



## introducció a l'estadística

**ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA****LLENGÜATGE****1.PRIMER NIVELL****2.SEGON NIVELL****LLENGÜATGE**

freqüència absoluta:	$n_i$	
freqüència absoluta acumulada	$N_i$	
freqüència relativa	$f_i$	
freqüència relativa acumulada	$F_i$	
valors de la variable	$x_i$	
mitjana aritmètica		$\bar{x}$
mediana	$M$	
mode	$M_0$	
desviació mitjana		$\bar{d}$
variància	$\sigma^2$	
desviació típica	$\sigma$	
coeficient de variació de Pearson		$v$

**ESTADÍSTICA****MESURES DE CENTRALITZACIÓ**

**Mitjana aritmètica de  $n$  valors positius o nuls  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$**

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

**Mitjana aritmètica ponderada de  $k$  valors desiguals positius o nuls  $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  amb pes o freqüència absoluta  $\{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k\}$  respectivament.**

$$\bar{x} = \frac{\eta_1 x_1 + \eta_2 x_2 + \dots + \eta_k x_k}{n} \quad \text{amb } n = \eta_1 + \dots + \eta_k$$

**Mitjana geomètrica de  $n$  valors positius o nuls  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$**

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

**Mitjana harmònica de  $n$  valors positius o nuls  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$**



## introducció a l'estadística

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

### 1. PRIMER NIVELL

1.1

Trobeu la mitjana aritmètica, geomètrica i harmònica dels números 4 i 9.

Sol.  $6\frac{5}{6}$     6     $\frac{72}{13}$

1.2

Les bases d'un trapezi mesuren 7 i 15 cm. respectivament, calculeu la base mitjana.

Sol. 11 cm.

1.3

Un cotxe circula durant un quilòmetre a una velocitat de 30km/h i durant el següent quilòmetre a la velocitat de 60km/h. Calculeu la velocitat mitjana d'aquest trajecte.

Sol. 45km/h

1.4

Un cotxe circula durant dos quilòmetres a una velocitat de 30km/h i durant els tres següent quilòmetres a la velocitat de 60km/h. Calculeu la velocitat mitjana d'aquest trajecte.

Sol. 48km/h.

*introducció a l'estadística*

1.5

*Trobeu dos nombres tal que: la seva mitjana aritmètica és 13 i la seva mitjana geomètrica és 6.*

*Sol. 4 i 9*

1.6

*Trobeu dos nombres tal que: la seva mitjana aritmètica és 12 i la seva mitjana harmònica és 9.*

*Sol. 6 i 18*

1.7

*Les qualificacions d'un alumne en la primera avaluació són: Català 9, Castellà 8, Matemàtiques 7, Tecnologia 7, Anglès 6, Educació Física 6, Ciències Socials 4, Música 1. Trobeu la nota mitjana, la nota mediana i la nota de mode.*

*Sol. 6, 6'5, 6'5.*

1.8

*Les temperatures mínimes al llarg d'una setmana, mesurada en graus centígrades en una determinada ciutat han set respectivament: 6 2 -1 -3 4 5 1. Calculeu la temperatura mitjana mínima i la temperatura mediana mínima de la setmana.*

*Sol. 2 2*

1.9

*Les temperatures marcades per un termòmetre all llarg d'una setmana venen donades en la següent taula:*

	<i>Mínima</i>	<i>Màxima</i>

*introducció a l'estadística*

<i>Dilluns</i>	4	19
<i>Dimarts</i>	-2	18
<i>Dimecres</i>	-3	21
<i>Dijous</i>	1	13
<i>Divendres</i>	4	12
<i>Dissabte</i>	0	14
<i>Diumenge</i>	3	22

*Calculeu: La temperatura mínima mitjana, la temperatura màxima mitjana i la mitjana de totes les diferències entre les temperatures mínimes i màximes.*

*Sol. 1 17 16*

1.10

*Les talles mesurades en cm. dels nadons nascuts un cert dia en un determinat Hospital són: 50 51 49 53 52 46 52 50 52 54 47 52 51 50 52. Calculeu la talla mitjana , la talla mode i la talla mediana.*

*Sol. 50'53 52 51*

1.11

*Un tribunal qualifica a dos opositors segons indica la següent taula:*

	<i>opositor A</i>	<i>opositor B</i>
<i>Ortografia</i>	7	5
<i>Mecanografia</i>	4	2
<i>Problemes</i>	5	8
<i>Teoria</i>	8	4

*digues qui ha guanyat si es calcula la mitjana aritmètica de la manera següent: a) Totes les assignatures tenen el mateix valor. b) el pes de cada assignatura és directament proporcional als números: 1, 3, 6, 2.*



*introducció a l'estadística*

Sol. a) l'opositor A amb una mitjana de 6 contra una mitjana de 4'75 b) l'opositor B amb una mitjana ponderada de 5'5833. contra una de 5'4166..

1.12

Un tribunal qualifica a tres opositors segons indica la taula següent.

	<i>opositor A</i>	<i>opositor B</i>	<i>opositor C</i>
<i>Redacció</i>	9	5	5
<i>Problemes</i>	5	9	6
<i>Català</i>	9	5	5
<i>Matemàtiques</i>	5	9	9
<i>Anglès</i>	9	5	9

Indiqueu l'opositor que guanya la plaça en els casos següents:

a) totes les matèries tenen el mateix pes. b) Problemes i Matemàtiques amb pes 3; Català pes 2 i la resta pes 1.

Sol. a) 7'4 6'6 6'8 l'opositor A

b) 6'6 7'4 6'9 l'opositor B

1.13

Es llança un dau 50 vegades amb els següents resultats:

5	5	5	4	3	2	3	5	2	4
3	2	4	6	5	6	6	3	3	1
1	4	5	6	3	3	2	3	4	2
1	5	6	2	3	4	1	4	6	4
3	4	2	4	1	5	6	5	6	1

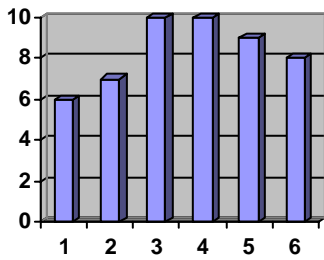
Es demana: a) taula de freqüències absoluta i relativa. b) diagrama de barres i de sectors de la freqüència absoluta.

Sol.

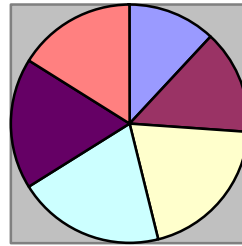
$x_i$	1	2	3	4	5	6
$n_i$	6	7	10	10	9	8
$f_i$	0'12	0'14	0'2	0'2	0'18	0'16



introducció a l'estadística



ni



1  
2  
3  
4  
5  
6

1.14

Donada la distribució:

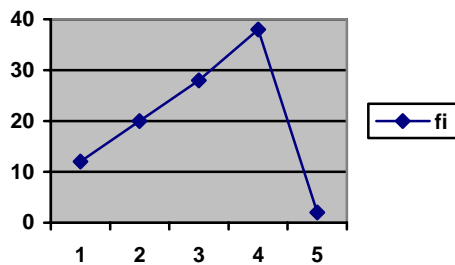
$x_i$	1	2	3	4	5
$n_i$	12	20	28	38	2

dibuixeu els polígons de freqüències absolutes i relatives.

Sol.

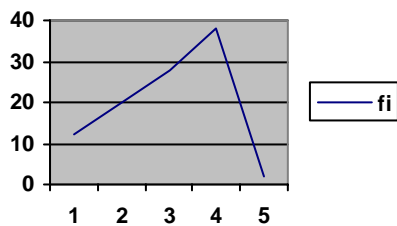
a) freqüències absolutes:

$x_i$	1	2	3	4	5
$n_i$	12	20	28	38	2



b) freqüències relatives:

$x_i$	1	2	3	4	5
$f_i$	0'12	0'2	0'28	0'38	0'02





introducció a l'estadística

1.15

Les notes en una determinada assignatura i en un determinat curs venen donades en la següent taula:

9	8	5	5	5	4	4	4	10
3	2	3	9	6	6	5	3	9
7	5	7	5	4	1	0	8	5

Construir la taula de freqüències absolutes i de freqüències acumulades. Dibuixar un diagrama de barres de la freqüència absoluta i de la freqüència acumulada. Calculeu la nota mitjana, la nota mediana i la nota mode.

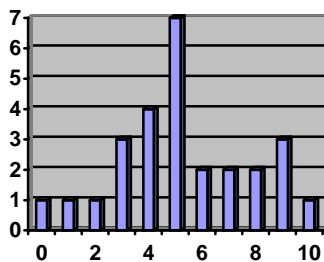
Sol.

freqüència absoluta

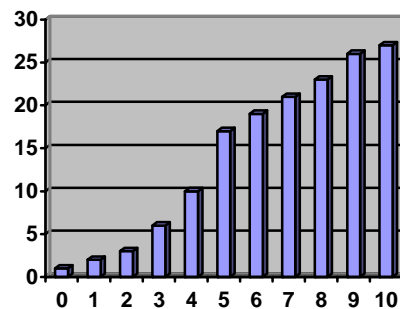
$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n_i$	1	1	1	3	4	7	2	2	2	3	1

freqüència absoluta acumulada

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$N_i$	1	2	3	6	10	17	19	21	23	26	27



fi



Fi

mitjana = 5'26    mediana = 5    mode = 5

1.16

Les edats dels components d'una penya taurina, són les següents:

60	70	17	88	44	38	31	18	24	21
27	53	55	20	48	66	33	18	75	60
21	16	86	52	47	38	69	70	57	26

Agrupeu les dades en 9 intervals de la mateixa longitud i formeu



*introducció a l'estadística*

*les taules de la freqüència absoluta, relativa i absoluta acumulada.*

*Sol.*

	$n_i$	$f_i$	$F_i$
[16-24)	7	7/30	7
[24-32)	4	4/30	11
[32-40)	3	3/30	14
[40-48)	2	2/30	16
[48-56)	4	4/30	20
[56-64)	3	3/30	23
[64-72)	4	4/30	27
[72-80)	1	1/30	28
[80-88]	2	2/30	30

1.17

*Les alçades de 30 alumnes d'una classe mesurades en centímetres, venen donades en la taula següent:*

136	148	153	156	153	143
156	144	149	158	161	151
159	150	155	159	163	156
160	154	158	160	164	161
165	175	163	166	164	165

*Trobeu: la mitjana aritmètica en els casos següents: a) sense agrupar les dades. b) agrupant les dades en intervals de longitud 10cm. del més petit al més gran i prenen com a valor de l'alçada en cada interval, el seu punt mig.*

*Sol. a)  $\bar{x} = 156,866\text{cm.}$*

*b)  $\bar{x} = 4710/30 = 157\text{cm.}$*

	$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$
[136-146)	141	3	423
[146-156)	151	8	1208
[156-166)	161	17	2737
[166-176)	171	2	342
			4710



## introducció a l'estadística

### 2.SEGON NIVELL

#### MESURES DE DISPERSIÓ

**Desviació mitjana** de  $k$  valors desiguals positius o nuls  $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  amb pes o freqüència absoluta  $\{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k\}$  respectivament.

$$n = n_1 + \dots + n_k$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |\bar{x} - x_i| \cdot \eta_i}{n}$$

**Variància** de  $k$  valors desiguals positius o nuls  $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  amb pes o freqüència absoluta  $\{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k\}$  respectivament.

$$n = n_1 + \dots + n_k$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum |\bar{x} - x_i|^2 \cdot \eta_i}{n}$$

**Desviació típica** de  $k$  valors desiguals positius o nuls  $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  amb pes o freqüència absoluta  $\{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k\}$  respectivament.

$$n = n_1 + \dots + n_k$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2 \cdot \eta_i}{n}}$$

2.1

Donada la distribució:

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$n_i$	1	9	26	59	72	52	29	7	1

Calculeu: la mitjana aritmètica i la desviació típica

Sol.



### introducció a l'estadística

$$\bar{x} = 1017/256 = 3'97$$

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	suma
$n_i$	1	9	26	59	72	52	29	7	1	256
$x_i n_i$	0	9	52	177	288	260	174	49	8	1017
$ x_i - \bar{x} ^2 n_i$	15'76	79'38	100'9	55'51	0'064	55'16	119'5	64'26	16'24	506'77

$$\sigma = \sqrt{\frac{506'77}{256}} = 1'4$$

2.2

Calculeu totes les mesures de dispersió i el coeficient de variació de Pearson en la distribució següent:

$x_i$	2	3	4	5	6	7	8
$n_i$	10	13	16	20	15	11	5

Sol.

$$\bar{x} = 4'77.. \quad \bar{d} = 1'2679 \quad \sigma^2 = 2'8617 \quad \sigma = 1'692 \quad v = 0'354$$

2.3

Calculeu totes les mesures de dispersió i el coeficient de variació de Pearson en la distribució següent:

alçada (cm.)	$n_i$
[140,145)	6
[145,150)	9
[150,155)	12
[155,160)	10
[160,165)	8
[165,170)	5

Sol.

$$\bar{x} = 154'5 \text{ cm.} \quad \bar{d} = 6'36 \text{ cm.} \quad \sigma^2 = 56 \text{ cm}^2 \quad \sigma = 7'4833 \text{ cm.} \quad v = 0'0484$$

2.4



*introducció a l'estadística*

*Els joves als 17 anys tenen un pes mitjà de 60'8 Kg. amb una desviació típica de 6'69 Kg. Els nens als 10 anys tenen un pes mitjà de 30'5 Kg. amb una desviació típica de 5'37 Kg. És més variable el pes als 17 o als 10 anys?*

*Sol.*

( 17 anys )     $\bar{x} = 60'8 \text{ Kg}$                      $\sigma = 6'69 \text{ Kg}$                      $v = 0'11$   
 ( 10 anys )     $\bar{x} = 30'5 \text{ Kg}$                      $\sigma = 5'37 \text{ Kg}$                      $v = 0'176$   
*és més variable als 10 anys.*

2.5

*Els jugadors de bàsquet de l'equip A tenen una mitjana de 18 punts amb una desviació típica de 4 punts. Els jugadors de l'equip B tenen una mitjana de 21 punts amb una desviació típica de 9 punts. Quin dels dos equips és més regular?*

*Sol.*

( equip A )     $\bar{x} = 18 \text{ punts}$                      $\sigma = 4 \text{ punts}$                      $v = 0'22\dots$   
 ( equip B )     $\bar{x} = 21 \text{ punts}$                      $\sigma = 9 \text{ punts}$                      $v = 0'4285$   
*és més regular l'equip A*

2.6

*2.6.- Els valors d'una variable discreta són: 7, -2, a, 3, 4. Sabent que la mitjana és 4, determina: a) el valor de a b) la mediana c) la variància d) la desviació típica*

*Sol.*

$a = 8$              $M = 4$              $\sigma^2 = 12'4$              $\sigma = 3'5214$

2.7

*La taula següent relaciona el nombre de gols marcats en diversos partits de futbol:*

gols	0	1	2	3	4	5	6	7
partits	12	16	22	20	21	4	4	2



*introducció a l'estadística*

Calculeu: a) mesures de centralització b) mesures de dispersió c) coeficient de variació de Pearson.

Sol.

a)  $\bar{x} = 2'6$  gols                       $M = 3$  gols                       $M_0 = 2$  gols

b)  $\bar{d} = 1'38$  gols                       $\sigma^2 = 2'7956$  gols                       $\sigma = 1'672$  gols

c)  $v = 0'643$

2.8

La taula mostra les qualificacions en una determinada assignatura de dos grups diferents, prenen una mostra de 10 alumnes per grup.

grup A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
grup B	2	2	4	4	4	5	5	6	6	8

Es demana: a) Quin grup va obtenir millor nota mitjana ? b) Quin és el més homogeni ?

Sol.

(grup A)  $\bar{x} = 4'6$                        $\sigma = 3'0725$                        $v = 0'6679$

(grup B)  $\bar{x} = 4'6$                        $\sigma = 1'7436$                        $v = 0'3790$

el més homogeni és el grup B

2.9

Un fabricant vol comprar una màquina que li doni el major nombre de peces per hora. Fa 10 proves amb els resultats següents:

màquina A:                      106, 98, 100, 99, 103, 96, 102, 100, 103, 93.

màquina B:                      103, 102, 98, 97, 96, 98, 99, 101, 104, 102.

Trieu la més rentable.

Sol.

(màquina A)  $\bar{x} = 100$  peces/h

(màquina B)  $\bar{x} = 100$  peces/h

les dues màquines tenen la mateixa mitjana, aleshores triarem la més regular. (màquina A)  $\sigma = 3'577$  peces/h                       $v = 0'03577$



(màquina B)  $\sigma = 2'607$  peces/h  
regular la màquina B.

*introducció a l'estadística*  
 $v = 0'02607$  és més