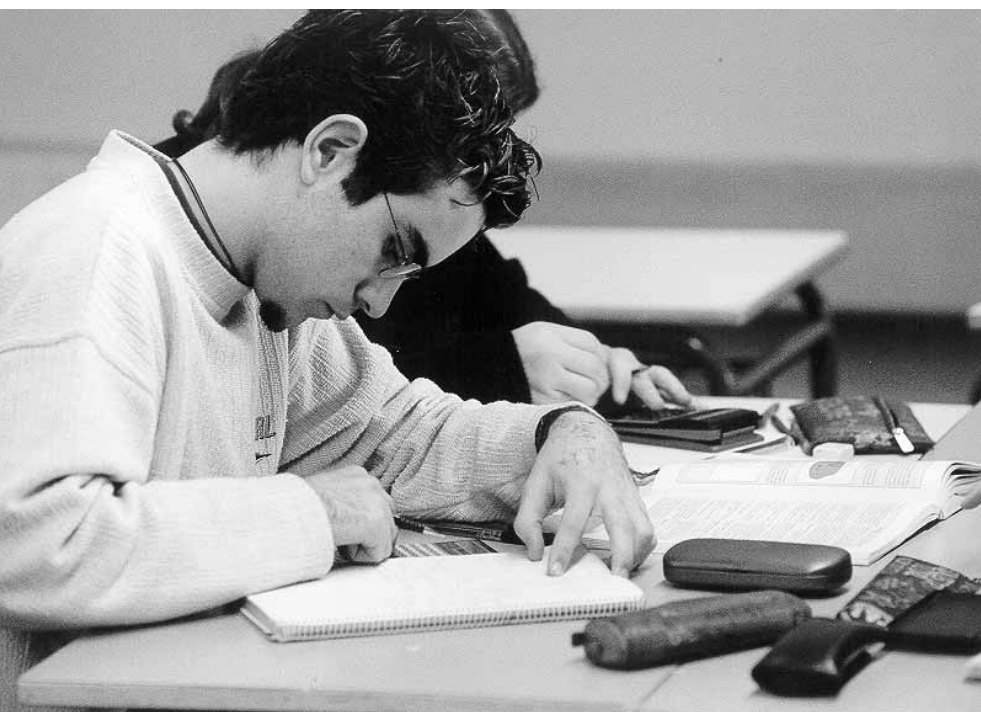


Un viaje matemático



Las islas griegas se convierten en un destino geográfico que permite trabajar en clase el perímetro y el área de figuras geométricas irregulares. Son el punto de partida de un recorrido matemático que, a través del método del ensayo y error, adapta el currículo oficial de esta área a las necesidades del alumnado.

Grup Vilatzara*



Guillem Huertas.

Esta secuencia didáctica para trabajar los conceptos matemáticos de área y perímetro ha sido concebida y experimentada en las aulas del primer curso de ESO del IES “Vilatzara”, de Vilassar de Mar (Barcelona). En realidad, es mucho más que una unidad didáctica, ya que forma parte de una propuesta educativa global que, desde el curso 1998-1999, organiza el currículo de Matemáticas para 1º de ESO como un viaje alrededor del mundo en seis etapas.

Los protagonistas de este “viaje matemático” son, por un lado, los alumnos, que deben resolver los problemas que se les plantean, poniendo en juego su intuición y su reflexión a través del método del ensayo y error; y, por otro, los profesores del grupo Vilatzara, que hemos diseñado esta nueva praxis matemática y hemos realizado un largo camino desde que, en el curso 1996-1997, nos planteamos un triple objetivo: lograr una evaluación útil y significativa, desarrollar unas actividades motivadoras que permitiesen evaluar los objetivos planteados y adaptar el currículo de Matemáticas a las necesidades de todos y cada uno de los alumnos y alumnas. Las páginas que siguen dan cuenta de este doble viaje.

Historia de una aventura didáctica

Entre todas las situaciones problemáticas a las que nos enfrentamos con los alumnos durante el primer ciclo de la

Para llevar a cabo una evaluación continua, se hace preciso diagnosticar las habilidades iniciales de cada alumno

ESO hemos seleccionado una que está relacionada con un concepto matemático que a menudo se entiende de forma errónea en este nivel educativo: el perímetro y el área de un polígono y de figuras no limitadas por segmentos de recta.

Estos conceptos se han trabajado durante la quinta etapa del viaje del currículo de Primaria, es decir, durante el recorrido por las islas griegas, un destino geográfico donde se trabajan cuestiones de forma y tamaño.

En las situaciones que presentamos a continuación se invita a los alumnos a determinar cuál de las islas griegas es “la más grande”. La palabra “grande” provoca muchas discusiones, dado que para los alumnos existen muchas posibles interpretaciones de este término. Esta situación de incertidumbre inicial es fomentada por el profesor, que anima el debate, lo modera e intenta no intervenir más de lo estrictamente necesario.

Una vez se ha aceptado que el tamaño de una isla puede ser considerado desde distintos puntos de vista, todos ellos respetables, se destacan las dos interpretaciones del término que han tenido más consenso entre el alumnado: la isla más grande es aquella que tiene más costa, o bien la que tiene más área. Lógicamente, los alumnos no lo expresan de esta manera, sino que se refieren a la isla “que tiene más tierra dentro”, o “la que permite construir más casas y labrar más campos”. No obstante, siempre aparece alguna alumna que pronuncia la palabra “área”, y es entonces cuando hay que aprovechar la ocasión para introducir este concepto.

A partir de estos planteamientos se trabaja el perímetro mediante una actividad en la que los alumnos han de proponer métodos para medir la costa de una isla, ponerlos a prueba y establecer una clasificación de las islas según tengan más o menos costa. Después, se les pide que repitan el mismo procedimiento, pero en este caso para calcular el área de cada isla.

A continuación, se expone el desarrollo de la experiencia, paso a paso, tomando como referente el caso práctico de una de nuestras alumnas: María. Esta experiencia se compone de cinco “momentos” distintos, que se corresponden con los establecidos en la secuencia didáctica propuesta.

Primer momento

En el primer problema, María afirma que podemos saber qué isla es la más

La vuelta al mundo en seis etapas

Desde el curso 1998-1999, en el IES “Vilatzara” el currículo de Matemáticas de 1º de ESO se trabaja como un “viaje matemático” alrededor del mundo.

El viaje tiene seis etapas. En cada una se visita un país diferente y se trabajan aspectos matemáticos relacionados con la cultura de ese país. Primero se conoce la cultura maya, en la península de Yucatán, con sus exactos calendarios y su sistema de numeración posicional de base veinte modificada. Luego se vuela a Chicago, la ciudad de los grandes rascacielos, a la orilla del lago Michigan. Más tarde se atraviesa el Pacífico para visitar China, con sus multitudes, pero también con sus matemáticas milenarias. A continuación, nos dirigimos a las ruinas del Antiguo Egipto, para, a partir de medidas geométricas, entender su forma de trabajar las fracciones. La siguiente etapa la constituye Grecia, cuna de la civilización occidental, que con su infinidad de islas nos invita a tratar cuestiones de forma y tamaño, así como su comparación. Por último, antes de regresar al punto de partida, hacemos una breve escala en el Polo Norte, donde apreciamos la necesidad de los sistemas de referencia y contrastamos las diferentes representaciones de la superficie terrestre.

El curso lo completamos con algunas actividades de mecanización, una o dos sesiones al final de cada etapa, que generalmente se realizan de forma individual. Además, a lo largo de cada trimestre los alumnos deben realizar, bien individualmente, o bien en parejas, un proyecto de carácter matemático.

grande observando la longitud, la anchura y la costa de cada una, y comparándolas posteriormente. Como dificultades principales señala: “Puede haber una isla muy ancha, pero muy corta, y otra muy larga, pero muy estrecha, y eso nos engañaría. Creo que lo que tendríamos que medir son los km^2 y el área”.

En este planteamiento podemos observar, de entrada, dos aspectos:

- Aparece intuitivamente la idea de medir la amplitud mediante el área.
- Se muestra una cierta confusión, ya que no se distingue claramente la unidad de medida de la magnitud que se ha de medir.

Segundo momento

El segundo problema consiste en medir la costa de una isla, tal como indica el título de la actividad “Sobre el perímetro de costa de las islas”. Se pregunta al alumnado cómo lo podríamos hacer e, inicialmente, María responde: “Primero, tomando una medida adecuada — km^2 —; luego, midiendo el ancho y el largo y multiplicando”. Sin embargo, en un segundo escrito, después de haber discutido su propuesta con el resto de compañeras de grupo, propone lo siguiente: “Se suman todos los lados y obtienes el resultado; o bien coges un hilo y

lo pones de modo que coincida con las líneas, lo sacas y lo mides”.

En este caso podemos señalar lo siguiente:

- Todavía se observa la confusión entre perímetro y área, pero esta vez el debate y el contraste de opiniones ha hecho que María rectifique y busque una solución más apropiada para resolver el cálculo del perímetro.
- El hecho de que proponga dos métodos correctos para medir el perímetro no significa que comprenda perfectamente la diferencia que existe entre los conceptos de área y perímetro.

Tercer momento

En el cuestionario de opiniones sobre el tema, a la pregunta de “¿es lo mismo área que perímetro?”, María contesta: “No, porque el perímetro es saber cuánto mide la costa, y mediante el área averiguamos, cuánto mide el interior”.

Cuarto momento

En el problema “Sobre el área de las islas”, se le pregunta qué haría para calcular una de estas áreas, y María contesta: “Se miden los lados —3 y 4—, y se multiplican: $3 \times 4 = 12$. El área es 12. El problema es cuando nos encontramos con una

isla que no es rectangular ni cuadrada. Una isla, por ejemplo, así [dibuja una especie de mancha pequeña e irregular]. La solución es coger un hilo y rodear con él las costas. Después se divide el hilo en cuatro partes iguales y se mide cada una de ellas. Entonces, se multiplica una parte por la otra. Como los trozos son iguales, da igual cuál cojas. Por ejemplo: 3 y 3; 3 y 3. Entonces: $3 \times 3 = 9$. El área en este caso es 9”.

De este razonamiento se desprende lo siguiente:

- La aplicación de la fórmula base por altura para medir el área de un rectángulo no le resulta extraña, pero enseguida nota que la forma de las islas no admite generalmente este recurso.

- Entonces da un paso que consideramos muy importante, aunque no sea correcto: mide el perímetro, lo parte en cuatro trozos y calcula el área del cuadrado “equivalente” a la isla. Ésta es una manera ingeniosa de tratar de cuadrar la isla.

- No hace ningún tipo de comprobación con ejemplos, ya que está muy segura de la validez del método empleado. Va a buscar inmediatamente al profesor para explicárselo, convencida de su acierto.

Después de todos estos razonamientos, se realizan una serie de actividades basadas en las posibilidades que ofrecen el tangram y el geoplano:

- Construcción de formas diferentes con el tangram.

- Descripción de semejanzas y diferencias entre las figuras realizadas.

- Construcción de un cuadrado o rectángulo con algunas de las islas griegas trabajadas.

- Construcción en el geoplano de varios triángulos equivalentes en área.

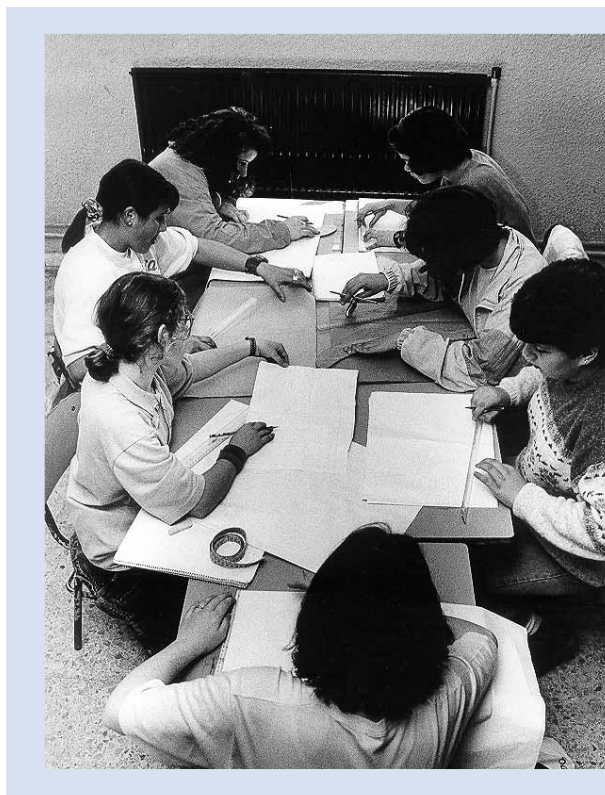
- Uso del geoplano para medir áreas de polígonos.

- Análisis y comentario de frases dadas, referidas al cálculo de medidas como herramienta de comparación, de recuento aproximado y de establecimiento de relaciones.

- Cuestionario de autovaloración de los conocimientos aprendidos.

Quinto momento

De forma excepcional, se realiza un control al final de esta unidad. En él se muestran a María diferentes triángulos que tienen la misma base y la misma altura. Se le pide cuál tiene el perímetro más grande y cuál el más pequeño, qué área tiene cada triángulo y, finalmente,



Marga Sampaio.

Se apuesta por el trabajo en equipo y la ayuda mutua, en un ambiente orientado a la resolución de problemas

si podemos afirmar que a mayor perímetro le corresponde una mayor superficie. Responde correctamente a las dos primeras preguntas, calculando el área común de todos los triángulos, y resuelve la tercera de la siguiente manera: “No, esto es como si midiésemos una isla: la costa sería el perímetro. Para afirmar que esta frase es falsa, pondré un ejemplo”. A continuación, dibuja una línea curva exageradamente retorcida, y escribe “perímetro = 8 km”; al lado dibuja una especie de elipse y escribe “perímetro = 5 km”. En este momento podemos afirmar que entiende la diferencia entre perímetro y área, es decir, que ha reconstruido el conocimiento.

Apuntes metodológicos

En Matemáticas, los alumnos suelen trabajar en pequeños grupos de tres o cuatro miembros. Se apuesta por el trabajo en común y la ayuda mutua, y las clases transcurren en un ambiente orientado a la resolución de problemas. Un aspecto central en este punto es la atención a la diversidad. Estamos convencidos de que la solución para tratar la diversidad no está en separar a los alumnos de un grupo-clase en busca de grupos homogéneos inexistentes. En cambio, consideramos que es mucho más importante que seamos capaces de plan-

tear retos al alumnado, retos auténticos que les resulten cercanos y significativos; que impliquen superar dificultades; y den respuesta al nivel y a las necesidades de cada uno de ellos—desde los más avanzados a los que tienen más dificultades—, aunque sepamos, de antemano, que no todos van a llegar al mismo punto. Así lograremos que todos desarrollen al máximo sus capacidades.

En el caso de esta propuesta didáctica, la mayor parte del trabajo se realiza en pequeños grupos heterogéneos formados por tres o cuatro alumnos o alumnas, escogidos voluntariamente por aquellos que declaran abiertamente tener problemas con las matemáticas. Estos alumnos eligen por turnos a sus compañeros de trabajo entre el resto del grupo-clase, de forma que se crean equipos bastante equilibrados, ya que sus componentes tienen distintos niveles de competencia en esta área.

Historia de una aventura docente

Para nosotros, las horas de discusión en el seno del grupo han sido aún más importantes que el desarrollo concreto del viaje. Aunque después nos hemos planteado otros temas, como los proyectos matemáticos, la historia de este viaje es, de alguna manera, la historia de

nuestro grupo. Nos gustaría, por tanto, hacer en este artículo una breve reseña de nuestros dos primeros años de existencia. Generalmente tendemos a destacar más las actividades prácticas llevadas a cabo con el alumnado que la praxis y la reflexión del equipo que las ha diseñado. ¡Y lo segundo, sin embargo, es clave para conseguir éxito en lo primero! Es curioso observar cómo la historia de María se asemeja un poco a nuestra historia en los más de cuatro años de existencia que llevamos como grupo: como ella, también nosotros tuvimos unos inicios vacilantes, nos equivocamos y rectificamos en varias ocasiones.

La gestación del proyecto

El Grup Vilatzara surgió a principios del curso 1996-1997, con el objetivo de dar respuesta a la necesidad de plantear un tipo de evaluación que pudiese ayudar de forma eficaz a nuestros alumnos en sus procesos de aprendizaje. La conclusión a la que llegamos en aquel momento fue que la clave para hacer que una evaluación sea útil pasa, necesariamente, por el diseño adecuado de las actividades de clase. En efecto, debemos diseñar y elaborar actividades que permitan evaluar los objetivos planteados. Sólo así seremos capaces de obtener datos fiables y, en consecuencia, válidos, tanto para indicar a cada alumno su progreso, como para corregir el currículo y adaptarlo a las necesidades de nuestro alumnado.

Otra idea pareja a la necesidad de llevar a cabo una evaluación continua fue diagnosticar el estado inicial de conocimientos y habilidades de cada alumno. Nos planteamos la necesidad de dedicar unas sesiones al principio de cada trimestre —unas tres horas, aproximadamente— para poder realizar con éxito esta evaluación inicial.

Paralelamente a esta discusión sobre la evaluación y las actividades que permiten llevarla a cabo, iniciamos un estudio de los objetivos que marca el currículo oficial, así como de todos aquellos que creíamos que debían ser evaluados. En cualquier caso, no concebimos la evaluación como una cierta “media” de las capacidades de cada alumno o alumna, sino que nuestro propósito es evaluar por objetivos. Por lo tanto, hay que tenerlos presentes y diseñar actividades que permitan trabajarlos y, asimismo, evaluar su consecución.

Para nosotros, la atención a la diversidad está íntimamente relacionada con el

tema de la evaluación. ¿Cómo podemos atender a la diversidad de nuestras aulas? Está claro que con la evaluación por objetivos ponemos una primera piedra en este sentido, porque trabajar de esta manera nos permite obtener información muy detallada sobre cada alumno, conocer no sólo qué sabe, sino también qué puede hacer y cómo piensa. Pero atender a la diversidad significa asimismo crear actividades que supongan un reto para todos los alumnos, de forma que cada uno de ellos pueda hacer sus progresos y nadie se quede al margen. Consideramos que esta idea es muy importante, ya que no estamos dispuestos, de ninguna manera, a abandonar a los alumnos más brillantes, sino que pretendemos crear actividades donde haya siempre tareas de “alto nivel”.

La puesta en marcha

Durante el curso 1997-1998 comenzamos a concretar las primeras actividades de este tipo. En este momento empezaron a surgir preocupaciones complementarias, algunas de ellas obvias, por ejemplo cómo crear actividades motivadoras. Trabajamos pensando en 1º de ESO, ya que a nuestro juicio ésta es una pieza clave para poder trabajar toda la etapa. Durante el diseño del primer trimestre descubrimos la necesidad de basarnos en actividades que interesasen a los alumnos y que permitiesen rescatar a aquellos que habían tirado la toalla con las Matemáticas en los últimos cursos de Primaria. A la vez, queríamos establecer las bases matemáticas para el desarrollo con éxito de toda la ESO, pensando especialmente en nuestros objetivos para segundo ciclo.

Otro aspecto que nos preocupaba en ese momento era el diagnóstico de las capacidades del alumnado. Cada vez es más evidente que pretender conocer a un alumno en un par o tres de sesiones, evaluar cómo piensa y descubrir sus habilidades matemáticas, es una quimera. Como mínimo, era necesario extender el diagnóstico inicial durante todo el primer trimestre, cuidando al detalle la relación entre las actividades propuestas y la evaluación de las capacidades de cada alumno. De esta manera se pretendía conocer a fondo a nuestros alumnos y alumnas y corregir los déficit detectados. Esta vasta recogida de información requiere una organización adecuada de los datos por medio de parrillas de observación. El volumen de información, sin embargo, es muy superior al que esta-

mos acostumbrados a manejar, lo que exige del profesor bastante disciplina y organización. *A posteriori*, de todas formas, podemos decir que el pequeño esfuerzo adicional realizado en clase se ha visto ampliamente compensado.

Durante el otoño de 1997 se concretó la idea de destinar un curso completo —de setenta horas lectivas— para impartir las Matemáticas comunes de 1º de ESO en el IES “Vilatzara”. Sin duda, si queremos desarrollar actividades que permitan al alumnado contextualizar las Matemáticas, debemos tener en cuenta las características específicas de nuestros alumnos: cualquier actividad rica debe contener necesariamente referencias a su contexto social y cultural, y éste varía de un instituto a otro.

Finalmente, este curso se concretó en seis etapas de una vuelta al mundo. Parte del material estaba listo ya en la primavera de 1998, y se probó en una materia optativa. En el curso 1998-1999 ya formaba parte del currículo del IES “Vilatzara” para 1º de ESO. Así pues, en la actualidad acabamos de completar su segundo año de puesta en práctica, con resultados muy satisfactorios, que en algunos aspectos superan las previsiones más optimistas. María y sus problemas con la magnitud de las islas griegas constituyen un buen ejemplo de ello.

Para saber más

Grup Vilatzara (1999): “Mejorando las Matemáticas del segundo ciclo desde 1º de ESO”, Actas del IX JAEM, Lugo, del 9 al 11 de septiembre de 1999.

—(2000): *Matemàtiques i Història al Marresme (I): íbers i romans*, Barcelona: Edició s.n.

—(2000): “Un viatge matemàtic”, en Actes del Congrés d'Educació Matemàtica (CEM) 2000, Mataró, del 4 al 6 de julio de 2000.

* El Grup Vilatzara es un grupo de trabajo de educación matemática adscrito al Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona. Actualmente lo forman Jesús Bondía, Francesc Campos, Pedro Cobo, Jordi Comellas, Joaquim Giménez, Jaume Serra, Manel Sol y Xavier Vilella.
Correo-e: jserrai2@pie.xtec.es