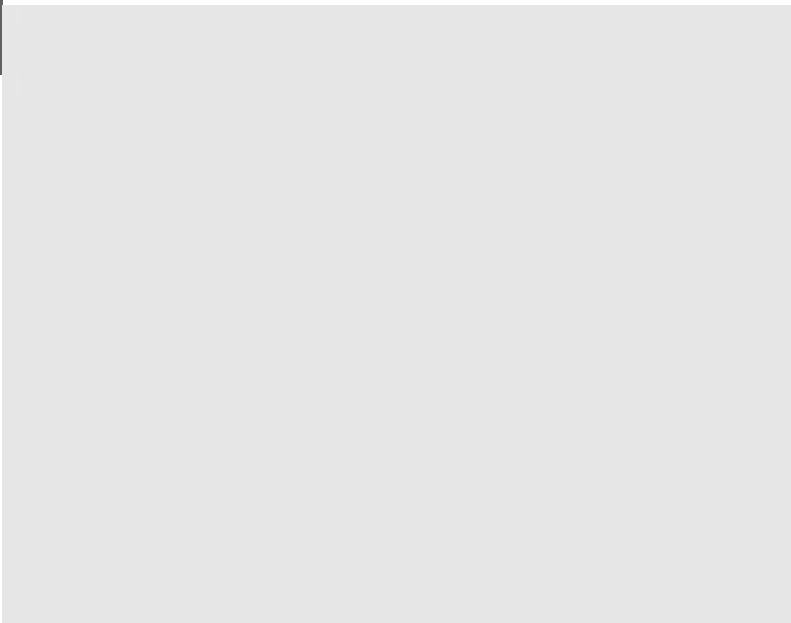
Característiques:

Primer tipus.



Segon Tipus.

Característiques:



Forma i funció al Disseny.

El Disseny cerca solucions geomètriques òptimes per a donar formes i mesures a objectes que deuran complir determinades funcions. En aquesta cerca per a donar respostes a les relacions formes-funcions sorgeix la Geometria aportant figures o transformacions. Però el disseny no es redueix a la creativitat geomètrica, sinó que ha de conjugar la dimensió geomètrica amb les consideracions ergonòmiques, econòmiques, perceptives, les textures, els colors, etc. La Geometria quotidiana no és, en conseqüència, un corol·lari de la Geometria euclidiana, sinó una component d'un procés creatiu més complex.

Entre les corbes més rellevants al disseny troben les còniques, les espirals, la catenària, les hèlices, les sinusoides... Entre les superfícies les planes, les quadràtiques i certes superfícies reglades, mínimes i de revolució. Les formes polièdriques també tenen el seu paper.

Podríem citar, per exemple, les espirals a les cadires de Thonet, l'ús de catenàries en arcs, l'ús del triangle de Reuleaux als motors, trepans i a les pastilles de menta SMINT®, cons per a gelats, espirals als discs de vinil, hiperboloides d'una fulla en gramòfons, campanes i trompetes, paraboloides hiperbòlics a les patates fregides, etc., etc., etc.

El disseny minimalista, el tecnològic avançat o el més creatiu ens pot sorprendre amb solucions (propostes) inesperades: les escales plegables telescòpicament, les estructures plegables de taules, els paraigües super-plegables, les noves claus d'habitacions de hotel basades en bandes magnètiques, la tecnologia WIFI, els llapis digitals, etc.

Objectes com els clips, les pinces d'estendre la roba o les tradicionals oueres contenen en el seu minimalisme, la seva economia i funcionalitat duradora aquesta perfecció de disseny on es té una forma òptima per a una solució meravellosa.

La Geometria té aspectes curiosos i interessants, i hem de contemplar-la no com un producte del pensament purament abstracte, sinó com el resultat d'un llarg procés històric, social i cultural.

Per acabar hauràs de dissenyar:

Una pàgina Web amb totes les activitats realitzades.

Una presentació multimèdia (imatge i so) de la teva estada a la Seu Vella de Lleida.

Un tríptic d'un itinerari de visita a la Seu Vella de Lleida, destacant-ne els aspectes arquitectònics més rellevants.

Vols ampliar?

- C. Alsina: Sorpresas geométricas. OMA, Buenos Aires, 2000.
- C. Alsina: Geometría y realidad. En Aspectos didácticos de matemáticas 8, ICE de la Universidad de Zaragoza, Zaragoza (2001), pp. 11-32.
- C. Alsina: Geometría cotidiana: placeres y sorpresas del diseño. Rubes, Barcelona, 2005.
- C. Alsina, J.M. Fortuny, R. Pérez: ¿Por qué geometría? Propuestas didácticas para la ESO. Síntesis, Madrid, 1997.
- C. Alsina, J. Gómez: Gaudí engineer. Crossing 2 (2001), 72-80.
- J. Bassegoda, G. García: La cátedra de Antoni Gaudí: estudio analítico de su obra. Edicions UPC, Barcelona, 1999.
- J. Bergós: Gaudí: l'home i l'obra. Edicions UPC, Barcelona, 1974.
- H.S.M. Coxeter: Fundamentos de Geometría. Limusa-Wiley, México, 1971.
- J. Estalella: Ciencia recreativa. Gustavo Gili, Barcelona, 1920.
- G. Guillén: Poliedros. Síntesis, Madrid, 1990.
- R. Ibáñez: El vientre de un arquitecto (la búsqueda de la forma). En Un paseo por la geometría, Publicaciones del Departamento de Matemáticas UPV-EHU (2004), pp. 155-186.
- Le Corbusier: El Modulor (vols. I, II). Poseidón, Barcelona, 1976.
- J. Malkevitch: Geometry and reality. En Perspective on the teaching of geometry for the 21st
- C. Mammana, V. Villani (eds.): Perspective on the teaching of geometry for the 21st Century: An ICMI study. Kluwer, Dordrecht, 1998.
- D. Pedoe: La geometría en el arte. Gustavo Gili, Barcelona, 1979.
- G. Plugh: Polyhedra, a visual approach. University of California Press, Londres, 1976.
- M. Senechal, G. Fleck: Shaping space: A polyhedral approach. Design Science Collection, Birkhauser, Boston, 1988.
- L.A. Steen (ed.): For all practical purposes. COMAP, W.H. Freeman and Co., New York, 1994. [Versión española: Matemáticas en la vida cotidiana. Addison-Wesley, Madrid, 1999].
- D. Thompson: On growth and form. Cambridge University Press, Cambridge, 1961.