

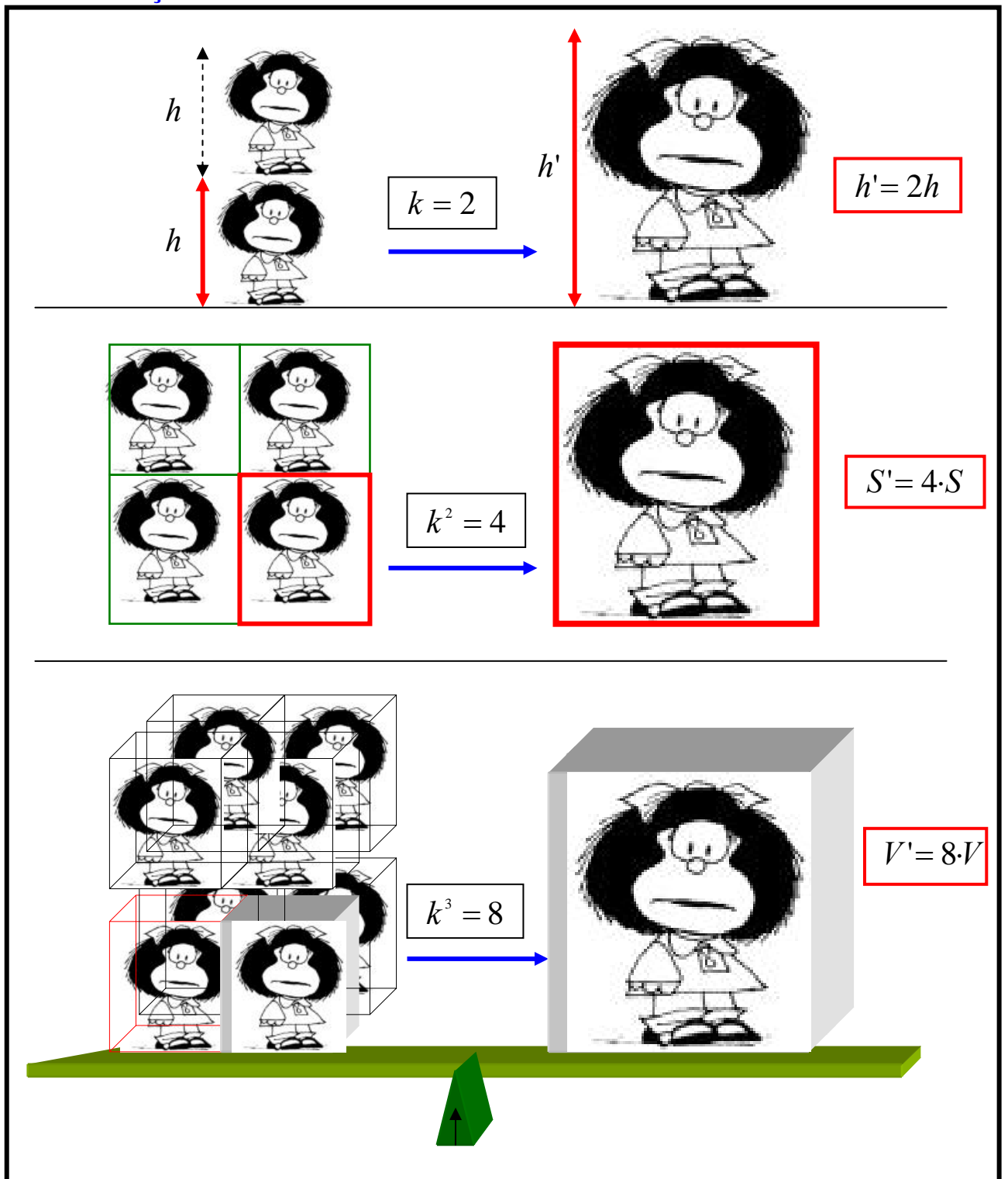


TEOREMA DE THALES I SEMBLANÇA

1. TEOREMA DE THALES

2. SEMBLANÇA

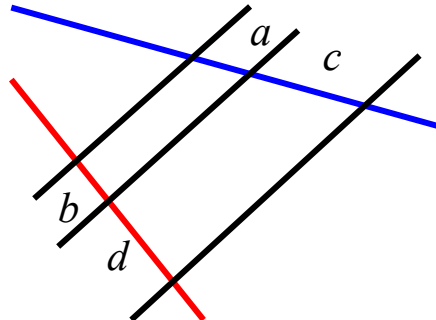
SEMBLANÇA





TEOREMA DE THALES

Si dues rectes són tallades per un feix de restes paral·leles, els segments corresponents sobre cada una de les dues rectes són proporcionals. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

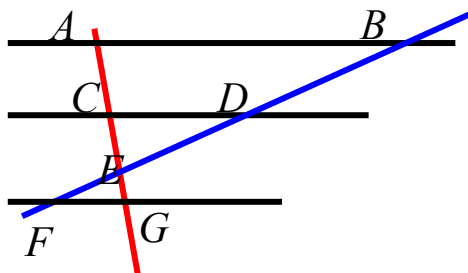


EXERCICIS

1.1

Si: $AB = 8cm$ $AC = 3cm$ $CD = 7/2cm$ $ED = 4cm$.

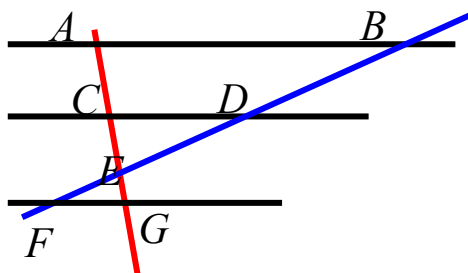
Calculeu: BD i CE



Sol. $BD = 36/7 cm$ $CE = 7/3 cm$

1.2

Si: $AC=3cm$ $CD =5cm$ $DB=7cm$ $DE=6cm$. Calculeu: AB i CE .

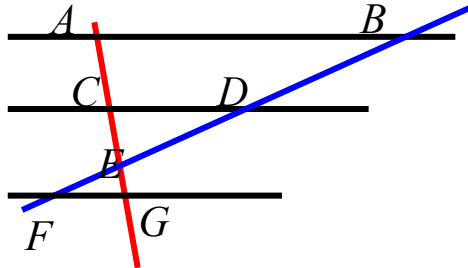


Sol. $AB = 65/6 cm$ $CE = 18/7 cm$



1.3

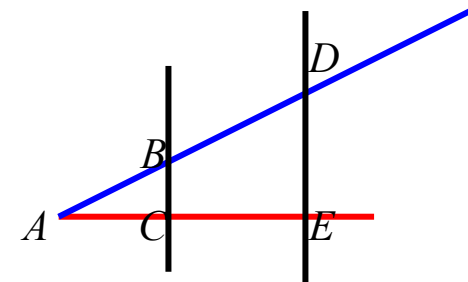
Si: $CD=3\text{cm}$ $BD=5\text{cm}$ $DE=4\text{cm}$ $EG=1\text{cm}$ $FG=2\text{cm}$
 Calculeu: AB , AC , CE i EF



Sol. $AB = 27/4 \text{ cm}$ $AC = 15/8 \text{ cm}$ $CE = 3/2 \text{ cm}$ $EF = 8/3 \text{ cm}$

1.4

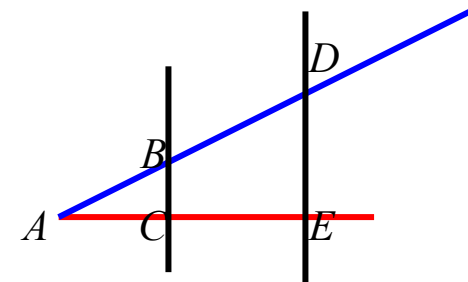
Si: $AB = 5\text{cm}$ $AC = 4\text{cm}$ $DE = 7\text{cm}$. Calculeu l'àrea del trapezi $CBDE$



Sol. $80/3 \text{ cm}^2$

1.5

Si: $BD = 1/25 \text{ CE}$ i l'àrea del triangle $ABC = 48\text{cm}^2$.
 Calculeu el perímetre del triangle ABC



Sol. 24cm .



2. SEMBLANÇA

NIVELLI

2.1

Digues si són o no són semblants les figures següents:

2.1.1 Dues circumferències de diferents radis.

2.1.2 Dos triangles amb dos angles iguals i diferent àrea

2.1.3 Dos triangles amb un angle igual i mateixa àrea

2.1.4 Dos quadrats de diferent perímetre

2.1.5 Dos rectangles de la mateixa àrea

2.1.6 Dos rectangles on les seves diagonals formen un mateix angle

2.1.7 Dos rectangles amb el mateix perímetre

2.1.8 Dos rectangles amb la mateixa àrea.

2.1.9 Dos sectors circulars amb el mateix radi

2.1.10 Dos sectors circulars amb la mateixa longitud

2.1.11 Dos sectors circulars amb la mateixa amplitud

2.1.12 Dos polígons regulars del mateix perímetre

2.1.13 Dos polígons regulars amb el mateix nombre de costats

2.1.14 Dos cilindres en que la seva altura triplica el seu radi

2.1.15 Dues esferes de diferent superfície

2.1.16 Dos cilindres del mateix volum

2.1.17 Dos cilindres amb la mateixa superfície lateral

2.1.18 Dos ortòedres de la mateixa capacitat

2.1.19 Dos cons en que la seva generatriu duplica el seu radi

2.1.20 Dos cons de la mateixa superfície lateral

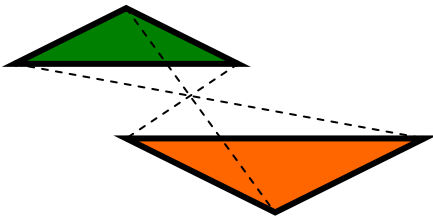
Sol.

2.1.1 Si	2.1.2 Si	2.1.3 No	2.1.4 Si	2.1.5 No
2.1.6 Si	2.1.7 No	2.1.8 No	2.1.9 No	2.1.10 No
2.1.11 Si	2.1.12 No	2.1.13 Si	2.1.14 Si	2.1.15 Si
2.1.16 No	2.1.17 No	2.1.18 No	2.1.19 Si	2.1.20 No



2.2

Un triangle té per perímetre 45 cm i els seus costats són directament proporcionals a un altre triangle de costats 2,3 i 4cm respectivament. Trobeu la mesura dels seus costats.



Sol. 10cm 15cm 20cm

2.3

Un triangle té 10cm de perímetre i 20cm^2 d'àrea. Trobeu l'àrea d'un segon triangle semblant al primer que té 15cm de perímetre

Raonament

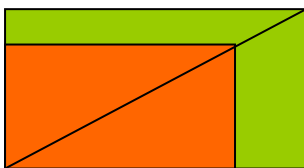
Raó de semblança de les longituds $k = 15/10 = 1'5$

Raó de semblança de les àrees $k^2 = 1'5 \cdot 1'5 = 2'25$

Àrea del gran = $2'25 \cdot \text{Àrea del petit} = 2'25 \cdot 20 = 45\text{cm}^2$

Sol. 45cm^2

2.4



De dos rectangles semblants la diagonal del més petit mesura 5cm i l'àrea del gran fa nou vegades la del petit. Si se sap que el



semblança

perímetre del gran mesura 42cm. Calculeu: a) la diagonal del gran, b) el perímetre del petit.

Sol. a) $D = 15\text{cm}$ b) $p = 14\text{cm}$

2.5

Els parells de triangles següents són semblants, calculeu la raó de semblança que transforma el petit en el gran i el valor dels costats que falten.

a) $3,4,5 \rightarrow 6,x,y$ b) $6,6,6 \rightarrow x,y,24$ c) $x,5,8 \rightarrow 12,y,16$

Sol.

a) $k=2$ $x=8$ $y=10$ b) $k=4$ $x=24$ $y=24$ c) $k=2$ $x=6$ $y=10$

2.6

En un mapa les distàncies entre dues ciutats és de 3cm i la seva distància real és de 66Km. Calculeu l'escala del mapa.

Raonament

$66 \text{ km} = 6.600.000 \text{ cm}$

Raó de semblança de les longituds $k = 6.600.000/3 = 2.200.000$

Escala E: $1: 2.200.000$

Sol. $1: 2.200.000$

2.7

En un mapa d'escala $1 : 25000$ la separació entre dues poblacions és de 4cm. Determina la distància real entre les dues poblacions.

Sol. 1Km



2.8

En una botiga d'emmarcar quadres, un d'ells té per dimensions 12cm x 8cm i els altres sis tenen les següents dimensions:

a) 14x10	b) 6x4	c) 18x21	d) 6'4x9'6	e) 43'2x28'8	f) 100x75
----------	--------	----------	------------	--------------	-----------

Digues, quins son semblants al primer i en cas afirmatiu, la seva raó de semblança.

Sol.

a) No b) $k=0'5$ c) No d) $k=0'8$ e) $k=3'6$ f) No

2.9

Els costats d'un triangle mesuren 3cm, 4cm i 6cm. Un altre triangle més gran semblant al primer té per raó de semblança 3:2. Calculeu els seus costats.

Raonament:

Raó de semblança de les longituds $k = 3 / 2 = 1'5 \rightarrow$
 $a' = 3 \cdot 1'5 = 4'5\text{cm}$ $b' = 4 \cdot 1'5 = 6\text{cm}$ $c' = 6 \cdot 1'5 = 9\text{cm}$

Sol. $a'=4'5\text{cm}$ $b'=6\text{cm}$ $c'=9\text{cm}$

2.10

El perímetre d'un rectangle és de 15cm i els costats d'un altre semblant a l'anterior mesuren 4cm i 8cm respectivament. Trobeu les dimensions del primer rectangle i la seva àrea.

Sol. $2'5\text{cm} \times 5\text{cm}$ i l'àrea = $12'5\text{cm}^2$

2.11

Els costats homòlegs de dos polígons regulars semblants mesuren 18cm i 12cm respectivament. L'àrea del petit és de



150cm^2 . Calculeu l'àrea del polígon gran i la seva apotema si es tracta d'un pentàgon.

Sol. àrea = $337'5\text{ cm}^2$ apotema = $7'488\text{ cm}$

2.12

Les àrees de dos quadrats fan 18 cm^2 i 8 cm^2 respectivament. Calculeu: a) La raó de les àrees. b) La raó de les longituds. c) la mesura dels seus perímetres

Raonament:

a) raó de semblança de les àrees $k^2 = 8/18 = \frac{4}{9}$

b) raó de semblança de les longituds $k = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

c) costat del petit $x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\text{ cm}$, perímetre del petit $4x = 8\sqrt{2}\text{ cm}^2$, costat del gran $y = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, perímetre del gran $4y = 12\sqrt{2}\text{ cm}^2$

Sol. a) $4/9$ b) $2/3$ c) $p = 8\sqrt{2}\text{ cm}^2$ $p' = 12\sqrt{2}\text{ cm}^2$

2.13

Els costats d'un triangle mesuren 3cm , 4cm i 5cm , i el perímetre d'un altre de semblant mesura 48cm . Trobeu els costats d'aquest triangle i la seva àrea.

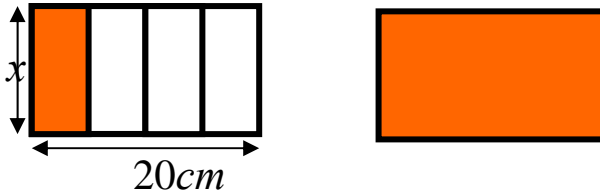
Sol. costats 12 cm , 16 cm i 20 cm àrea = 96 cm^2

2.14

Un rectangle de base 20cm es divideix en quatre rectangles iguals com indica la figura, de manera que un dels rectangles petits és semblant al rectangle gran. Calcula l'altura (x) del



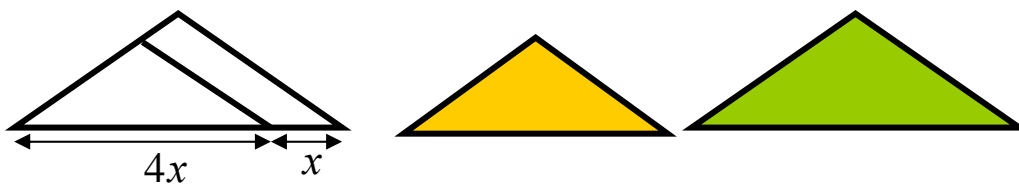
rectangle gran i la raó de semblança que transforma el gran en el petit.



Sol. $x=10\text{cm}$ $k=1/2$

2.15

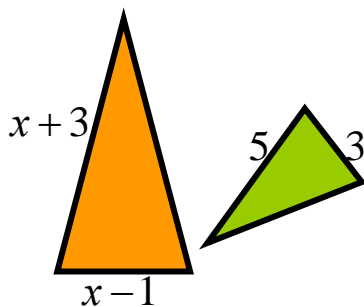
Els dos triangles de la figura són semblants, si l'altura del petit mesura 8cm i l'àrea del gran 100cm^2 , calcula l'altura del gran i l'àrea del petit.



Sol. $H=10\text{cm}$ $A=64\text{cm}^2$

2.16

Els triangles isòsceles són semblants. Trobeu els seus perímetres.

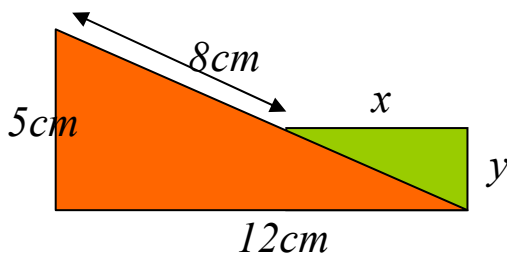




Sol. perímetre gran 26 perímetre petit 13

2.17

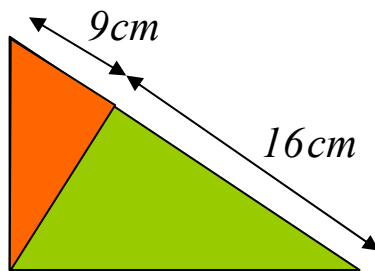
Calcula el valor dels catets x, y de la figura següent:



Sol. $x=4\text{cm}$ $y=3\text{cm}$

2.18

Calculeu l'àrea i el perímetre dels dos triangles rectangles de la figura.

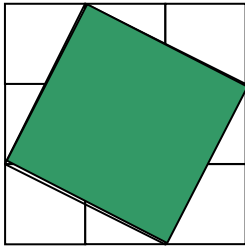


Sol. perímetres 36 i 60cm àrea 54 i 150cm²



2.19

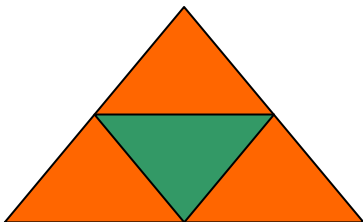
En un quadrat es divideix cada costat en tres parts iguals i es forma un altre quadrat com indica la figura. Calcula la raó de les longituds i de les àrees.



Sol. $k = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $k^2 = \frac{5}{9}$

2.20

En un triangle equilàter s'uneix el punts mig de cada costat i es forma un altre triangle equilàter. Calcula la raó de semblança de les longituds i de les àrees.

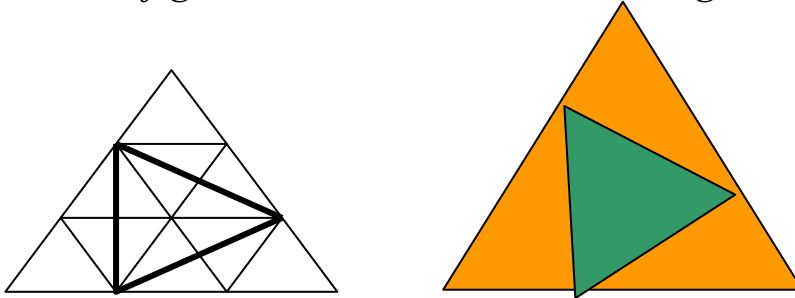


Sol. $k = \frac{1}{2}$ $k^2 = \frac{1}{4}$



2.21

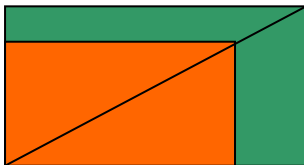
En un triangle equilàter es divideix cada costat en tres parts iguals i es forma un altre triangle semblant a l'anterior com indica la figura. Calcula la raó de les longituds i de les àrees.



Sol. $k^2 = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ $k = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

2.22

De dos rectangles semblants la diagonal del més petit mesura 5cm i l'àrea del gran fa nou vegades la del petit. Si se sap que el perímetre del gran mesura 42cm. Calculeu: l'àrea del petit

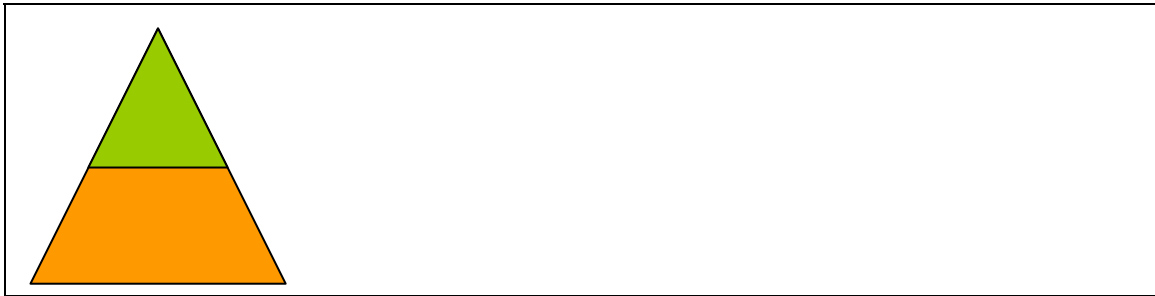


Sol. catets del petit 3 i 4cm. àrea del petit 6 cm^2

2.2 NIVELL2

2.23

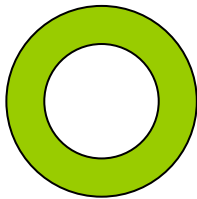
Un triangle es talla per una recta paral·lela al costat de la base i per la meitat de la seva altura dividint la figura en un triangle més petit i un trapezi. Si l'àrea del trapezi mesura 9 cm^2 . Calculeu l'àrea del triangle gran.



Sol. 12 cm^2

2.24

En una corona circular d'àrea $48 \pi \text{ cm}^2$ el radi de la petita mesura la meitat del radi gran. Calculeu el perímetre de la corona.

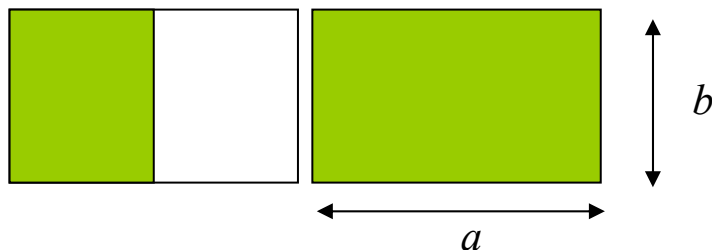


Sol. $24\sqrt{3} \pi \text{ cm}$

2.25

Calculeu la relació entre les mesures d'un full de paper de manera que si el tallem per la meitat una de les meitats sigui semblant al full original.

Raonament



Full original:	Longitud gran = a	Longitud petita = b
Full tallat:	Longitud gran = b	Longitud petita = $a/2$

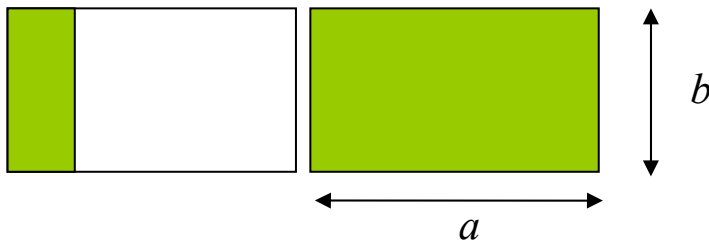


$$\text{Proporcionalitat: } \frac{a}{b} = \frac{b}{a/2} \quad a^2 = 2b^2 \quad a = \sqrt{2}b$$

Sol. longitud gran = $\sqrt{2}$ longitud petita

2.26

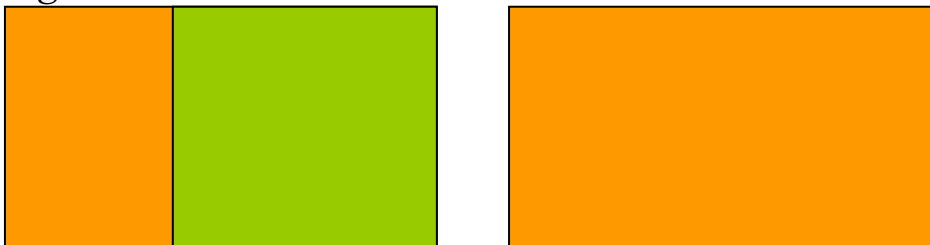
Calculeu la relació entre les mesures d'un full de paper de manera que si el tallem en n rectangles iguals, un d'aquest trossos sigui semblant al full original.



Sol. $a = \sqrt{n} b$

2.27

Calculeu la relació entre les mesures d'un full de paper de manera que: es pot tallar en dues parts, una d'elles un quadrat i l'altra un rectangle semblant al inicial.

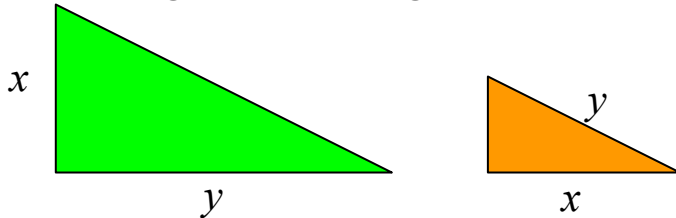


Sol. $a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} b$



2.28

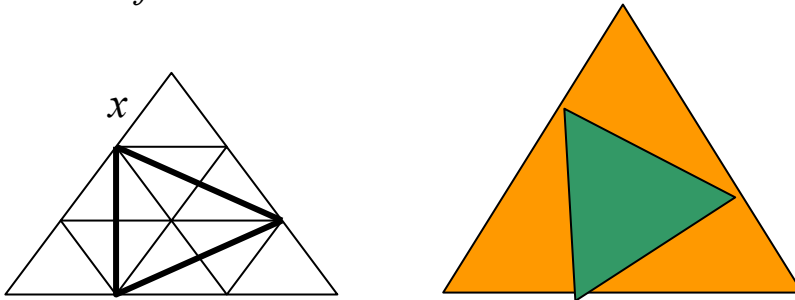
Dos triangles rectangles i semblants de diferent perímetre, tenen dos costats iguals i un desigual. Calculeu la raó de semblança



Sol. $a = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} b$

2.29

En un triangle equilàter de costat L es divideix cada costat en parts iguals i es forma un altre triangle semblant a l'anterior com indica la figura. Calcula la raó de les longituds i de les àrees en funció de la distància x entre els dos vèrtexs.

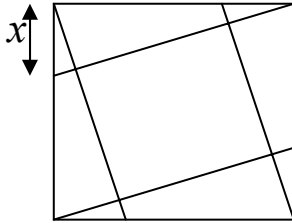


Sol. $k = \frac{\sqrt{L^2 - 3x(L-x)}}{L}$ $k^2 = \frac{L^2 - 3x(L-x)}{L^2}$



2.30

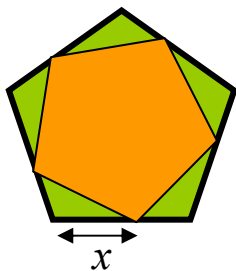
En un quadrat de costat L es divideix cada costat en parts iguals i es forma un altre quadrat com indica la figura. Calcula la raó de les longituds i de les àrees en funció de la distància x com indica la figura.



$$\text{Sol. } k = \frac{L-x}{\sqrt{L^2+x^2}} \quad k^2 = \frac{(L-x)^2}{L^2+x^2}$$

2.31

En un pentàgon regular de costat L es divideix cada costat en parts iguals i es forma un altre pentàgon d'àrea les dues terceres parts del pentàgon original. Calcula el costat del pentàgon petit i la distància x entre els dos vèrtexs.



$$\text{Sol. } l = \sqrt{\frac{2}{3}}L, \text{ es compleix } \frac{2}{3}L^2 = x^2 + (L-x)^2 - 2x(L-x)\cos 108^\circ$$