

Període i freqüència

Per resoldre aquests problemes utilitzarem la relació entre el període T (temps necessari perquè l'ona realitzi una oscil·lació completa) i la freqüència (nombre d'oscil·lacions completes que una ona realitza en un segon):

$$f = \frac{1}{T}$$

Si el període s'expressa en segons, s'obtindrà la freqüència en hertz (Hz).

Càlcul de la freqüència

Una ona té un període de 5 s. Quina és la seva freqüència?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$T = 5 \text{ s}$$

$f = \text{incògnita}$

2) Fem servir la relació entre el període i la freqüència i resolem:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ Hz}$$

Càlcul del període

Una ona sonora té una freqüència de 0,4 kHz. Cada quants segons es produeix una vibració de l'aire a través del qual es propaga aquesta ona? (Dóna la resposta amb tres decimals de precisió)

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$f = 0,4 \text{ kHz}$$

$T = \text{incògnita}$

2) Per aplicar la fórmula corresponent i obtenir la resposta en segons, necessitem expressar la freqüència en Hz:

$$f = 0,4 \text{ kHz} = 0,4 \cdot 1.000 = 400 \text{ Hz}$$

3) Fem servir la relació entre el període i la freqüència i hi aïllem el període:

$$f = \frac{1}{T} \rightarrow T = \frac{1}{f}$$

4) Substituïm les dades i aïllem:

$$T = \frac{1}{400} = 0,0025 \text{ s} \approx 0,003 \text{ s}$$

Càlcul del període i la freqüència

Des d'un moll observem arribar les ones marines. Engeguem el cronòmetre i comptem quantes ones van arribant. Quan n'han arribat 4, aturem el cronòmetre i hi llegim que han passat 6 segons. Determina la freqüència i el període d'aquestes ones marines.

1) Identifiquem les variables i anem les dades que tenim:

$$n_{\text{ones}} = 4$$

$$t_{\text{total}} = 10 \text{ s}$$

$$f = \text{incògnita}$$

$$T = \text{incògnita}$$

2) Per resoldre aquest exercici cal raonar una mica. Hi ha diferents formes de fer-ho:

- podem determinar la freqüència i després utilitzar la relació anterior per trobar el període;
- podem determinar el període i després utilitzar la relació anterior per trobar la freqüència;
- podem determinar directament i de forma independent tant la freqüència com el període.

Aquí seguirem la primera opció i es pot comprovar que de les altres maneres s'obté el mateix resultat.

3) Com ja hem dit, la freqüència compta el nombre d'oscil·lacions completes que es produeixen en un segon. Nosaltres tenim el nombre d'oscil·lacions completes que es produeixen en 6 segons.

Per tant, només cal que dividim aquest nombre per 6:

$$f = \frac{4}{6} = 0,666.. \approx 0,67 \text{ Hz}$$

4) Per trobar el període, apliquem la relació entre aquest i la freqüència, hi substituïm les dades i resolem:

$$T = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{0,67} = 1,49 \approx 1,5 \text{ s}$$

Velocitat i longitud d'ona

Per resoldre aquests problemes utilitzarem la relació entre la longitud d'ona (la distància entre dos pics o dos ventres), la freqüència i la velocitat de l'ona:

$$v = f \cdot \lambda$$

Càlcul de la velocitat

Sabem que una nota musical té una freqüència de 441 Hz i una longitud d'ona de 0,77 m. A partir d'aquesta informació, dedueix la velocitat de propagació del so.

1) Identifiquem les variables i anem les dades que tenim:

$$f = 441 \text{ Hz}$$

$$\lambda = 0,77 \text{ m}$$

$$v = \text{incògnita}$$

2) Com que tenim la freqüència expressada en Hz ($1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$) podem aplicar directament la fórmula de la velocitat. Hi substituïm les dades i resolem:

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v = 441 \cdot 0,77 = 339,57 \approx 340 \text{ m/s}$$

Aquest és precisament el valor de la velocitat del so que hem estudiat en aquest tema.

Una ona de té una longitud d'ona de 25 mm i un període 0,5 s. Quina és la seva velocitat (amb dos decimals de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anem les dades que tenim:

$$T = 0,5 \text{ s}$$

$$\lambda = 25 \text{ mm}$$

$$v = \text{incògnita}$$

2) En primer lloc, expressarem totes les dades en unitats del Sistema Internacional, per poder substituir-les a les fórmules, de forma adequada:

$$\lambda = 25 \text{ mm} = 0,025 \text{ m}.$$

3) Com que a la fórmula de la velocitat hi apareix la freqüència en comptes del període, però sabem que aquestes dues magnituds estan relacionades, podem procedir de dues maneres diferents:

- podem determinar la freqüència fent servir la fórmula que el relaciona amb el període i aleshores fer-la servir a la fórmula de la velocitat;
- podem fer servir la relació entre la freqüència i el període per trobar una nova fórmula per a la velocitat, que l'expressi en termes del període.

Aquí seguirem la segona opció i es pot comprovar que de l'altra manera s'obté el mateix resultat.

4) Escrivim les dues fórmules:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$v = f \cdot \lambda$$

i les fem servir per eliminar la freqüència de la fórmula de la velocitat i fer-hi aparèixer el període:

$$v = \frac{1}{T} \cdot \lambda = \frac{\lambda}{T}$$

5) Un cop tenim la relació entre la velocitat, la longitud d'ona i el període, hi substituïm les dades i resolem:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$$v = \frac{0,025}{0,5} = 0,05 \text{ m/s}$$

Càlcul de la longitud d'ona

Una ona lluminosa de color taronja té una freqüència de 500 THz. Recordant que la llum viatja a una velocitat de 300.000 km/s, determina quina és la longitud d'ona.

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$f = 500 \text{ THz}$$

$$v = 300.000 \text{ km/s}$$

$$\lambda = \text{incògnita}$$

2) En primer lloc, expressem totes les quantitats en unitats del Sistema Internacional

$$f = 500 \text{ THz} = 500 \cdot 10^{12} \text{ Hz} = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$v = 300.000 \cdot 1.000 \text{ m/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

3) Fem servir la fórmula de la velocitat.

Identifiquem la magnitud que hem de trobar (en aquest cas, la **longitud d'ona**) i l'aïllem:

$$v = f \cdot \lambda \rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$$

4) Substituïm les dades i resolem:

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

Velocitat del so i de la llum

Per resoldre aquests problemes utilitzarem el següent concepte.

Tant el so com la llum són ones amb una determinada velocitat:

$$v_{so} = 340 \text{ m/s}$$

$$v_{llum} = 300.000 \text{ km/s}$$

Per tant la seva propagació no és instantània, sinó que passa un cert temps des que la font comença a emetre una ona fins que un receptor, situat a una determinada distància la rep.

Càlcul de la distància d'una tempesta

Veiem un llampec i, al cap de 5,3 s, sentim el tro. A quina distància es troba la tempesta? (Suposeu que la velocitat de la llum és infinita)

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$v_{so} = 340 \text{ m/s}$$

$$t = 5,3 \text{ s}$$

d = incògnita

2) Com que l'enunciat ens diu que suposem que la velocitat de la llum és infinita, en aquest exercici podem considerar que el llampec s'ha produït en el mateix moment en què en veiem la llum. En realitat, aquesta triga un cert temps en arribar-nos, però com que és tan petit en comparació amb el temps que triga el so, podem menysprear-lo.

3) El temps mesurat entre el llampec i el tro és el que ha trigat el so a recórrer la distància entre la tempesta i nosaltres. Com que es tracta d'un Moviment Rectilini Uniforme, podem fer servir la fórmula:

$$d = v_{so} \cdot t$$

4) Substituïm les dades i resollem:

$$d = 340 \cdot 5,3 = 1.802 \text{ m}$$

Càlcul del temps necessari per enviar un senyal a l'Univers

La Lluna es troba a aproximadament 384.000 km de distància de la Terra. Si hi enviem una ona lluminosa, quant de temps trigarà a arribar-hi?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$v = 300.000 \text{ km/s}$$

$$d = 384.000 \text{ km}$$

$$t = \text{incògnita}$$

2) Com que la distància està expressada en **km** i la velocitat en **km/s**, no és necessari realitzar cap canvi en les unitats.

3) L'ona lluminosa es propaga a velocitat constant entre la Terra i la Lluna. Per tant, podem fer servir la fórmula:

$$t = \frac{d}{v}$$

4) Substituïm les dades i resolem:

$$t = \frac{384.000}{300.000} = 1,28 \text{ s}$$

Per això es diu que la Lluna es troba a 1,28 segons llum de la Terra.

Índex de refracció

Per resoldre aquests problemes utilitzarem la fórmula de l'índex de refracció:

$$n = \frac{v_{\text{buit}}}{v_{\text{medi}}}$$

on, v_{buit} és la velocitat de la llum en el buit (300.000 km/s), i v_{medi} és la seva velocitat en el medi que s'està prenent en consideració.

Càlcul de l'índex de refracció

La velocitat de la llum dins l'aigua és de $2,25 \cdot 10^8$ m/s. Quin és el seu índex de refracció?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$v_{\text{buit}} = 300.000 \text{ km/s}$$

$$v_{\text{aigua}} = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$n = \text{incògnita}$

2) En primer lloc hem d'anar amb compte amb les unitats. L'índex de refracció és una quantitat *adimensional*, que s'obté com a quocient entre dues magnituds amb les mateixes dimensions. Per tant, l'important és assegurar que aquestes dues magnituds estiguin expressades en les mateixes unitats, siguin les que siguin.

Per exemple, podem expressar la velocitat de la llum en el buit en m/s:

$$v_{\text{buit}} = 300.000 \text{ km/s} = 300.000 \cdot 1.000 \text{ m/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

3) Fem servir la fórmula de l'índex de refracció, hi substituïm les dades i resolem:

$$n = \frac{v_{\text{buit}}}{v_{\text{aigua}}}$$

$$n = \frac{3 \cdot 10^8}{2,25 \cdot 10^8} = 1,3333 \approx 1,3$$

Càlcul de la velocitat de la llum en un medi

Se sap que l'índex de refracció d'un determinat vidre és de 1,5. Quina serà la velocitat de la llum en aquest medi (en km/s)?

1) Identifiquem les variables i anem les dades que tenim:

$$v_{\text{buit}} = 300.000 \text{ km/s}$$

$$n = 1,5$$

$$v_{\text{vidre}} = \text{incògnita}$$

2) Fem servir la fórmula de l'índex de refracció

Identifiquem la magnitud que hem de trobar (en aquest cas, la **velocitat de la llum en el vidre**) i l'aïllem:

$$n = \frac{v_{\text{buit}}}{v_{\text{vidre}}} \rightarrow v_{\text{vidre}} = \frac{v_{\text{buit}}}{n}$$

3) Substituïm les dades i resolem:

$$v_{\text{vidre}} = \frac{300.000}{1,5} = 200.000 \text{ km/s}$$

Com que l'índex de refracció és una quantitat adimensional, la velocitat que obtenim està expressada en les mateixes unitats en què teníem expressada la velocitat de la llum en el buit.

Claus generals per resoldre aquests problemes:

- Identifica en l'enunciat els valors numèrics de cada magnitud (les unitats poden ajudar-te a fer-ho).
- Fixa't en les fórmules que hauràs de fer servir per decidir quines són les unitats més adequades per expressar cadascuna de les magnituds.
- No oblidis posar sempre les unitats quan donis el resultat.
- Busca d'entre les equacions que coneixes aquella que contingui totes les variables que et proporciona l'enunciat menys una; gràcies a l'equació podràs calcular-ne el valor. Probablement, amb aquesta nova dada podràs utilitzar una altra equació per a la qual et faltava conèixer dues variables, i una d'elles era la que acabes de trobar.
- A l'hora de donar el resultat, fes-ho amb el nivell de precisió que se't demana. Moltes vegades hauràs de realitzar aproximacions. Recorda que:
 - o si la xifra següent a aquella per on has de tallar és més petita que 5, has de tallar el número sense tocar l'última xifra (aproximació per defecte);
 - o si la xifra següent a aquella per on has de tallar és més gran o igual a 5, has de tallar el número augmentant en una unitat l'última xifra (aproximació per excés).