

Treball

Per resoldre aquests problemes utilitzarem l'equació:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

Aquesta equació expressa el treball en termes de la força aplicada, del desplaçament que aquesta força provoca i del cosinus de l'angle que formen la força i el desplaçament. Si el que has de trobar és una d'aquestes altres tres quantitats, sempre pots aïllar-la i expressar-la en termes de les altres.

Càlcul del treball

Arrosseguem una caixa 23 m, amb una força de 42,5 N. La força i el desplaçament formen un angle de 30°. Quin treball hem realitzat (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$d = 23 \text{ m}$$

$$F = 42,5 \text{ N}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$W = \text{incògnita}$$

Observa que, en aquest cas, totes les quantitats ja estan expressades en unitats del Sistema Internacional.

2) Substituïm les dades a la fórmula del treball i resolem:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$W = 42,5 \cdot 23 \cdot \cos 30^\circ$$

$$W = 846,5398 \text{ J} \approx 846,5 \text{ J}$$

Càlcul de la força

Estirem d'un trineu al llarg de 0,3 km. Sabem que hem realitzat un treball de 248,2 J i que la força que hem aplicat formava un angle de 45° amb l'horitzontal. Quin és el valor d'aquesta força (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$d = 0,3 \text{ km}$$

$$W = 248,2 \text{ J}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$F = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$d = 0,3 \text{ km} = 0,3 \cdot 1.000 \text{ m} = 300 \text{ m}$$

3) Fem servir la fórmula del treball

3a) Podem identificar la magnitud que hem de trobar (en aquest cas la força) i aïllar-la:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \alpha \rightarrow F = W / (d \cos \alpha)$$

A continuació, substituïm les dades i resolem:

$$F = 248,2 / (300 \cdot \cos 45^\circ)$$

$$F = 1,17 \text{ N} \approx 1,2 \text{ N}$$

3b) També podem substituir les dades directament a la fórmula del treball i resoldre:

$$248,2 = F \cdot 300 \cos 45^\circ$$

$$F = 248,2 / (300 \cdot \cos 45^\circ)$$

$$F = 1,17 \text{ N} \approx 1,2 \text{ N}$$

Càlcul del desplaçament

En aplicar una força de 82,7 N sobre una maleta produïm un treball de 700 mJ. Si aquesta força forma un angle de 85° amb el desplaçament, quin és el valor d'aquest (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$F = 82,7 \text{ N}$$

$$W = 700 \text{ mJ}$$

$$\alpha = 85^\circ$$

$$d = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$W = 700 \text{ mJ} = 700 / 1.000 \text{ J} = 0,7 \text{ J}$$

3) Fem servir la fórmula del treball

3a) Podem identificar la magnitud que hem de trobar (en aquest cas el desplaçament) i aïllar-la:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \alpha \rightarrow d = W / (F \cos \alpha)$$

A continuació, substituïm les dades i resolem:

$$d = 0,7 / (82,7 \cdot \cos 85^\circ)$$

$$d = 0,097 \approx 0,1 \text{ m}$$

3b) També podem substituir les dades directament a la fórmula del treball i resoldre:

$$0,7 = 82,7 \cdot d \cos 85^\circ$$

$$d = 0,7 / (82,7 \cdot \cos 85^\circ)$$

$$d = 0,097 \approx 0,1 \text{ m}$$

Energia

Per resoldre aquests problemes utilitzarem les equacions:

Energia cinètica

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Expressa l'energia cinètica en termes de la velocitat i de la massa d'un objecte.

$$E_p = mgh$$

Expressa l'energia potencial gravitacional en termes de l'altura i de la massa d'un objecte. L'acceleració de la gravetat a la Terra val $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

$$E_e = \frac{1}{2}kx^2$$

Expressa l'energia potencial elàstica en termes de la compressió o dilatació respecte de la posició d'equilibri d'una molla (x). La constant de Hooke k, depèn de cada molla.

Càlcul de l'energia cinètica

Una persona de 72 kg es mou a una velocitat de 23 km/h. Quina és la seva energia cinètica (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$m = 72 \text{ kg}$$

$$v = 23 \text{ km/h}$$

$$E_c = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$v = 23 \text{ km/h} = 23 \text{ km/h} \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 23 / 3,6 \text{ m/s} \approx 6,4 \text{ m/s}$$

3) Substituïm les dades a la fórmula de l'energia cinètica i resolem:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_c = 72 \cdot (6,4)^2 / 2$$

$$E_c = 1.474,56 \text{ J} \approx 1.474,6 \text{ J}$$

Càlcul de la velocitat a partir de l'energia cinètica

Una pilota de 800 g colpeja una paret amb una energia de 1.500 J. Quina era la seva velocitat abans de l'impacte (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$m = 800 \text{ g}$$

$$E_c = 1.500 \text{ J}$$

$$v = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$m = 800 \text{ g} = 800 / 1.000 \text{ kg} = 0,8 \text{ kg}$$

3) Fem servir la fórmula de l'energia cinètica

3a) Podem identificar la magnitud que hem de trobar (en aquest cas la velocitat) i aïllar-la:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v^2 = 2 E_c / m \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

A continuació, substituïm les dades i resolem:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1500}{0,8}}$$

$$v = 61,237 \text{ m/s} \approx 61,2 \text{ m/s}$$

3b) També podem substituir les dades directament a la fórmula de l'energia cinètica i resoldre:

$$1.500 = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1500}{0,8}}$$

$$v = 61,237 \text{ m/s} \approx 61,2 \text{ m/s}$$

Càlcul de la massa a partir de l'energia cinètica

Una pedra que es mou a una velocitat de 57 km/h té una energia cinètica de 2.300 J. Quina és la seva massa (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$v = 57 \text{ km/h}$$

$$E_c = 2.300 \text{ J}$$

$$m = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$v = 57 \text{ km/h} = 57 / 3,6 \text{ m/s} \approx 15,8 \text{ m/s}$$

3) Fem servir la fórmula de l'energia cinètica

3a) Podem identificar la magnitud que hem de trobar (en aquest cas la massa) i aïllar-la:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow m = 2 E_c / v^2$$

A continuació, substituïm les dades i resolem:

$$m = 2 \cdot 2.300 / (15,8)^2$$

$$m = 18,427 \text{ m/s} \approx 18,4 \text{ m/s}$$

3b) També podem substituir les dades directament a la fórmula de l'energia cinètica i resoldre:

$$2.300 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (15,8)^2$$

$$m = 61,237 \text{ m/s} \approx 61,2 \text{ m/s}$$

$$m = 2 \cdot 2.300 / (15,8)^2$$

$$m = 18,427 \text{ m/s} \approx 18,4 \text{ m/s}$$

Càlcul de l'energia potencial gravitatòria

Un llibre d'1,3 kg de massa es troba sobre un prestatge a 2,1 m del terra. Quina és la seva energia potencial gravitacional (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$m = 1,3 \text{ kg}$$

$$h = 2,1 \text{ m}$$

$$E_p = \text{incògnita}$$

Observa que, en aquest cas, totes les quantitats ja estan expressades en unitats del Sistema Internacional.

2) Substituïm les dades a la fórmula de l'energia potencial gravitacional i resollem:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = 1,3 \cdot 9,8 \cdot 2,1$$

$$E_p = 26,754 \text{ J} \approx 26,8 \text{ J}$$

Càlcul de l'altura a partir de l'energia potencial

Una persona de 80 kg es puja a una escala. Quan està a dalt de tot, la seva energia potencial és de 1.333 J. A quina altura es troba (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$m = 80 \text{ kg}$$

$$E_p = 1.333 \text{ J}$$

$$h = \text{incògnita}$$

Observa que, en aquest cas, totes les quantitats ja estan expressades en unitats del Sistema Internacional.

2) Fem servir la fórmula de l'energia potencial. Com sempre, podem identificar la magnitud que hem de trobar (en aquest cas l'altura) i aïllar-la, o bé substituir directament les dades a la fórmula de l'energia potencial i resoldre a partir d'allà. A partir d'ara, però, ens limitarem a la primera opció.

Aïllem l'altura:

$$E_p = m \cdot g \cdot h \rightarrow h = E_p / (g \cdot m)$$

A continuació, substituïm les dades i resollem:

$$h = 1.333 / (9,8 \cdot 80)$$

$$h \approx 1,7 \text{ m}$$

Càlcul de la massa a partir de l'energia potencial

Una poma es troba en un ram a 3,8 m del terra. Sabent que té una energia potencial de 7,5 J, quina és la seva massa (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$h = 3,8 \text{ m}$$

$$E_p = 7,5 \text{ J}$$

$$m = \text{incògnita}$$

Observa que, en aquest cas, totes les quantitats ja estan expressades en unitats del Sistema Internacional.

2) Fem servir la fórmula de l'energia potencial. Com sempre, podem identificar la magnitud que hem de trobar (en aquest cas la massa) i aïllar-la, o bé substituir directament les dades a la fórmula de l'energia potencial i resoldre a partir d'allà. A partir d'ara, però, ens limitarem a la primera opció.

Aïllem la massa:

$$E_p = m \cdot g \cdot h \rightarrow m = E_p / (g \cdot h)$$

A continuació, substituïm les dades i resolem:

$$m = 7,5 / (9,8 \cdot 3,8)$$

$$m = 0,201 \text{ kg} \approx 0,2 \text{ kg}$$

Càlcul de l'acceleració de la gravetat a partir de l'energia potencial

Una sonda enviada a Mart té una massa de 500 kg. Quan es troba a una altura de 70 cm del terra, la seva energia potencial és de 1.295 J. A partir d'aquestes dades, dedueix quin és el valor de l'acceleració de la gravetat a Mart (amb un decimal de precisió).

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$h = 70 \text{ cm}$$

$$E_p = 1.295 \text{ J}$$

$$m = 500 \text{ kg}$$

$$g_{\text{Mart}} = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$h = 70 \text{ cm} = 70 / 100 \text{ m} \approx 0,7 \text{ m}$$

3) Fem servir la fórmula de l'energia potencial. Identifiquem la magnitud que hem de trobar (en aquest cas l'acceleració de la gravetat) i la aïllem

$$E_p = m \cdot g_{\text{Mart}} \cdot h \rightarrow g_{\text{Mart}} = E_p / (m \cdot h)$$

A continuació, substituïm les dades i resolem:

$$g_{\text{Mart}} = 1.295 / (500 \cdot 0,7)$$

$$g_{\text{Mart}} = 3,7 \text{ m/s}^2$$

Càlcul de l'energia potencial elàstica

Una molla s'estira 20 cm respecte de la seva posició d'equilibri. La seva constant de Hooke és de 1.200 N/m. Quina és la seva energia potencial elàstica (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$x = 20 \text{ cm}$$

$$k = 1.200 \text{ N/m}$$

$$E_e = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$x = 20 \text{ cm} = 20 / 100 \text{ m} \approx 0,2 \text{ m}$$

3) Substituïm les dades a la fórmula de l'energia potencial elàstica i resolem:

$$E_e = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E_e = \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot (0,2)^2$$

$$E_p = 15.000 \text{ J}$$

Càlcul de la deformació d'una molla a partir de l'energia potencial elàstica

Comprimim una molla amb constant de Hooke de 1.600 N/m de manera que adquireix una energia potencial elàstica de 200 J. Quants cm l'hem comprimida (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$k = 1.600 \text{ N/m}$$

$$E_e = 200 \text{ J}$$

$$x = \text{incògnita}$$

Observa que, en aquest cas, totes les quantitats ja estan expressades en unitats del Sistema Internacional.

2) Fem servir la fórmula de l'energia potencial elàstica. Identifiquem la magnitud que hem de trobar (en aquest cas el desplaçament respecte de la posició d'equilibri) i la aïllem.

$$E_e = \frac{1}{2} k x^2 \rightarrow x^2 = 2 E_e / k \rightarrow x = \sqrt{\frac{2 E_e}{k}}$$

A continuació, substituïm les dades i resolem:

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot 200}{1600}}$$

$$x = 0,5 \text{ m} = 0,5 \cdot 100 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$$

Càlcul de la constant de Hooke d'una molla a partir de l'energia potencial elàstica

Una molla adquireix una energia de 123 J quan l'estirem 90 cm. Quina és la seva constant de Hooke (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$x = 90 \text{ cm}$$

$$E_p = 123 \text{ J}$$

$$k = \text{incògnita}$$

Observa que, en aquest cas, totes les quantitats ja estan expressades en unitats del Sistema Internacional.

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$x = 90 \text{ cm} = 90 / 100 \text{ m} \approx 0,9 \text{ m}$$

3) Fem servir la fórmula de l'energia potencial elàstica. Identifiquem la magnitud que hem de trobar (en aquest cas, la constant de Hooke) i la aïllem.

$$E_e = \frac{1}{2} k x^2 \rightarrow k = 2 E_e / x^2$$

A continuació, substituïm les dades i resolem:

$$k = 2 \cdot 123 / (0,9)^2$$

$$k \approx 303,7 \text{ N/m}$$

Conservació de l'energia

Per resoldre aquests problemes utilitzarem la llei de conservació de l'energia.

$$E_T = E_c + E_p + E_e = \text{constant}$$

Aquesta llei és vàlida sempre que no hi hagi forces de fregament. No cal que hi siguin sempre els tres tipus d'energia.

Càlcul de l'altura final a partir de la conservació de l'energia

Un monopatí es desplaça per una horitzontal a una velocitat de 60 km/h. Al final hi ha una rampa. Fins a quina altura arribarà, abans de tornar enrere (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$v = 60 \text{ km/h}$$

$$h = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$v = 60 \text{ km/h} = 60 / 3,6 \text{ m/s} \approx 16,7 \text{ m/s}$$

3) Utilitzem la conservació de l'energia per trobar una relació entre la incògnita i les dades del problema.

En l'estat inicial només tenim energia cinètica:

$$E_T = E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

En l'estat final només tenim energia potencial:

$$E_T = E_P = m \cdot g \cdot h$$

Com que l'energia total es conserva:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$$

Podem simplificar a banda i banda la massa (per això no importa que no ens en donin el valor a l'enunciat).

$$\frac{1}{2} v^2 = g \cdot h$$

4) Aïllem l'altura, substituïm les dades i resollem.

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

$$h = \frac{(16,7)^2}{2 \cdot 9,8}$$

$$h \approx 14,2 \text{ m}$$

Càlcul de la velocitat final a partir de la conservació de l'energia

Un trineu es troba inicialment quiet a dalt d'una pista a 200 m d'altura de la zona dels remuntadors. Amb quina velocitat hi arribarà (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$h = 200 \text{ m}$$

$$v = \text{incògnita}$$

Observa que, en aquest cas, totes les quantitats ja estan expressades en unitats del Sistema Internacional.

2) Utilitzem la conservació de l'energia per trobar una relació entre la incògnita i les dades del problema:

En l'estat inicial només tenim energia potencial:

$$E_T = E_P = m \cdot g \cdot h$$

En l'estat final només tenim energia potencial:

$$E_T = E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Com que l'energia total es conserva:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Podem simplificar a banda i banda la massa (per això no importa que no ens en donin el valor a l'enunciat).

$$g \cdot h = \frac{1}{2} v^2$$

3) Aïllem la velocitat, substituïm les dades i resolem.

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 200}$$

$$v \approx 62,6 \text{ m/s}$$

Càlcul de l'altura inicial a partir de la conservació de l'energia

Un esquiador es prepara per realitzar un salt. Per tenir èxit, ha de sortir disparat des d'una rampa de 2,5 m d'altura, amb una velocitat de 58 km/h. Des de quina altura s'haurà de llançar (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$v = 58 \text{ km/h}$$

$$h_f = 2,5 \text{ m}$$

$$h_i = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$v = 58 \text{ km/h} = 58 / 3,6 \text{ m/s} \approx 16,1 \text{ m/s}$$

3) Utilitzem la conservació de l'energia per trobar una relació entre la incògnita i les dades del problema.

En l'estat inicial només tenim energia potencial:

$$E_T = m \cdot g \cdot h_i$$

En l'estat final tenim energia potencial i energia cinètica:

$$E_T = m \cdot g \cdot h_f + \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Com que l'energia total es conserva:

$$m \cdot g \cdot h_i = m \cdot g \cdot h_f + \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Podem simplificar a banda i banda la massa (per això no importa que no ens en donin el valor a l'enunciat).

$$g \cdot h_i = g \cdot h_f + \frac{1}{2} v^2$$

4) Aïllem l'altura inicial, substituïm les dades i resollem.

$$h_i = h_f + \frac{v^2}{2g}$$

$$h_i = 2,5 + \frac{(16,1)^2}{2 \cdot 9,8}$$

$$h_i \approx 15,7 \text{ m}$$

Càlcul de la velocitat inicial a partir de la conservació de l'energia

Un patinador ha de realitzar un salt. Per fer-ho, ha d'arribar a dalt d'una rampa d'1,3 m amb una velocitat de 22,5 m/s. Sabent que es llança des d'una altura de 5,2 m, quina ha de ser la seva velocitat inicial (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$h_i = 5,2 \text{ m}$$

$$h_f = 1,3 \text{ m}$$

$$v_f = 22,5 \text{ m/s}$$

$$v_i = \text{incògnita}$$

Observa que, en aquest cas, totes les quantitats ja estan expressades en unitats del Sistema Internacional.

2) Utilitzem la conservació de l'energia per trobar una relació entre la incògnita i les dades del problema:

En l'estat inicial tenim energia potencial i energia cinètica:

$$E_T = m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2} m \cdot v_i^2$$

En l'estat final tenim energia potencial i energia cinètica:

$$E_T = m \cdot g \cdot h_f + \frac{1}{2} m \cdot v_f^2$$

Com que l'energia total es conserva:

$$m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2} m \cdot v_i^2 = m \cdot g \cdot h_f + \frac{1}{2} m \cdot v_f^2$$

Podem simplificar a banda i banda la massa (per això no importa que no ens en donin el valor a l'enunciat).

$$g \cdot h_i + \frac{1}{2} v_i^2 = g \cdot h_f + \frac{1}{2} v_f^2$$

3) Aïllem la velocitat inicial, substituïm les dades i resollem.

$$v_i = \sqrt{2g(h_f - h_i) + v_f^2}$$

$$v_i = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot (1,3 - 5,2) + (22,5)^2}$$

$$v_i \approx 20,7 \text{ m/s}$$

Càlcul de la deformació d'una molla a partir de la conservació de l'energia

Una persona de 62,5 kg cau des d'una altura de 1,5 m sobre una molla amb constant de Hooke de 1.100 N/m. Quant es comprimirà aquesta molla (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$m = 62,5 \text{ kg}$$

$$h = 150 \text{ m}$$

$$k = 1.100 \text{ N/m}$$

$$x = \text{incògnita}$$

Observa que, en aquest cas, totes les quantitats ja estan expressades en unitats del Sistema Internacional.

2) Utilitzem la conservació de l'energia per trobar una relació entre la incògnita i les dades del problema.

En l'estat inicial només tenim energia potencial gravitacional:

$$E_T = E_P = m \cdot g \cdot h$$

En l'estat final només tenim energia potencial elàstica:

$$E_T = E_E = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

Com que l'energia total es conserva:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

3) Aïllem la compressió, substituïm les dades i resolem.

$$x = \sqrt{\frac{2m \cdot g \cdot h}{k}}$$

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot 62,5 \cdot 9,8 \cdot 150}{1100}}$$

$$x \approx 1,3 \text{ m}$$

Càlcul de la de la massa a partir de la conservació de l'energia

Una pedra cau des d'una altura de 80 cm sobre una molla de constant de Hooke de 1.500 N/m i la comprimeix 20 cm. Si la seva velocitat inicial és de 20 m/s, quina és la seva massa (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$h = 80 \text{ cm}$$

$$v = 20 \text{ m/s}$$

$$k = 1500 \text{ N/m}$$

$$x = 20 \text{ cm}$$

$$m = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$h = 80 \text{ cm} = 80 / 100 \text{ m} = 0,8 \text{ m}$$

$$x = 20 \text{ cm} = 20 / 100 \text{ m} = 0,2 \text{ m}$$

3) Utilitzem la conservació de l'energia per trobar una relació entre la incògnita i les dades del problema.

En l'estat inicial tenim energia potencial gravitatòria i energia cinètica:

$$E_T = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m v^2$$

En l'estat final només tenim energia potencial elàstica:

$$E_T = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

Com que l'energia total es conserva:

$$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

4) Aïllem la massa, substituïm les dades i resollem.

$$m = \frac{kx^2}{(2gh + v^2)}$$

$$m = \frac{1500 \cdot (0,2)^2}{(2 \cdot 9,8 \cdot 0,8 + 20^2)}$$

$$m \approx 0,1 \text{ kg}$$

Fregament

Per resoldre aquests problemes utilitzarem l'equació:

$$E_f = E_i - W_{fr}$$

Aquesta equació expressa el fet que quan hi ha fregament l'energia total final és igual a la inicial menys el treball realitzat pel fregament.

De vegades, el treball del fregament es dóna com a percentatge d'energia perduda: X%. En aquest cas, l'energia final es relaciona amb l'energia inicial segons:

$$E_f = E_i (1 - X/100)$$

Com que X està comprés entre 0 i 100, el número entre parèntesi sempre serà més petit que 1. Això vol dir que quan hi ha fregament, l'energia final sempre serà més petita que la inicial.

Càlcul del treball del fregament (I)

Un esquiador de 65 kg es llança des d'una altura de 50 m. Un cop arriba a baix de tot, recorre una certa distància fins que travessa la meta a una velocitat de 12,3 m/s. Quina és l'energia que s'ha perdut a causa del fregament (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$h = 50 \text{ m}$$

$$m = 65 \text{ kg}$$

$$v = 12,3 \text{ m/s}$$

$$W_{fr} = \text{incògnita}$$

Observa que, en aquest cas, totes les quantitats ja estan expressades en unitats del Sistema Internacional.

2) Calculem les energies inicial i final.

En l'estat inicial només tenim energia potencial:

$$E_i = m \cdot g \cdot h$$

Podem substituir-hi les dades:

$$E_i = 65 \cdot 9,8 \cdot 50$$

$$E_i = 31.850 \text{ J}$$

En l'estat final només tenim energia cinètica:

$$E_f = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Podem substituir-hi les dades:

$$E_f = 65 \cdot (12,3)^2 / 2$$

$$E_f = 4.916,9 \text{ J}$$

3) Utilitzem la relació entre les energies inicial i final i el treball fet per les forces de fregament i hi aïllem aquesta última quantitat.

$$E_f = E_i - W_{fr} \rightarrow W_{fr} = E_i - E_f$$

Substituïm els valors de les energies que acabem d'obtenir i resolem.

$$W_{fr} = 31.850 - 4.916,9$$

$$W_{fr} = 26.933,1 \text{ J}$$

Càlcul del treball del fregament (II)

Una pilota de 600 g cau des d'una altura d'1,3 m, rebota i arriba fins a una altura de 0,9 m. Quina energia li ha transmès la pilota al terra (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$h_i = 1,3 \text{ m}$$

$$h_f = 0,9 \text{ m}$$

$$m = 600 \text{ g}$$

$$W_{fr} = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$m = 600 \text{ g} = 600 / 1.000 \text{ kg} \approx 0,6 \text{ kg}$$

3) Calculem les energies inicial i final.

En l'estat inicial només tenim energia potencial:

$$E_i = m \cdot g \cdot h_i$$

Podem substituir-hi les dades:

$$E_i = 0,6 \cdot 9,8 \cdot 1,3$$

$$E_i = 7,6 \text{ J}$$

En l'estat final només tenim energia potencial:

$$E_f = m \cdot g \cdot h_f$$

Podem substituir-hi les dades:

$$E_f = 0,6 \cdot 9,8 \cdot 0,9$$

$$E_f = 5,3 \text{ J}$$

3) Utilitzem la relació entre les energies inicial i final i el treball fet per les forces de fregament i hi aïllem aquesta última quantitat:

$$E_f = E_i - W_{fr} \rightarrow W_{fr} = E_i - E_f$$

Substituïm els valors de les energies que acabem d'obtenir i resolem.

$$W_{fr} = 7,6 - 5,3$$

$$W_{fr} = 2,3 \text{ J}$$

Càlcul de l'altura final quan hi ha fregament

Un carret de 18 kg cau per un pendent, des d'una altura de 30 m i amb una velocitat inicial de 47 km/h. Quan arriba a baix, recorre una certa distància horitzontalment i després es troba amb una rampa. Sabent que es perd una energia de 4.700 J per les forces de fregament, fins a quina altura aconseguirà pujar (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$h_i = 30 \text{ m}$$

$$m = 18 \text{ kg}$$

$$v = 47 \text{ km/h}$$

$$W_{fr} = 4.700 \text{ J}$$

$$h_f = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$v = 47 \text{ km/h} = 47 / 3,6 \text{ m/s} \approx 13,1 \text{ m/s}$$

3) Utilitzem la relació entre les energies inicial i final, i el treball fet per les forces de fregament i hi aïllem l'altura final.

En l'estat inicial tenim energia potencial i energia cinètica:

$$E_i = m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2} m v^2$$

Podem substituir-hi les dades:

$$E_i = 18 \cdot 9,8 \cdot 30 + 18 \cdot (13,1)^2 / 2$$

$$E_i = 6836,5$$

En l'estat final només tenim energia potencial:

$$E_f = m \cdot g \cdot h_f$$

La relació entre l'energia inicial, l'energia final i el treball del fregament és:

$$E_f = E_i - W_{fr}$$

Per tant,

$$m \cdot g \cdot h_f = E_i - W_{fr}$$

D'aquí podem aïllar l'altura final.

$$h_f = (E_i - W_{fr}) / (m \cdot g)$$

4) Substituïm les dades i els valors d'Ei que acabem d'obtenir i resolem.

$$h_f = (6836,5 - 4700) / (18 \cdot 9,8)$$

$$h_f = 12,1 \text{ m}$$

Càlcul de la velocitat final quan hi ha fregament

Un patinador de 74 kg es mou inicialment a 34 km/h. Està a punt de realitzar un salt per al qual ha de pujar una rampa de 2,3 m d'altura. Sabent que perd un 20% d'energia a causa del fregament, amb quina velocitat sortirà disparat de la rampa (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$v_i = 34 \text{ km/h}$$

$$m = 74 \text{ kg}$$

$$h = 2,3 \text{ m}$$

$$\text{pèrdua d'energia per fregament} = 20\%$$

$$v_f = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$v_i = 34 \text{ km/h} = 34 / 3,6 \text{ m/s} \approx 9,4 \text{ m/s}$$

3) Utilitzem la relació entre les energies inicial i final i la pèrdua d'energia per fregament i hi aïllem la velocitat final.

En l'estat inicial només tenim energia cinètica:

$$E_i = \frac{1}{2} m \cdot v_i^2$$

Podem substituir-hi les dades:

$$E_i = 74 \cdot (9,4)^2 / 2$$

$$E_i = 3.269,3 \text{ J}$$

La relació entre l'energia inicial, l'energia final i la pèrdua d'energia per fregament és:

$$E_f = E_i (1 - X/100)$$

Per tant,

$$\frac{1}{2} m \cdot v_f^2 + m \cdot g \cdot h = E_i (1 - X/100)$$

D'aquí podem aïllar la velocitat final:

$$v_f = \sqrt{\frac{2}{m} \left[E_i \left(1 - \frac{X}{100} \right) - m \cdot g \cdot h \right]}$$

Podem substituir-hi les dades i el valor d' E_i que ja hem calculat, i resoldre:

$$v_f = \sqrt{\frac{2}{74} \left[3269,3 \left(1 - \frac{20}{100} \right) - 74 \cdot 9,8 \cdot 2,3 \right]}$$

$$v_f = 5,1 \text{ m/s}$$

Calor

Per resoldre aquests problemes utilitzarem l'equació:

$$Q = C_e \cdot m \cdot (T_f - T_i)$$

Aquesta equació expressa la quantitat de calor que s'absorbeix, en termes de la calor específica, de la massa i de la variació de temperatura.

Càlcul de la quantitat de calor

S'escalfa un tros de coure de 200 g, i augmenta la seva temperatura en 57°C. Sabent que la seva calor específica és de $385 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$, quina és la quantitat de calor que ha absorbit (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$m = 200 \text{ g}$$

$$T_f - T_i = 57^\circ\text{C}$$

$$C_e = 385 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$Q = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$m = 200 \text{ g} = 200 / 1.000 \text{ kg} = 0,2 \text{ g}$$

3) Substituïm les dades a la fórmula de la calor i resolem:

$$Q = C_e \cdot m \cdot (T_f - T_i)$$

$$Q = 385 \cdot 0,2 \cdot 57$$

$$Q = 4389 \text{ J}$$

Càlcul de la calor específica

S'aplica a una mostra d'un material desconegut una quantitat de calor de 500 cal. La seva massa és de 1,2 kg i s'observa que la seva temperatura augmenta en 5 K. Quant val la calor específica d'aquest material (amb un decimal de precisió)?

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$m = 1,2 \text{ kg}$$

$$T_f - T_i = 5 \text{ K}$$

$$Q = 500 \text{ cal}$$

$$C_e = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$Q = 500 \text{ cal} = 500 \cdot 4,185 \text{ J} = 2092,5 \text{ J}$$

3) Fem servir la fórmula de la calor. Identifiquem la variable que volem trobar (en aquest cas la calor específica) i resollem:

$$Q = C_e \cdot m \cdot (T_f - T_i) \rightarrow C_e = \frac{Q}{m \cdot (T_f - T_i)}$$

$$C_e = \frac{2092,5}{1,2 \cdot 5}$$

$$C_e = 348,8 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Càlcul de la temperatura final

Una olla amb 2 l d'aigua es troba inicialment a una temperatura de 23°C. Se li aplica una quantitat de calor de 4.500 J. Sabent que la calor específica de l'aigua és de $C_e = 1 \text{ cal} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, calcula la temperatura final (amb un decimal de precisió).

1) Identifiquem les variables i anotem les dades que tenim:

$$V_{\text{aigua}} = 2 \text{ l}$$

$$T_i = 23^\circ\text{C}$$

$$C_e = 1 \text{ cal} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$Q = 4.500 \text{ J}$$

$$T_f = \text{incògnita}$$

2) Convertim totes les unitats al mateix sistema (ex: Sistema Internacional):

$$C_e = 1 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \cdot \frac{4,185 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 4.185 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

3) Com que a la fórmula de la calor apareix la massa, hem de trobar quina massa d'aigua tenim a partir del seu volum. Sabem que la densitat de l'aigua és de 1 kg / l. De manera que tenim una massa de 2 kg d'aigua.

4) Fem servir la fórmula de la calor. Identifiquem la variable que volem trobar (en aquest cas la temperatura final) i resollem:

$$Q = C_e \cdot m \cdot (T_f - T_i) \rightarrow T_f = \frac{Q}{C_e \cdot m} + T_i$$

$$T_f = \frac{4500}{4185 \cdot 2} + 23$$

$$T_f = 23,5^\circ\text{C}$$

Claus generals per resoldre aquests problemes:

Identifica en l'enunciat els valors numèrics de cada magnitud (les unitats poden ajudar-te a fer-ho).

Passa totes les dades a un mateix sistema d'unitats (habitualment al Sistema Internacional).

No oblidis posar sempre les unitats quan donis el resultat.

En alguns exercicis hauràs de calcular el cosinus d'un angle. La calculadora et permet fer-ho, però has d'assegurar-te que està configurada de tal manera que llegeixi els angles en graus.

Busca entre les equacions que coneixes aquella que conté totes les variables que et proporciona l'enunciat menys una. Gràcies a l'equació podràs calcular el seu valor. Probablement, amb aquesta nova dada, podràs utilitzar una altra equació per a la qual et faltava conèixer dues variables, i una d'elles era aquesta.

A l'hora de donar el resultat, fes-ho amb el nivell de precisió que se't demana. Moltes vegades hauràs de realitzar aproximacions. Recorda el següent:

- Si la xifra següent a aquella per on has de tallar és més petita que 5, has de tallar el número sense tocar l'última xifra (aproximació per defecte);*
- Si la xifra següent a aquella per on has de tallar és més gran o igual a 5, has de tallar el número augmentant en una unitat l'última xifra (aproximació per excés).*