

CINEMÀTICA: INTRODUCCIÓ

La cinemàtica és la ciència que estudia el moviment dels cossos.

Però un moviment (un canvi de localització) no té pas cap sentit sense un sistema de referència.

Sistemes de referència i mòbils

Sistema de referència: aquell cos o conjunt de cossos que fem servir per referir la posició d'un objecte en moviment.

Habitualment, el nostre sistema de referència és la superfície de la Terra. Però en d'altres casos pot ser més útil fer-ne servir un altre. Per exemple, per descriure el moviment dels planetes del Sistema Solar és més senzill prendre com a sistema de referència el Sol.

El cos que es troba en moviment respecte del sistema de referència s'anomena **mòbil**.

Quan la mida del mòbil és molt petita comparada amb el recorregut que realitza, negligim les seves dimensions i aleshores diem que es tracta d'un **mòbil puntual**. En aquest llibre considerarem tots els mòbils com a mòbils puntuals.

Desplaçament, rapidesa, velocitat i acceleració

Quan ens movem realitzem un **desplaçament**. Anem d'una posició inicial a una posició final.

$$\text{Desplaçament} = \text{Posició final} - \text{Posició inicial}$$



$$\text{Desplaçament} = x_f - x_o = \Delta x$$

Desplaçament: distància entre la posició inicial (x_o) i la posició final (x_f) del mòbil amb el signe corresponent al sentit de x_o cap a x_f .

Això ho fem seguint una trajectòria.

Trajectòria: conjunt de punts per on passa el mòbil puntual en el seu desplaçament.

Quan la trajectòria és una recta, el desplaçament coincideix amb l'espai total recorregut.

Per anar d'un punt a un altre triguem un temps. Així podem definir la **rapidesa** com l'espai que hem recorregut en un temps determinat.

Però no només és important la rapidesa del moviment, sinó també la seva direcció i sentit. Per això, en Física, quan utilitzem el terme **velocitat** no només fem referència a la rapidesa, sinó també a la direcció i el sentit del moviment.

Normalment, quan viatgem d'un lloc a un altre no anem contínuament a la mateixa velocitat: frenem, accelerem... Per aquest motiu podem definir una **velocitat mitjana**, simplement prenent el desplaçament total realitzat i dividint-lo entre el temps total que hem trigat a cobrir-lo:



$$v_m = \frac{\Delta x}{t} = \frac{(x_f - x_o)}{t}$$

Tanmateix, a cada instant de temps el mòbil porta una velocitat concreta: és la **velocitat instantània**.

Velocitat mitjana: desplaçament efectuat pel mòbil durant cada unitat de temps entre l'instant inicial i final del desplaçament.

Velocitat instantània: és la velocitat mitjana en un interval de temps infinitament curt.

Rapidesa: és el valor absolut de la velocitat del mòbil.

Així doncs, la velocitat dels mòbils pot variar. El ritme al qual es produeix aquesta variació és el que anomenem acceleració.

Acceleració: és el canvi de velocitat que es produeix en la unitat de temps.



$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{(v_f - v_o)}{t}$$

Però l'acceleració, igual que la velocitat, no sempre és constant al llarg del temps, sinó que pot anar canviant a cada instant.

També igual que per a la velocitat, existeix una acceleració instantània, que inclou una direcció i un sentit.


MOVIMENT RECTILINI UNIFORME (MRU)

Quan viatgem per una trajectòria recta i la nostra velocitat és constant seguim un moviment rectilini uniforme.

Atès que la velocitat és constant, el mòbil realitza el mateix desplaçament en el mateix interval de temps. Per exemple, si recorre 10 metres cada 5 segons, la seva velocitat és doncs:


$$v = \frac{\Delta x}{t} = \frac{10m}{5s} = \frac{2m}{s}$$

Si el mòbil realitza aquest mateix moviment però en sentit contrari, obtenim el mateix resultat però amb signe negatiu:


$$v = \frac{\Delta x}{t} = \frac{x_f - x_o}{t} = \frac{20 - 30}{5} = \frac{-2m}{s}$$

El signe només ens està indicant en quin sentit es produeix el desplaçament, cap a quin extrem de la recta es mou el mòbil.

Equacions i representació gràfica

L'equació fonamental del moviment rectilini uniforme és:

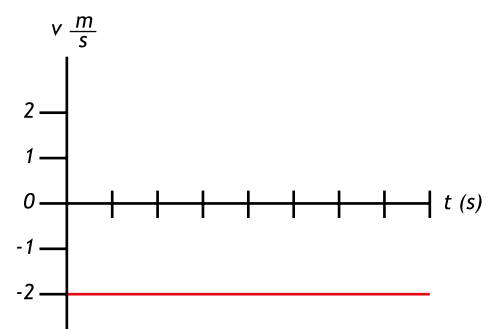
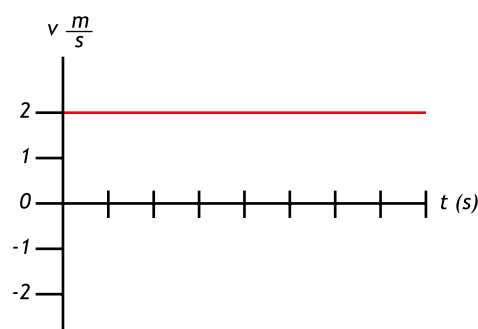


$$x_f = x_o + vt$$

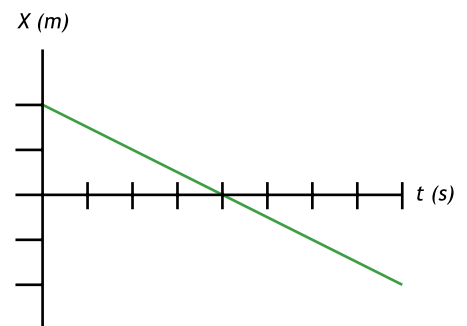
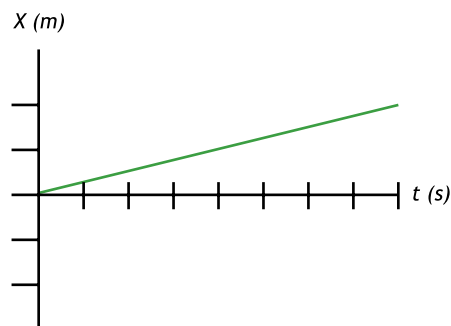
On:

- x_f = posició final
- x_o = posició inicial
- v = velocitat
- t = temps

Gràfica v-t: Com que la velocitat és constant, la seva representació gràfica respecte al temps (és a dir, la forma com canvia la velocitat a mesura que avança el temps) és una recta horitzontal: no canvia mai.



Gràfica x-t: La representació gràfica de la posició final respecte al temps, en canvi, és una recta obliqua. A mesura que passa el temps, el mòbil va canviant de posició. El seu pendent és la velocitat (v) i la seva ordenada a l'origen és la posició inicial (x_o).



MOVIMENT RECTILINI UNIFORMEMENT ACCELERAT (MRUA)

Quan viatgem per una trajectòria recta i la nostra **acceleració** és constant seguim un moviment rectilini uniformement accelerat.

Això vol dir que la velocitat del mòbil augmenta (o disminueix) a un ritme constant.

Si l'acceleració del mòbil és de 1 m/s^2 , això vol dir que a cada segon la seva velocitat ha augmentat en un 1 m/s .

L'acceleració també pot ser negativa.

Això pot succeir per dos motius:

- perquè el mòbil està frenant a partir d'una velocitat positiva
- perquè el mòbil està accelerant en el sentit negatiu del desplaçament

Equacions i representació gràfica

L'equació del moviment rectilini uniformement accelerat és:

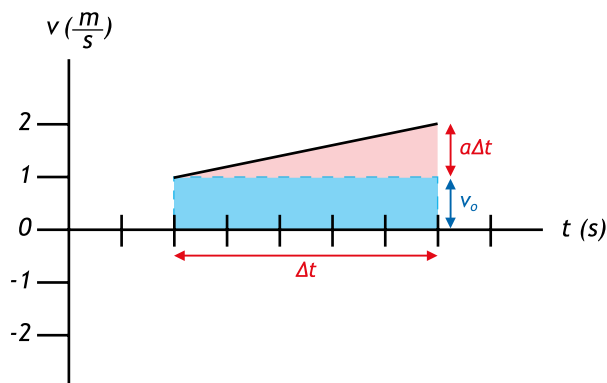


$$x_f = x_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

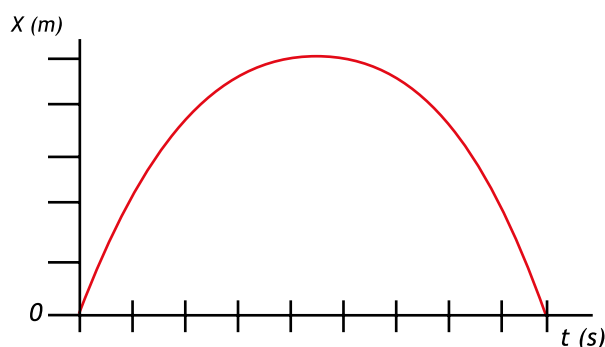
On:

- x_f = posició final
- x_o = posició inicial
- v_o = velocitat
- t = temps
- a = acceleració

Gràfica v-t: La representació gràfica de la velocitat respecte al temps és una recta obliqua. A mesura que passa el temps, la velocitat del mòbil va canviant, ja sigui augmentant o disminuint. El seu pendent depèn de l'acceleració (a) i la seva ordenada a l'origen és la velocitat inicial (v_o).



Gràfica x-t: Pel que fa a la gràfica de la posició respecte del temps obtindrem una paràbola. Això no ens ha d'estranyar pas, atès que l'equació $x(t)$ és de segon grau.



Una altra equació útil del MRUA és:

$$v_f^2 - v_o^2 = 2a\Delta x$$

CAIGUDA LLIURE

Un cas concret i quotidià de moviment rectilini uniformement accelerat és el dels cossos en caiguda lliure.

Galileu Galilei (1564-1642) va fer experiments deixant caure boles de diferents materials per plans inclinats i mesurant el temps que trigaven en arribar a terra fent servir el seu propi pols com a rellotge. Amb això va comprovar que la distància que recorria un objecte en caiguda era proporcional al quadrat del temps, cosa que coincideix amb l'equació:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2$$

Galileu també es va preguntar si el ritme de caiguda dels objectes depenia de la seva massa. Sorprenentment, els seus experiments van produir un resultat inesperat: **en absència d'aire, tots els objectes cauen amb la mateixa acceleració, independentment de la seva massa.**

Una ploma pateix una gran resistència de l'aire i normalment cau poc a poc. Però en el buit, com podria ser a la Lluna, cau tan ràpid com un totxo.

En presència d'aire, els cossos lleugers cauen lentament perquè el fregament amb l'aire els afecta més que als cossos pesats.

En absència d'aire, tots cauen igual.

Podem comprovar aquest fet utilitzant una campana on hi hem fet el buit, extraient tot l'aire del seu interior mitjançant una bomba.

L'acceleració a la qual cauen tots els objectes és la constant g .

La constant g s'anomena acceleració de la gravetat i, al nivell del mar, és de $9,81 \text{ m/s}^2$, aproximadament. En realitat, aquest valor és lleugerament diferent entre uns punts de la superfície terrestre i uns altres; i també varia amb l'altitud. Això té a veure amb les propietats de la força de la gravetat. Com que les diferències són força petites, però, acceptarem aquest valor per a qualsevol punt de la superfície o per a altituds de fins a 10.000 metres.

Quan llancem cap amunt i verticalment (o per un pla inclinat) un objecte, la seva velocitat disminueix fins que arriba al punt de màxima altitud, on, per un instant, la seva velocitat és **zero**. A continuació torna a caure augmentant la seva velocitat en sentit contrari fins que assoleix la mateixa velocitat que tenia a l'inici just quan arriba a terra (si negligim la resistència de l'aire).

És l'acceleració a dalt de tot també zero?

No! L'acceleració durant tot el moviment és la mateixa: $9,8 \text{ m/s}^2$ en sentit cap a terra. És a dir, $-9,8 \text{ m/s}^2$.

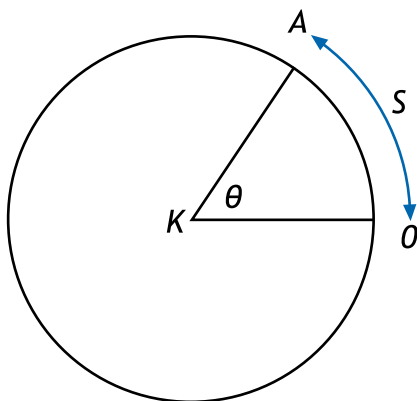
Aquesta acceleració fa que la velocitat positiva inicial es redueixi fins a zero (al punt més alt del moviment) i que després augmenti la velocitat negativa de l'objecte.

MOVIMENT CIRCULAR UNIFORME (MCU)

El moviment circular és el que té com a trajectòria una circumferència.

Per determinar la posició d'un mòbil en la circumferència s'escull un punt d'ella com a punt zero: habitualment s'escull el que ocupa les 3h en un rellotge.

Si el mòbil està situat en un punt A, podem determinar la seva posició de dues maneres:



- Posició lineal: Mitjançant la longitud de l'arc S , els extrems del qual són O i A .
- Posició angular: Mitjançant l'angle θ que formen els radis KO i KA .

Per dir que hem trobat al punt A, puc dir:

- O bé queestic a una longitud d'arc S del punt O .
- O bé queestic a una distància angular d'angle θ del punt O .

En el Sistema Internacional d'Unitats, l'arc S l'expressem en metres (m) i l'angle θ en radians (rad).

Un radiant és l'angle que comprèn un arc de longitud igual al radi.

És a dir, si sobre una circumferència dibuixem un arc que tingui la mateixa longitud que el radi d'aquesta circumferència, l'angle resultant d'unir els seus extrems amb el centre de la circumferència mesurarà un radiant. Aquest angle és sempre igual, sigui quin sigui el radi de la circumferència.

Els radians són un fantàstic invent dels matemàtics que ens permet saltar entre arcs i angles de forma molt senzilla. L'única cosa que cal fer és multiplicar o dividir pel radi.

Per exemple:

A) Si la meua posició angular és $\theta = 1,25$ radians en una circumferència de radi 4 metres, la posició lineal equivalent serà:
 $x = 1,25 \times 4 = 5$ metres

B) I si estic en una posició lineal de $x = 12$ metres en una circumferència de radi 2 metres, la meua posició angular equivalent serà $\theta = 12 / 2 = 6$ radians

En moure'ns per la circumferència, podem recórrer-la en els dos sentits. Un serà el positiu (habitualment, el sentit contrari a les agulles del rellotge) i l'altre el negatiu.

Quan el mòbil segueix un moviment circular i ho fa cobrint la mateixa longitud d'arc en el mateix interval de temps, aleshores segueix un **moviment circular uniforme**.

De la mateixa manera que teníem una posició lineal i una posició angular, per descriure el moviment circular podem fer servir tant la velocitat lineal com la velocitat angular:

- La velocitat lineal (v) indica la longitud d'arc recorreguda en la unitat de temps i l'expressem en m/s. És equivalent a la velocitat del MRU.



$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

- La velocitat angular (ω) indica l'angle girat pel mòbil en la unitat de temps i l'expressem en rad/s.



$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$