



triangles rectangles

RESOLUCIÓ DE TRIANGLES

1. TRIANGLES RECTANGLES - TEOREMA DE PITÀGORES

1.1 PRIMER NIVELL

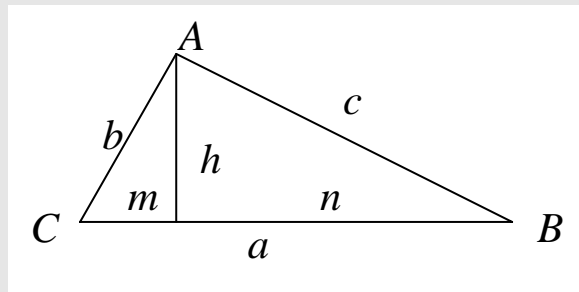
1.2 SEGON NIVELL

1. TRIANGLES RECTANGLES

1.1 PRIMER NIVELL

TRIANGLES RECTANGLES

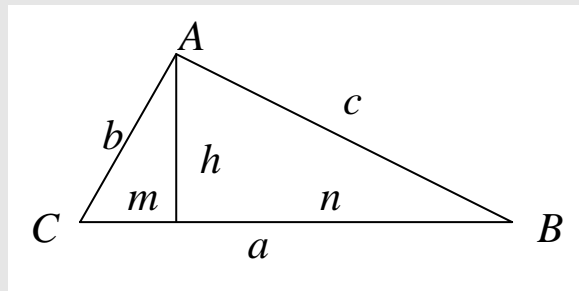
$A = 90^\circ$



TEOREMA DE PITÀGORES:

En un triangle rectangle la hipotenusa al quadrat és igual a la suma dels quadrats dels seus catets.

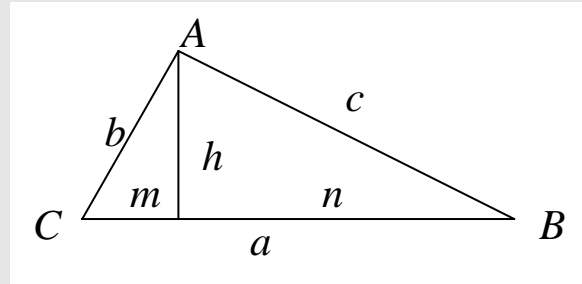
$$a^2 = b^2 + c^2$$



TEOREMA DE L'ALTURA

En un triangle rectangle, l'altura referida a la hipotenusa, elevada al quadrat és igual al producte de les dues projeccions ortogonals dels catets sobre la hipotenusa.

$$h^2 = m \cdot n$$



TEOREMA DEL CATET

En un triangle rectangle, un catet elevat al quadrat és igual al producte de la seva projecció ortogonal sobre la hipotenusa per la hipotenusa.

$$b^2 = a \cdot m \quad c^2 = a \cdot n$$

*triangles rectangles***EXERCICIS****1.1.1**

Calculeu la diagonal d'un rectangle de basa 8cm. i altura 5cm.

Sol. $\sqrt{89}$ cm.

1.1.2

Calculeu la diagonal d'un quadrat en funció del seu costat x .

Sol. $\sqrt{2}x$

1.1.3

Calculeu l'altura i l'àrea d'un triangle equilàter de costat 10cm.

RAONAMENT

$$h = \sqrt{100 - 25} = 5\sqrt{3} \text{ cm} \quad \text{àrea} = \frac{10 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

1.1.4

Calculeu l'àrea d'un triangle isòsceles de costats 13cm, 13cm, 10cm.

Sol. 60cm^2

1.1.5

Les diagonals d'un rombe mesuren respectivament: 24cm i 10cm.

Calculeu el seu perímetre.

Sol. 52cm .

*triangles rectangles*

1.1.6

Un paral·lelogram té els quatre costats iguals de longitud 8cm cadascun i una de les seves diagonals mesura 12cm. Calculeu la seva àrea.

RAONAMENT

$$L'altra diagonal = 2\sqrt{8^2 - 6^2} = 4\sqrt{7} \text{ cm}, \text{ Àrea} = \frac{12 \cdot 4\sqrt{7}}{2} = 24\sqrt{7} \text{ cm}^2$$

1.1.7

En un trapezi isòsceles els seus costats mesuren 13,13,13 i 23cm respectivament. Calculeu la seva àrea.

Sol. 216 cm^2 .

1.1.8

Un rectangle en que la base mesura el doble que la seva altura, la distància d'un vèrtex a la diagonal val 6cm. Calculeu la diagonal, el perímetre i l'àrea.

Sol. 15cm $18\sqrt{5} \text{ cm}$. 45cm^2

1.1.9

En una circumferència de radi 5cm, una recta la talla a una distància de 4cm del centre. Calculeu la longitud de la corda que determinen la circumferència i la recta.

RAONAMENT

$$\text{Semi longitud de la corda} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm} \quad L = 6 \text{ cm}$$



triangles rectangles

1.1.10

En una corona circular una tangent a la circumferència interior talla a la circumferència exterior mitjançant una corda de longitud 10cm. Cerqueu l'àrea de la corona.

Sol. $25\pi \text{ cm}^2$.

1.1.11

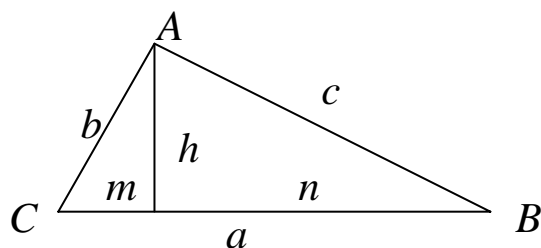
En un triangle rectangle les projeccions dels catets sobre la hipotenusa són 9cm i 4cm respectivament. Calculeu el seu perímetre i la seva àrea.

Sol. $P = 31'02 \text{ cm}$ $A = 39 \text{ cm}^2$

1.1.12

En un triangle rectangle l'altura referida a la hipotenusa mesura 12cm. i la projecció d'un dels catets sobre la hipotenusa mesura 9cm. Calculeu el perímetre i l'àrea del triangle.

RAONAMENT



$$h^2 = m n \quad 144 = 9 n \quad n = 16 \text{ cm}$$

$$a = m + n = 25 \text{ cm}$$

$$b = \sqrt{144 + 81} = 15 \text{ cm}$$

$$c = \sqrt{625 - 225} = 20 \text{ cm}$$

perímetre $a + b + c = (25 + 15 + 20) \text{ cm} = 60 \text{ cm}$

àrea $\frac{25 \cdot 12}{2} = 150 \text{ cm}^2$



triangles rectangles

1.1.13

En un triangle rectangle un catet mesura 13cm. i la seva projecció sobre la hipotenusa mesura 5cm. Calculeu el perímetre i l'àrea del triangle.

Sol. $P = 72\text{cm.}$ $A = 202'8\text{cm}^2$

1.1.14

En un triangle rectangle la altura referida a la hipotenusa mesura 10cm. i divideix a la hipotenusa en dos segments directament proporcionals a 4 i 1. Calculeu el seu perímetre i la seva àrea.

Sol. $P = 58'54\text{ cm.}$ $A = 125\text{ cm}^2$.

1.1.15

En un rombe la distància del centre a un dels costats mesura 10cm. i una diagonal és la quarta part de l'altra diagonal. Calculeu les mesures de les dues diagonals.

RAONAMENT

Semi diagonal petita = d Semi diagonal gran = $4d$

Costat = $\sqrt{17}d$ Àrea = $\frac{2d \cdot 8d}{2} = 4 \frac{10 \cdot \sqrt{17} \cdot d}{2} \rightarrow d = \frac{5\sqrt{17}}{2}\text{cm}$

Diagonal petita = $2d = 5\sqrt{17}\text{ cm, diagonal gran} = 8d = 20\sqrt{17}\text{ cm}$

1. TRIANGLES RECTANGLES

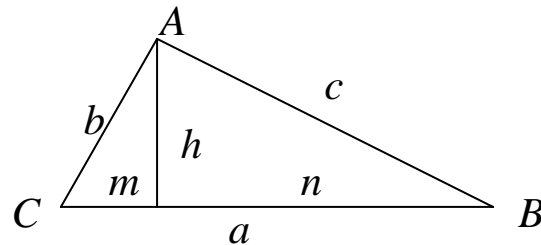
1.2 SEGON NIVELL



triangles rectangles

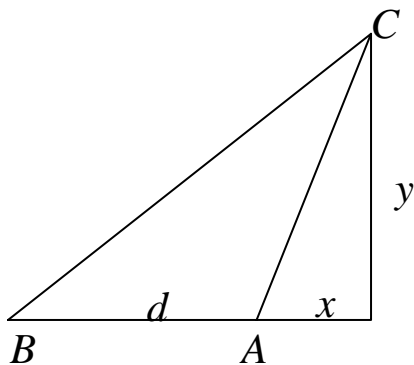
RELACIONS ENTRE COSTATS I ANGLES

$$\begin{aligned} c &= a \sin C & b &= a \sin B \\ c &= b \operatorname{tg} C & b &= c \operatorname{tg} B \end{aligned}$$



APLICACIONS

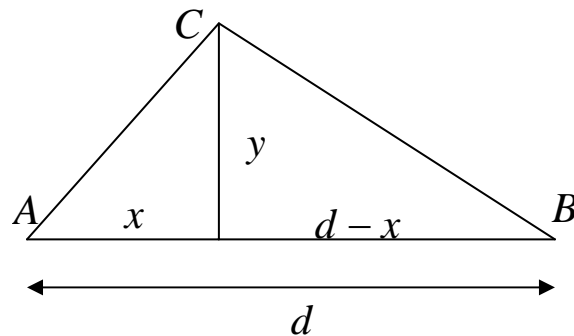
primer cas: Dues mesures des d'un mateix costat.



$$\left\{ \begin{aligned} \operatorname{tg} A &= \frac{y}{x} \\ \operatorname{tg} B &= \frac{y}{d+x} \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{d \cdot \operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} A - \operatorname{tg} B} \\ y &= \frac{d \cdot \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} A}{\operatorname{tg} A - \operatorname{tg} B} \end{aligned} \right.$$

APLICACIONS

segon cas: Dues mesures alineades de diferents costats



$$\left\{ \begin{aligned} \operatorname{tg} A &= \frac{y}{x} \\ \operatorname{tg} B &= \frac{y}{d-x} \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{d \cdot \operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B} \\ y &= \frac{d \cdot \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} A}{\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B} \end{aligned} \right.$$

EXERCICIS

1.2.1

*triangles rectangles*

Resoleu els següents triangles rectangles on $A=90^\circ$:

a) $b=3$ $c=3$	b) $a=5$ $B=37^\circ$	c) $c=15$ $b=8$
----------------	-----------------------	-----------------

Sol: a) $B=45^\circ$ $C=45^\circ$ $b=3\sqrt{2}$ b) $C=53^\circ$ $b=3$ $c=4$
 c) $a=17$ $C=61'9^\circ$ $B=28'1^\circ$

1.2.2

La base d'un triangle isòsceles mesura 60cm i els costats iguals 50cm. Calculeu els seus angles.

Sol. angles iguals: $\arcsin(30/50)$ angle desigual: $2 \cdot \arcsin(30/50)$

1.2.3

En un triangle: $A=90^\circ$ $a=13\text{cm}$ i $b=12\text{cm}$. Trobeu la resta de les dades.

RAONAMENT

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = 5 \text{ cm} \quad \sin B = b/a = 12/13$$

$$B^\circ = 67'4^\circ \quad C^\circ = 90^\circ - B^\circ = 22'6^\circ$$

1.2.4

En un triangle $A=90^\circ$, $B=30^\circ$ i $b=4 \text{ cm}$. Calculeu les dades que falten i l'àrea.

$$\text{Sol: } C=60^\circ \quad b=4\sqrt{3} \text{ cm} \quad a=8 \text{ cm} \quad S=8\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

1.2.5

El triangle ABC, és isòsceles i l'angle desigual és A. Trobeu les restants dades en els casos següents:

a) $c=10\text{m}$ $a=12\text{m}$	b) $A=120^\circ$ $c=2\text{m}$	c) $B=45^\circ$ $a=10\text{m}$
----------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

*triangles rectangles*

Sol: a) $C=B=53^\circ$ $A=74^\circ$ $b=c=10$ b) $B=C=30^\circ$ $b=c=2$ $a=2\sqrt{3}$
 c) $B=C=45^\circ$ $A=90^\circ$ $b=c=5\sqrt{2}$

1.2.6

La base d'un triangle isòsceles mesura 20m i l'angle oposat 74° .
 Calculeu l'altre costat i la superfície.

RAONAMENT

$$10 = l \sin 37^\circ$$

$$l = 10 / \sin 37^\circ = 16'61 \text{ m}$$

$$h = \sqrt{175'89} = 13'26 \text{ m}$$

$$\text{Àrea} = \frac{20 \cdot 13'26}{2} = 132'6 \text{ m}^2$$

1.2.7

Calculeu els angles d'un rombe de diagonal 4m i costat 4m.

Sol: 60° i 120° .

1.2.8

Calculeu el costat d'un pentàgon regular inscrit en una circumferència de radi 6m.

Sol: 7'05 m.

1.2.9

Calculeu l'àrea del decàgon regular de costat 10cm

RAONAMENT

Angle intern $360^\circ/10=36^\circ$ semi costat=5cm $\text{tg}18^\circ=5/\text{apotema}$



triangles rectangles

$$\text{Apotema} = 5/\text{tg}18^\circ = 15'38 \text{ cm} \quad \text{\grave{a}rea} = 10 \frac{10 \cdot 15'38}{2} = 769'42 \text{ cm}^2$$

1.2.10

Calcula l'àrea d'un pentàgon regular inscrit en una circumferència de radi 12m.

Sol: $S=342'4 \text{ m}^2$.