

MRU

Per resoldre aquests problemes utilitzarem l'equació del MRU:

$$x_f = x_o + v_t$$

Exemples:

Amb un mòbil:

Càlcul de la posició final

Un autobús viatja a 126 km/h per l'autopista durant 45 minuts. Quina distància ha recorregut en aquest temps?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$v = 126 \text{ km/h}$$

$$t = 45 \text{ min}$$

$$x_o = 0$$

$$x_f = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$v = 126 \text{ km/h} \cdot 1.000 \text{ m} / 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h} / 3.600 \text{ s} = 35 \text{ m/s}$$

$$t = 45 \text{ min} \cdot 60 \text{ s} / 1 \text{ min} = 2.700 \text{ s}$$

3) Substituïm a l'equació i resolem:

$$x_f = x_o + v_t$$

$$x_f = 0 + 35 \cdot 2.700$$

$$x_f = 94.500 \text{ m}$$

Càlcul de la velocitat

Estic a l'aeroport i pujo a una cinta transportadora per no haver de caminar una estona pel passadís. La cinta fa 60 metres de llarg i triga mig minut en arribar a l'altra banda. A quina velocitat viatjo sobre la cinta?

1) Identifiquem les variables:

$$x_o = 0$$

$$x_f = 60 \text{ m}$$

$$t = 0,5 \text{ min}$$

$$v = \text{incògnita}$$

2) Convertim les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$t = 0,5 \text{ min} \cdot 60 \text{ s} / 1 \text{ min} = 30 \text{ s}$$

3) Substituïm a l'equació i resolem:

$$x_f = x_o + v_t$$

$$60 = 0 + v \cdot 30$$

$$v = 60/30$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$

Càlcul del temps

Estic a l'aeroport i per arribar d'una punta a una altra de la terminal, d'on surt el meu avió, he de pujar a una cinta transportadora sobre la qual no puc caminar perquè hi ha molta gent. Si la cinta es mou a 1,5 m/s i fa 300 m de llarg, quant trigaré en arribar al final? Si el meu avió surt en 3 minuts, arribaré a temps?

1) Identifiquem les variables:

$$x_o = 0$$

$$x_f = 300 \text{ m}$$

$$v = 1,5 \text{ m/s}$$

$$t = \text{incògnita}$$

2) Substituïm a l'equació i resolem:

$$x_f = x_o + v_t$$

$$300 = 0 + 1,5t$$

$$t = 300/1,5 = 200 \text{ s}$$

3) Transformem les unitats:

$$t = 200 \text{ s} \cdot 1 \text{ min} / 60 \text{ s} = 3,33 \text{ min}$$

Per tant, no arribarà a temps per agafar l'avió.

Amb 2 mòbils:**Càlcul de la posició de trobada:**

Un cotxe A surt de la ciutat X a 90 km/h en direcció a la ciutat Y que es troba a 120 km de distància. Al mateix temps, un cotxe B surt de la ciutat Y en direcció a la X a 35 m/s. A quina distància de la ciutat X i en quant de temps es creuaran?

1) Identifiquem les variables:

Considerarem el sentit positiu el que va de X a Y.

$$v_A = 90 \text{ km/h}$$

$$v_B = -35 \text{ m/s}$$

$$x_{oA} = 0$$

$$x_{oB} = 120 \text{ km}$$

2) Convertim les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$v_A = 90 \text{ km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 25 \text{ m/s}$$

$$x_{oB} = 120 \text{ km} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ km} = 120.000 \text{ m}$$

3) Substituïm a les equacions:

$$x_{fA} = x_{oA} + v_A t$$

$$x_{fA} = 0 + 25t$$

$$x_{fB} = x_{oB} + v_B t$$

$$x_{fB} = 120.000 + (-35)t$$

4) Que els dos cotxes es creuin (o es trobin) significa que les seves posicions finals són la mateixa. Per tant:

$$x_{fA} = x_{fB}$$

Així doncs:

$$x_{oA} + v_A t = x_{oB} + v_B t$$

$$0 + 25t = 120.000 + (-35)t$$

$$t = 120.000 / 60 = 2.000 \text{ s}$$

Un lladre que acaba d'atracar un banc fuig a 120 km/h per l'autopista. 6 minuts més tard, un policia surt en la seva persecució a 150 km/h des del mateix punt de partida. A quina distància en metres l'enxamparà i quant de temps trigarà?

1) Identifiquem les variables:

$$v_{lladre} = 120 \text{ km/h}$$

$$v_{policia} = 150 \text{ km/h}$$

$$x_{olladre} = x_{opolicia} = 0$$

2) Com que el policia ha sortit 6 minuts més tard, el lladre haurà estat conduint 6 minuts més. Per tant:

$$t_{\text{lladre}} = t_{\text{polícia}} + 6 \text{ min}$$

Si ho passem a hores:

$$t_{\text{lladre}} = t_{\text{polícia}} + 6 \text{ min} \cdot 1 \text{ h} / 60 \text{ min} = t_{\text{polícia}} + 0,1 \text{ h}$$

3) Que el policia enxampi el lladre vol dir que la seva posició final serà la mateixa.

$$x_{\text{flladre}} = x_{\text{fpolícia}}$$

Per tant:

$$x_{\text{olladre}} + v_{\text{lladre}} \cdot t_{\text{lladre}} = x_{\text{opolícia}} + v_{\text{polícia}} \cdot t_{\text{polícia}}$$

4) Substituïm a l'equació i resolem:

$$0 + 120(t_{\text{polícia}} + 0,1\text{h}) = 0 + 150t_{\text{polícia}}$$

$$t_{\text{polícia}} = 12 / 30 = 0,4 \text{ horas}$$

5) Per saber en quina posició l'atraparà substituïm en l'equació:

$$x_{\text{fpolícia}} = x_{\text{opolícia}} + v_{\text{polícia}} \cdot t_{\text{polícia}}$$

$$x_{\text{fpolícia}} = 0 + 150 \cdot 0,4 = 60 \text{ km}$$

MRUA

Per resoldre aquests problemes utilitzarem les equacions del MRUA:

$$x_f = x_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_f = v_o + a t$$

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 a \Delta x$$

Exemples:

Càlcul de posició

Un cohet de la NASA és llençat verticalment amb una acceleració constant de 5 m/s^2 . A quina alçada es trobarà al cap d'1 minut?

1) Identifiquem les variables:

$$x_o = 0$$

$$v_o = 0$$

$$a = 5 \text{ m/s}^2$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$x_f = \text{incògnita}$$

2) Substituïm a l'equació i resolem:

$$x_f = x_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_f = 0 + 0 \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 60^2$$

$$x_f = 9.000 \text{ m} = 9 \text{ km}$$

Càlcul de velocitat

Un cotxe de F1 que va en primera posició surt de la darrera corba d'un circuit i aleshores accelera a fons en la recta final amb una acceleració constant de 4 m/s^2 . Si la meta es troba a 402 metres i triga 6 segons en arribar, a quina velocitat ha sortit de la corba?

1) Identifiquem les variables:

$$x_o = 0$$

$$x_f = 402 \text{ m}$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$t = 6 \text{ s}$$

$$v_o = \text{incògnita}$$

2) Substituïm a l'equació i resollem:

$$x_f = x_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

$$402 = 0 + v_o \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6^2$$

$$v_o = (402 - 72) / 6 = 55 \text{ m/s} = 198 \text{ km/h}$$

Càlcul del temps

Detrás del anterior coche de F1, justo a 1 segundo de diferencia, viene otro que sale de la curva a 201,6 km/h y acelera también a fondo, a 4 m/s². ¿Quién de los dos ganará la carrera?

1) Identifiquem les variables:

$$x_o = 0$$

$$x_f = 402 \text{ m}$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v_o = 201,6 \text{ km/h} = 56 \text{ m/s}$$

$$t = \text{incògnita}$$

2) Substituïm a l'equació i resollem:

$$x_f = x_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

$$402 = 0 + 56 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2$$

$$0 = 2 t^2 + 56 t - 402 = t^2 + 28 t - 201$$

3) Resolem l'equació de 2n grau mitjançant la fórmula corresponent i ens quedem només amb el resultat positiu, atès que el temps sempre és positiu:

$$t = -28 \pm (\sqrt{(28^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-201))}) / 2 \cdot 1 = 5,92 \text{ s}$$

Aquest és el temps que triga en anar de la sortida de la recta fins a la meta. És un temps inferior que el del primer cotxe, que triga 6 segons; però com que el primer duia un avantatge d'1 segon, el guanyador és el primer.

Amb 2 mòbils:**Càlcul de la posició de trobada**

De dos punts, A i B, distants 500 m l'un de l'altre, surten alhora dos mòbils. El que surt d'A porta una velocitat inicial de 2 m/s i es dirigeix cap a B amb una acceleració d'1 m/s². El que surt de B es dirigeix cap a A amb una velocitat inicial de 10 m/s i una acceleració de 0,5 m/s². Quan i on es trobaran?

1) Identificar les variables:

Considerarem el sentit positiu el que va d'A a B.

$$x_{oA} = 0$$

$$x_{oB} = 500$$

$$v_{oA} = 2 \text{ m/s}$$

$$v_{oB} = -10 \text{ m/s}$$

$$a_A = 1 \text{ m/s}^2$$

$$a_B = -0,5 \text{ m/s}^2 = -\frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

$$t_A = t_B = \text{incògnita}$$

$$x_{fA} = x_{fB} = \text{incògnita}$$

2) Substituïm a les equacions:

$$x_{fA} = x_{oA} + v_{oA}t + \frac{1}{2}a_At^2$$

$$x_{fA} = 0 + 2t + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2$$

$$x_{fB} = x_{oB} + v_{oB}t + \frac{1}{2}a_Bt^2$$

$$x_{fB} = 500 + (-10)t + \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot t^2$$

3) Que els dos mòbils es trobin significa que les seves posicions finals seran la mateixa.

Per tant:

$$x_{fA} = x_{fB}$$

Així doncs:

$$0 + 2t + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 = 500 + (-10)t + \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot t^2$$

$$\frac{3}{4}t^2 + 12t - 500 = 0$$

4) Resolem l'equació de 2n grau mitjançant la fórmula corresponent i ens quedem només amb el resultat positiu, atès que el temps sempre és positiu:

$$t = -12 \pm (\sqrt{(122 - 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot (-500))}) / 2 \cdot \frac{3}{4} = 19,03 \text{ s}$$

5) Ara ja podem saber on es trobaran, substituint el temps en qualsevol de les dues equacions (la de A o la de B):

$$x_{fA} = 0 + 2t + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 = 0 + 2 \cdot 19,03 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (19,03)^2 = 219,1 \text{ m}$$

$$x_{fB} = 500 + (-10)t + \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot t^2 = 500 + (-10) \cdot 19,03 + \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (19,03)^2 = 219,1 \text{ m}$$

Caiguda lliure

Per resoldre aquests problemes utilitzarem les equacions del MRUA:

$$x_f = x_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_f = v_o + a t$$

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 a \Delta x$$

Exemples:

Un helicópter de salvament que vola a 400 m d'altitud deixa caure una caixa plena de material mèdic. Malauradament, el paracaigudes de la caixa no s'obre i podem considerar negligible la resistència de l'aire. Quant trigarà en arribar a terra? Amb quina velocitat impactarà? (Suposem $g = -9,8 \text{ m/s}^2$)

1) Identifiquem les variables.

Considerem el sentit de la caiguda com el negatiu.

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

$$x_o = 400 \text{ m}$$

$$x_f = 0$$

$$v_o = 0$$

$$t = \text{incògnita}$$

$$v_f = \text{incògnita}$$

2) Per conèixer el temps de caiguda, fem servir l'equació x-t. Recorda que ara l'acceleració és l'acceleració de la gravetat (g).

$$x_f = x_o + v_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 400 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \cdot t^2$$

3) Resolem l'equació:

$$0 = 400 - 4,9 t^2$$

$$t = 9,04 \text{ s}$$

4) Per conèixer la velocitat final, ara que coneixem el temps, fem servir l'equació v-t:

$$v_f = v_o + g t$$

$$v_f = 0 + (-9,8) \cdot 9,04 = -88,59 \text{ m/s}$$

Disparem una bala verticalment des de terra que surt a una velocitat inicial de 306 km/h. Quina altura assolirà? Quant trigarà en arribar a terra i amb quina velocitat ho farà? Considereu nul·la la resistència de l'aire. ($g = -9,8 \text{ m/s}^2$)

1) Identifiquem les variables

Considerem el sentit de la caiguda com el negatiu.

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

$$x_o = 0 \text{ m}$$

$$v_o = 306 \text{ km/h} = 85 \text{ m/s}$$

$$x_f = \text{incògnita}$$

$$t = \text{incògnita}$$

2) La bala anirà ascendint alhora que anirà perdent velocitat fins arribar al punt de màxima altura: en aquell punt la seva velocitat serà 0. A continuació tornarà a caure. Quan la bala assoleixi la màxima altura, doncs, la seva velocitat serà 0.

$$v_f = 0$$

3) Amb aquesta dada i l'equació v-t podem saber el temps que la bala triga en arribar a la màxima altura:

$$v_f = v_o + gt$$

$$0 = 85 + (-9,8) \cdot t$$

$$t = 8,67 \text{ s}$$

4) Ara ja tenim totes les dades necessàries per saber quina és aquesta altura màxima mitjançant l'equació x-t:

$$x_f = x_o + v_o t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$x_f = 0 + 85 \cdot 8,67 + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \cdot (8,67)^2 = 368,62 \text{ m}$$

5) Una altra manera de calcular aquesta altura hagués estat utilitzant l'altra equació del MRUA que no requereix de conèixer el temps del desplaçament:

$$v_f^2 - v_o^2 = 2a\Delta x$$

$$0 - 85^2 = 2 \cdot (-9,8) \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = 368,62 \text{ m}$$

6) Finalment, el temps que triga en tornar a terra és el doble que ha trigat en fer el recorregut de terra al punt de màxima altura, és a dir: $2 \cdot 8,67 = 17,34 \text{ s}$.

MCU

Exemples:

Viatjo en una velocípede (una bicicleta que té la roda del davant molt més gran que la del darrere) i recorro una distància de 2,4 km en 10 minuts. Si la roda del davant té un radi de 50 cm i la del darrera, de 15 cm. Quina ha estat la velocitat angular de cada roda durant el meu recorregut? Quantes voltes ha donat cada roda?

1) Identifiquem les variables, anotem les dades i convertim les unitats:

$$\Delta x = 2,4 \text{ km} = 2.400 \text{ m}$$

$$t = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}$$

$$r_1 = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$r_2 = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

v = incògnita (la velocitat lineal de la superfície de totes dues rodes serà la mateixa i coincidirà amb la velocitat del desplaçament)

$$\omega_1 = \text{incògnita}$$

$$\omega_2 = \text{incògnita}$$

2) Calculem la velocitat lineal mitjançant l'equació del MRU:

$$x_f = x_o + vt$$

$$2.400 = 0 + v \cdot 600$$

$$v = 4 \text{ m/s}$$

3) Amb la velocitat lineal i el radi de cada roda, podem calcular les respectives velocitats angulars:

$$\omega = v / r$$

$$\omega_1 = 4 / 0,5 = 8 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 4 / 0,15 = 16,67 \text{ rad/s}$$

4) Per saber quantes voltes ha donat cada roda podem calcular el perímetre de cada roda i dividir la distància entre aquest, respectivament:

$$P_1 = 2 \pi r = 2 \pi \cdot 0,5 = 3,14 \text{ m}$$

$$P_2 = 2 \pi r = 2 \pi \cdot 0,15 = 0,94 \text{ m}$$

$$N^\circ \text{ voltes}_1 = \Delta x / P = 2.400 / 3,14 = 764, 3 \text{ voltes}$$

$$N^\circ \text{ voltes}_2 = \Delta x / P = 2.400 / 0,94 = 2553, 2 \text{ voltes}$$

Claus generals per resoldre aquests problemes:

Identifica i anota totes les dades que et proporcionin i converteix-les totes al mateix sistema d'unitats (habitualment, el S.I.).

Atribueix signes positius i negatius a les dades coherents amb el sistema de referència que hagi escollit.

Dedueix relacions entre les dades que se't donen i descobreix de noves a partir de l'enunciat. Per exemple, si dos mòbils es troben o es creuen, vol dir que les seves posicions finals (x_f) són iguals.

Busca entre les equacions que coneixes (que es corresponguin amb el tipus de moviment del problema) aquella que conté totes les variables que et proporciona l'enunciat menys una. Gràcies a l'equació podràs calcular el seu valor. Probablement, amb aquesta nova dada, podràs utilitzar una altra equació per a la qual et faltaven conèixer dues variables, i una d'elles era aquesta.