

MESURA DEL RADI DE LA TERRA (seguint Eratóstenes)¹

En l'any 205 a. de J.C. l'actual Egipte era una colònia grega i Eratóstenes, que era el director de la Gran Biblioteca d'Alexandria, va fer una primera estimació del radi de la Terra en saber que, quan començava l'estiu, a Syene hi havia un pou on la llum del sol queia perpendicularment. Determinant la inclinació dels raigs del Sol en el mateix moment a Alexandria i coneixent la distància entre les dues ciutats va donar una primera mesura del radi de la Terra.

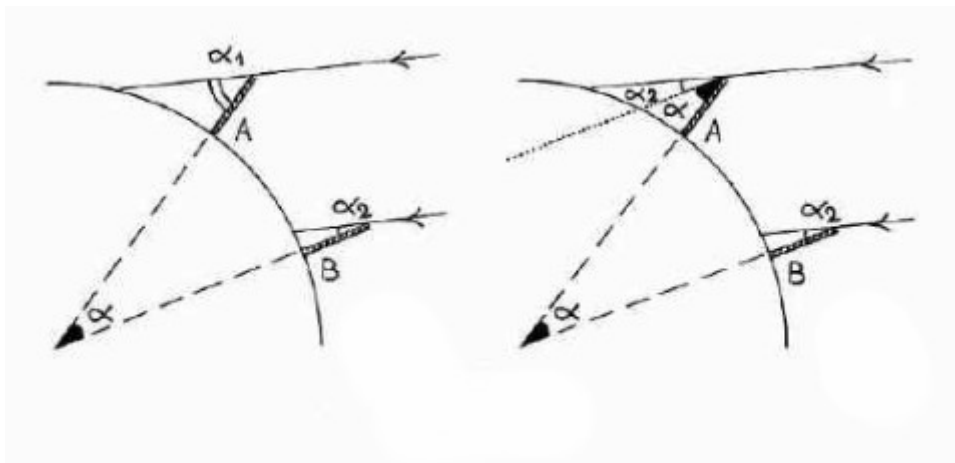
Va mesurar la distància entre les dues ciutats fent anar un soldat entrenat, a un pas fix entre les dues ciutats (~ 800 km). El valor que Eratóstenes va trobar pel radi de la Terra va ser de 6548 km, el qual correspon a una circumferència de 41142 km, molt propera al valor real.

Reproduireu l'experiència de Eratóstenes utilitzant dues localitats situades quasi en el mateix meridià (una de les quals serà Lleida) i obtindreu una estimació del radi de la Terra. Per determinar la distància entre les dues ciutats ho fareu per mitja d'un mapa i no necessitareu dels soldats.

Fonament teòric

El punt clau es determinar la diferència de latitud entre dos llocs A i B.

Si observem al mateix moment l'ombra de dos bastons de la mateixa altura h als dos llocs A i B la diferència d'angles ens dona la diferència de latituds



¹ J. Lorenzo Ramírez Castro. [jramire7\(arroba\)xtec.net](mailto:jramire7(arroba)xtec.net), a partir d'una proposta de l'Associació de professors de física i química de Catalunya (APFQC) amb motiu de l'Any Mundial de la Física 2005.

Si tenim la diferència de latituds “ α ” (en graus) i la distància “s” entre els llocs podem obtenir el radi de la terra “R” :

La longitud de la circumferència de la Terra (el meridià terrestre) és: $l = 2 \cdot \pi \cdot R$

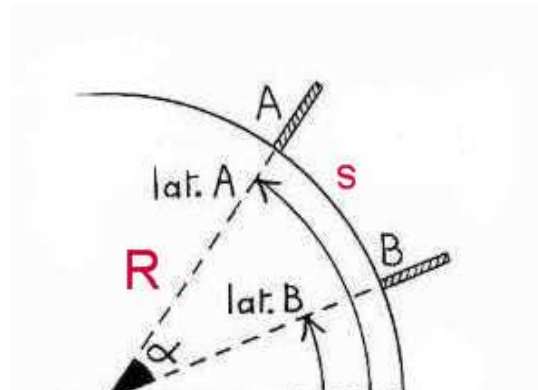
Aquesta longitud correspon a una volta completa, és a dir, a 360°

Si fem un càlcul de proporcionalitat directa (una regla de tres) tindrem:

Si 360° equival a la longitud del meridià terrestre, $l = 2 \cdot \pi \cdot R$
l'angle α entre les dues ciutats equivaldrà a la distància S entre elles

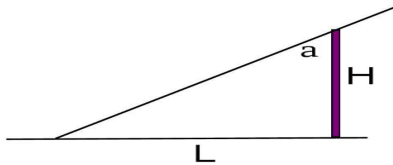
Així, doncs, $2 \cdot \pi \cdot R \cdot \alpha = 360 \cdot S$

i, aïllant el radi de la Terra: $R = \frac{360 \cdot S}{2 \cdot \pi \cdot \alpha}$



Determinació de l'angle (latitud)

Per determinar l'angle a cadascuna de les dues localitats A i B observarem l'ombra L d'un bastó de altura H a una hora determinada

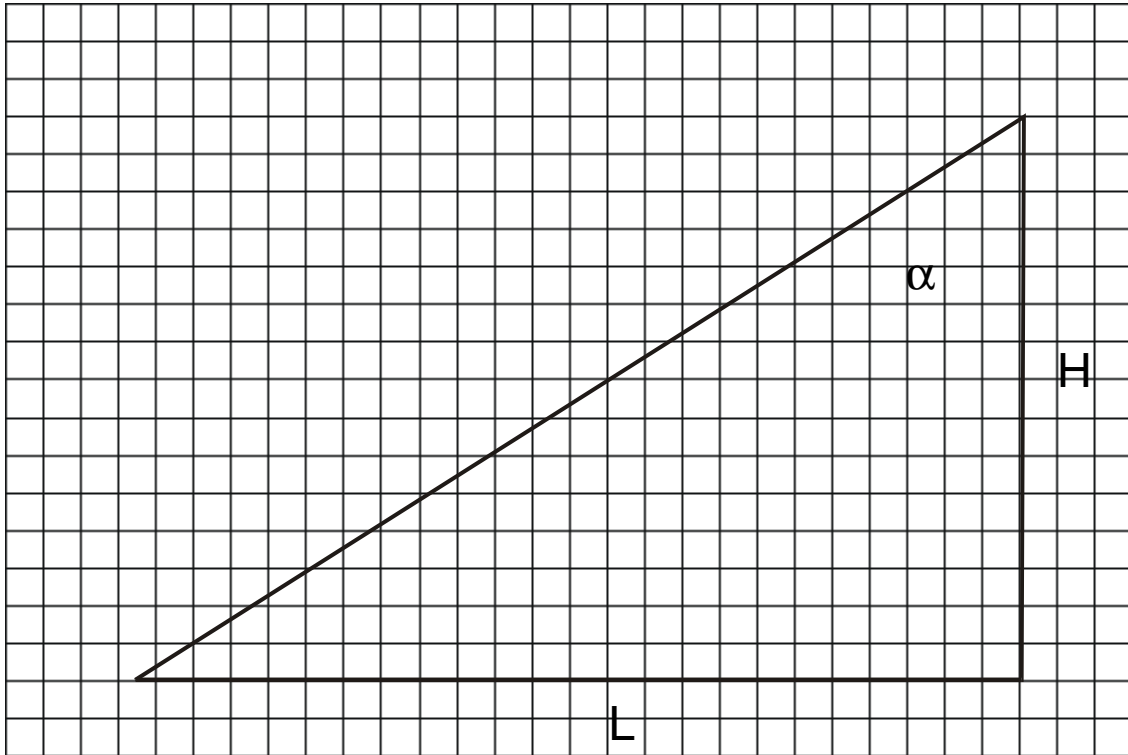


Si mesurem l'altura del pal H i la longitud de l'ombra L, podeu traslladar-les al paper quadriculat de la vostra llibreta a una escala que considereu adequada (dividint els valors per 10, per exemple), dibuixant el triangle que formen.

Material

Un bastó d'altura coneguda H i una plomada. Millor que el bastó sigui prismàtic per que les ombres quedaran mes definides
Una cinta mètrica per mesurar l'ombra
Un transportador d'angles
Un rellotge
Un full on anotar les observacions

Després, amb un transportador d'angles mesurarem directament l'angle α , que és el superior del triangle



Si tenim coneixements de trigonometria, poden calcular l'angle a partir de la seva tangent, sense necessitat de dibuixar. Segons el triangle que forma l'ombra:

$$\operatorname{tg} \alpha = L / H \quad , \text{ el que ens permet trobar l'angle de inclinació a}$$

Realització de la mesura al migdia

Per aplicar el mètode d'Eratòstenes hauríem de mesurar la llargada de l'ombra projectada un dia determinat al migdia per dos pals situats a dues localitats distants al menys uns quants centenars de quilòmetres. Ja que no ens podem desplaçar per fer aquestes mesures proposem mesurar la llargada de l'ombra a Lleida (o la localitat en la que estiguem) en dos períodes de temps concrets:

a) aprofitant que en el mes de juny (entre els dies 16 i 25) els raigs solars cauen perpendicularment al tròpic de Càncer.

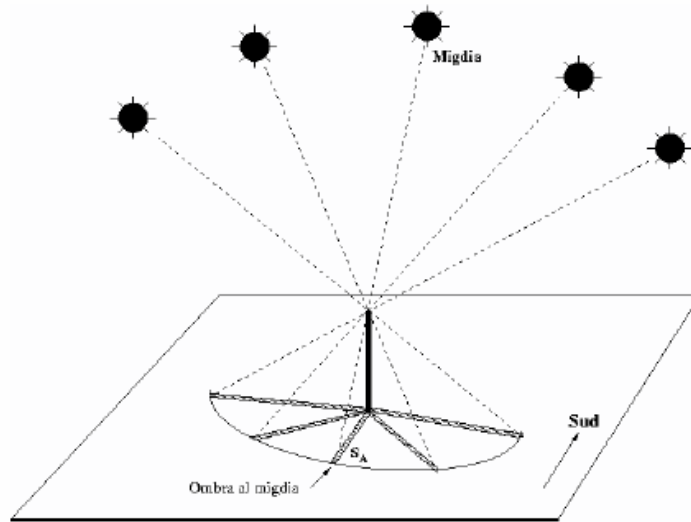
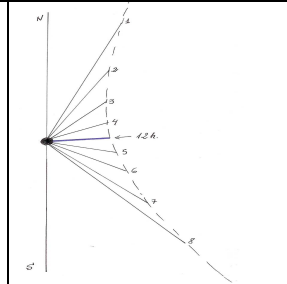
b) i utilitzarem les dades de l'apèndix per saber les valors de l'ombra a la mateixa hora en altres localitats (per exemple, Paris). Una altra possibilitat fora ficar-se en contacte amb un altre institut d'una altra localitat i fer les mesures a la mateixa hora.

1.- Claveu verticalment el pal a l'exterior de l'institut. Feu servir la plomada per comprovar que el pal es troba realment en posició vertical.

Al llarg del dia la mida de l'ombra projectada varia la seva longitud degut al canvi de posició del Sol al cel. Al matí i a la tarda la llargada de l'ombra és màxima, mentre que al migdia, quan el Sol es troba exactament a la direcció Sud, l'ombra té una llargada mínima (figura 4). És aquesta llargada mínima, que anomenarem L, la que heu de mesurar. Això ho podeu fer de dues maneres:

Si podeu observar al voltant del migdia (aproximadament les 13:00 hores a l'hivern o les 14:00 a l'estiu), aneu fent mesures de l'ombra cada 5 minuts des de una mitja hora abans d'aquesta hora. Al començament la llargada de l'ombra anirà disminuint, fins arribar un moment en que tornarà a augmentar. L és el valor mínim de la llargada de l'ombra que hagueu mesurat.

Per determinar la longitud de l'ombra a mig dia, quan el sol està en el punt mes alt i l'ombra per tant és mes petita, el que es pot fer es determinar la direcció i la longitud de la ombra en diferents moments entorn al migdia, dibuixar aquests resultats a escala – o al mateix lloc si es pot – unir els extrems de l'ombra (que defineixen una hipèrbola) i prendre com valor al migdia el valor mes petit (l'ombra mes curta). Per això cal un semicercle i una brúixola per poder situar l'ombra respecte una direcció concreta – el Nord per exemple – tal com indica el gràfic.



Variació de la longitud de l'ombra al llarg del dia.

Realització de la mesura a qualsevol hora

Si no podeu fer les mesures al voltant del migdia mesureu l'ombra del pal a una hora que coincideixi amb una hora en punt o amb la mitja (les 10:00 o les 11:30, per exemple). Per obtenir la llargada de l'ombra al migdia només heu de multiplicar la llargada que heu mesurat per un factor C que podeu obtenir a les taules de l'apèndix.

Les files indiquen el dia del mes i les columnes l'hora en **Temps Universal**. Aquest temps és calcula restant 2 hores al temps del vostre rellotge si som a l'horari d'estiu (de finals de març a finals d'octubre) i 1 hora si sou a l'horari d'hivern (de finals d'octubre a finals de març).

Exemple: volem conèixer la llargada de l'ombra al migdia del dia 13 de juny i hem mesurat que la llargada de l'ombra a les 11:30 del nostre rellotge d'aquest mateix dia és de 60 cm.

Primer restem 2 hores a l'hora del nostre rellotge per calcular el Temps Universal:

$$\text{Temps Universal} = 11:30 - 2:00 = 9:30 \text{ h}$$

Anem a la taula de l'apèndix 1 i busquem la fila corresponent al dia 13 i la columna corresponent a les 9:30. Veiem que el valor de C és igual a 0.465. Per saber la llargada de l'ombra al migdia hem de multiplicar aquest número per la llargada que hem mesurat:

$$\text{Ombra migdia} = 60 \times 0.465 = 27,90 \text{ cm}$$

2.- Mesureu la longitud del pal H , traslladeu els valors a la vostra llibreta a una taula com la de baix i calculeu l'angle α , mesurant-lo amb un transportador després de dibuixar els valors com hem indicat abans.

3.- Cerqueu quin és l'angle a l'altra ciutat el mateix dia i resteu-lo del angle que heu obtingut. Ja disposeu de l'angle entre dos punts a la mateixa hora.

Per obtenir l'angle de l'altra ciutat heu de restar l'alçada del sol el mateix dia (que és el valor que apareix a l'apèndix) de 90°

4.- Amb l'ajut d'un mapa, mesureu la distància entre les dues ciutats, o entre la vostra ciutat i el tròpic de Càncer.

5.- Fent servir les fórmules dels fonaments de l'experiència, podeu determinar el radi de la Terra.

Un possible full per anotar les observacions seria...

<i>Nº</i>	<i>Dia</i>	<i>Hora</i>	<i>Longitud bastó</i>	<i>Longitud Ombra</i>	<i>Angle ombra</i>
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Apèndix 1: Alçada del Sol al migdia solar (en graus) a la ciutat de París

Dia/mes	Setembre	Octubre
1		37,8
2		37,4
3		37
4		36,7
5		36,3
6		35,9
7		35,5
8		35,1
9		34,7
10		34,4
11		34
12		33,6
13		33,2
14		32,9
15		32,5
16		32,1
17		31,8
18		31,4
19		31
20	42,1	
21	41,7	
22	41,3	
23	40,9	
24	40,5	
25	40,1	
26	39,8	
27	39,4	
28	39	
29	38,6	
30	38,2	

(distància Lleida-París: ~800 km)

Apèndix 2

Factor C per al càlcul de la ombra al migdia en el mes de Juny, coneixent l'ombra en un altre instant.

(Les files indiquen el dia del mes i les columnes l'hora en temps universal)

	7:00	7:30	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00	10:30	11:00	11:30	12:00	12:30	13:00	13:30	14:00	14:30	15:00	15:30	16:00	16:30	17:00	17:30	18:00
1	0.177	0.223	0.275	0.335	0.405	0.489	0.591	0.712	0.845	0.959	0.999	0.939	0.817	0.685	0.568	0.470	0.389	0.321	0.263	0.213	0.168	0.128	0.091
2	0.176	0.222	0.273	0.333	0.403	0.487	0.589	0.710	0.843	0.958	0.999	0.939	0.817	0.684	0.567	0.469	0.388	0.320	0.262	0.212	0.168	0.128	0.091
3	0.175	0.221	0.272	0.331	0.401	0.485	0.586	0.707	0.841	0.957	1.000	0.939	0.816	0.683	0.565	0.467	0.386	0.319	0.262	0.212	0.167	0.127	0.091
4	0.175	0.220	0.271	0.329	0.399	0.482	0.584	0.705	0.839	0.956	1.000	0.939	0.815	0.682	0.564	0.466	0.385	0.318	0.261	0.211	0.167	0.127	0.091
5	0.174	0.219	0.269	0.328	0.397	0.480	0.581	0.702	0.837	0.955	1.000	0.939	0.815	0.681	0.563	0.465	0.384	0.317	0.260	0.211	0.167	0.127	0.091
6	0.173	0.218	0.268	0.326	0.395	0.478	0.579	0.700	0.835	0.954	1.000	0.940	0.815	0.680	0.562	0.464	0.383	0.316	0.260	0.210	0.167	0.127	0.091
7	0.172	0.217	0.267	0.325	0.393	0.476	0.577	0.698	0.833	0.954	1.000	0.940	0.814	0.679	0.561	0.463	0.383	0.316	0.259	0.210	0.166	0.127	0.091
8	0.172	0.216	0.266	0.323	0.392	0.474	0.574	0.695	0.832	0.953	1.000	0.940	0.814	0.679	0.560	0.462	0.382	0.315	0.259	0.210	0.166	0.127	0.091
9	0.171	0.215	0.264	0.322	0.390	0.472	0.572	0.693	0.830	0.952	1.000	0.940	0.814	0.678	0.560	0.462	0.381	0.315	0.258	0.209	0.166	0.127	0.092
10	0.170	0.214	0.263	0.321	0.388	0.470	0.570	0.691	0.828	0.951	1.000	0.941	0.814	0.678	0.559	0.461	0.381	0.314	0.258	0.209	0.166	0.127	0.092
11	0.170	0.213	0.262	0.319	0.387	0.468	0.568	0.689	0.826	0.950	1.000	0.941	0.814	0.678	0.559	0.461	0.380	0.314	0.258	0.209	0.166	0.127	0.092
12	0.169	0.212	0.261	0.318	0.386	0.467	0.566	0.687	0.824	0.949	1.000	0.941	0.814	0.678	0.558	0.460	0.380	0.314	0.257	0.209	0.166	0.127	0.092
13	0.168	0.211	0.260	0.317	0.384	0.465	0.565	0.686	0.823	0.948	1.000	0.942	0.815	0.678	0.558	0.460	0.380	0.313	0.257	0.209	0.166	0.127	0.092
14	0.168	0.211	0.260	0.316	0.383	0.464	0.563	0.684	0.821	0.947	1.000	0.942	0.815	0.678	0.558	0.460	0.380	0.313	0.257	0.209	0.166	0.127	0.092
15	0.167	0.210	0.259	0.315	0.382	0.463	0.562	0.682	0.820	0.946	1.000	0.943	0.815	0.678	0.558	0.460	0.380	0.313	0.257	0.209	0.166	0.128	0.093
16	0.167	0.210	0.258	0.314	0.381	0.461	0.560	0.681	0.818	0.945	1.000	0.943	0.816	0.678	0.558	0.460	0.380	0.313	0.257	0.209	0.166	0.128	0.093
17	0.166	0.209	0.257	0.313	0.380	0.460	0.559	0.679	0.817	0.944	1.000	0.944	0.817	0.679	0.559	0.460	0.380	0.313	0.257	0.209	0.166	0.128	0.093
18	0.166	0.208	0.257	0.313	0.379	0.459	0.558	0.678	0.816	0.943	1.000	0.945	0.817	0.679	0.559	0.460	0.380	0.313	0.257	0.209	0.166	0.128	0.093
19	0.166	0.208	0.256	0.312	0.378	0.458	0.557	0.677	0.814	0.943	1.000	0.945	0.818	0.680	0.560	0.461	0.380	0.314	0.258	0.209	0.167	0.128	0.093
20	0.165	0.208	0.256	0.312	0.378	0.458	0.556	0.676	0.813	0.942	1.000	0.946	0.819	0.681	0.560	0.461	0.381	0.314	0.258	0.209	0.167	0.129	0.094
21	0.165	0.207	0.255	0.311	0.377	0.457	0.555	0.675	0.812	0.941	1.000	0.947	0.820	0.682	0.561	0.462	0.381	0.315	0.258	0.210	0.167	0.129	0.094
22	0.165	0.207	0.255	0.311	0.377	0.456	0.554	0.674	0.811	0.940	1.000	0.948	0.821	0.683	0.562	0.463	0.382	0.315	0.259	0.210	0.167	0.129	0.094
23	0.164	0.207	0.255	0.310	0.376	0.456	0.554	0.673	0.810	0.940	1.000	0.948	0.822	0.684	0.563	0.463	0.382	0.316	0.259	0.211	0.168	0.129	0.094
24	0.164	0.207	0.255	0.310	0.376	0.456	0.553	0.672	0.810	0.939	1.000	0.949	0.824	0.685	0.564	0.464	0.383	0.316	0.260	0.211	0.168	0.130	0.095
25	0.164	0.206	0.254	0.310	0.376	0.455	0.553	0.672	0.809	0.938	1.000	0.950	0.825	0.687	0.565	0.465	0.384	0.317	0.260	0.212	0.169	0.130	0.095
26	0.164	0.206	0.254	0.310	0.376	0.455	0.553	0.671	0.808	0.938	1.000	0.951	0.826	0.688	0.567	0.467	0.385	0.318	0.261	0.212	0.169	0.130	0.095
27	0.164	0.206	0.254	0.310	0.376	0.455	0.552	0.671	0.808	0.937	1.000	0.952	0.828	0.690	0.568	0.468	0.386	0.319	0.262	0.213	0.170	0.131	0.096
28	0.164	0.206	0.254	0.310	0.376	0.455	0.552	0.671	0.808	0.937	1.000	0.952	0.829	0.691	0.570	0.469	0.387	0.320	0.263	0.213	0.170	0.131	0.096
29	0.164	0.206	0.255	0.310	0.376	0.455	0.553	0.671	0.807	0.936	1.000	0.953	0.831	0.693	0.571	0.471	0.389	0.321	0.264	0.214	0.171	0.132	0.096
30	0.164	0.206	0.255	0.311	0.376	0.456	0.553	0.671	0.807	0.936	1.000	0.954	0.832	0.695	0.573	0.472	0.390	0.322	0.264	0.215	0.171	0.132	0.096

Apèndix 3

Factor C per al càlcul de la ombra al migdia en el mes de Setembre, coneixent l'ombra en un altre instant.

(Les files indiquen el dia del mes i les columnes l'hora en temps universal)

	7:00	7:30	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00	10:30	11:00	11:30	12:00	12:30	13:00	13:30	14:00	14:30	15:00	15:30	16:00	16:30	17:00	17:30	18:00
1	0.202	0.275	0.353	0.436	0.526	0.623	0.724	0.825	0.914	0.978	1.000	0.975	0.909	0.818	0.717	0.617	0.520	0.431	0.348	0.270	0.197	0.128	0.061
2	0.203	0.276	0.355	0.439	0.529	0.626	0.727	0.827	0.916	0.979	1.000	0.974	0.909	0.819	0.719	0.618	0.521	0.431	0.348	0.270	0.196	0.126	0.058
3	0.203	0.277	0.357	0.441	0.532	0.629	0.730	0.830	0.918	0.979	1.000	0.974	0.909	0.820	0.720	0.619	0.522	0.432	0.348	0.269	0.195	0.124	0.055
4	0.203	0.279	0.358	0.444	0.535	0.633	0.734	0.833	0.920	0.980	1.000	0.974	0.909	0.820	0.721	0.620	0.523	0.433	0.348	0.268	0.193	0.122	0.052
5	0.204	0.280	0.360	0.446	0.538	0.636	0.737	0.835	0.921	0.981	1.000	0.974	0.909	0.821	0.721	0.621	0.524	0.433	0.348	0.268	0.192	0.119	0.049
6	0.204	0.281	0.362	0.449	0.541	0.639	0.740	0.838	0.923	0.981	1.000	0.974	0.910	0.821	0.722	0.622	0.525	0.433	0.348	0.267	0.190	0.117	0.046
7	0.204	0.282	0.364	0.451	0.544	0.642	0.743	0.840	0.925	0.982	1.000	0.973	0.910	0.822	0.723	0.623	0.526	0.434	0.347	0.266	0.189	0.115	0.043
8	0.204	0.283	0.366	0.454	0.547	0.645	0.746	0.843	0.926	0.983	1.000	0.973	0.910	0.822	0.724	0.624	0.526	0.434	0.347	0.265	0.187	0.112	0.039
9	0.205	0.284	0.368	0.456	0.550	0.648	0.749	0.845	0.928	0.983	1.000	0.973	0.910	0.823	0.725	0.624	0.527	0.434	0.347	0.264	0.185	0.109	0.035
10	0.205	0.285	0.369	0.458	0.553	0.652	0.752	0.848	0.930	0.984	1.000	0.973	0.910	0.823	0.725	0.625	0.527	0.434	0.346	0.263	0.183	0.106	0.032
11	0.205	0.286	0.371	0.461	0.556	0.655	0.755	0.850	0.931	0.985	1.000	0.973	0.910	0.823	0.726	0.626	0.528	0.434	0.346	0.262	0.181	0.104	0.028
12	0.205	0.287	0.373	0.463	0.558	0.658	0.758	0.853	0.933	0.985	0.999	0.972	0.910	0.824	0.726	0.626	0.528	0.434	0.345	0.260	0.179	0.101	0.024
13	0.205	0.288	0.374	0.465	0.561	0.660	0.760	0.855	0.934	0.986	0.999	0.972	0.910	0.824	0.727	0.627	0.528	0.434	0.344	0.259	0.177	0.097	0.020
14	0.205	0.288	0.376	0.468	0.564	0.663	0.763	0.857	0.936	0.986	0.999	0.972	0.910	0.824	0.727	0.627	0.529	0.434	0.344	0.257	0.175	0.094	0.015
15	0.205	0.289	0.377	0.470	0.566	0.666	0.766	0.859	0.937	0.987	0.999	0.971	0.910	0.825	0.728	0.628	0.529	0.434	0.343	0.256	0.172	0.091	0.011
16	0.204	0.290	0.379	0.472	0.569	0.669	0.769	0.861	0.938	0.987	0.999	0.971	0.909	0.825	0.728	0.628	0.529	0.433	0.342	0.254	0.170	0.087	0.006
17	0.204	0.290	0.380	0.474	0.572	0.672	0.771	0.864	0.940	0.988	0.999	0.971	0.909	0.825	0.729	0.628	0.529	0.433	0.341	0.252	0.167	0.084	0.002
18	0.204	0.291	0.382	0.476	0.574	0.674	0.774	0.866	0.941	0.988	0.999	0.971	0.909	0.825	0.729	0.628	0.529	0.432	0.340	0.250	0.164	0.080	
19	0.204	0.292	0.383	0.478	0.576	0.677	0.776	0.868	0.942	0.989	0.999	0.970	0.909	0.825	0.729	0.629	0.529	0.432	0.338	0.248	0.161	0.076	
20	0.203	0.292	0.384	0.480	0.579	0.680	0.779	0.870	0.943	0.989	0.999	0.970	0.909	0.825	0.729	0.629	0.529	0.431	0.337	0.246	0.158	0.072	
21	0.203	0.293	0.386	0.482	0.581	0.682	0.781	0.872	0.945	0.990	0.999	0.970	0.909	0.825	0.729	0.629	0.528	0.430	0.336	0.244	0.155	0.068	
22	0.202	0.293	0.387	0.484	0.583	0.685	0.783	0.873	0.946	0.990	0.999	0.970	0.909	0.825	0.729	0.629	0.528	0.430	0.334	0.242	0.152	0.064	
23	0.202	0.293	0.388	0.485	0.586	0.687	0.786	0.875	0.947	0.990	0.998	0.969	0.908	0.825	0.730	0.629	0.528	0.429	0.333	0.240	0.149	0.059	
24	0.201	0.294	0.389	0.487	0.588	0.689	0.788	0.877	0.948	0.991	0.998	0.969	0.908	0.825	0.730	0.629	0.527	0.428	0.331	0.237	0.145	0.055	
25	0.200	0.294	0.390	0.489	0.590	0.692	0.790	0.879	0.949	0.991	0.998	0.969	0.908	0.825	0.730	0.629	0.527	0.427	0.329	0.235	0.142	0.050	
26	0.199	0.294	0.391	0.490	0.592	0.694	0.792	0.880	0.950	0.992	0.998	0.968	0.908	0.825	0.730	0.628	0.526	0.426	0.328	0.232	0.138	0.046	
27	0.199	0.294	0.392	0.492	0.594	0.696	0.794	0.882	0.951	0.992	0.998	0.968	0.908	0.825	0.729	0.628	0.526	0.425	0.326	0.229	0.135	0.041	
28	0.198	0.294	0.393	0.493	0.596	0.698	0.796	0.884	0.952	0.992	0.998	0.968	0.907	0.825	0.729	0.628	0.525	0.423	0.324	0.226	0.131	0.036	
29	0.197	0.294	0.393	0.495	0.598	0.700	0.798	0.885	0.953	0.993	0.998	0.968	0.907	0.825	0.729	0.628	0.524	0.422	0.322	0.224	0.127	0.031	
30	0.196	0.294	0.394	0.496	0.600	0.702	0.800	0.887	0.954	0.993	0.998	0.967	0.907	0.824	0.729	0.627	0.524	0.421	0.320	0.221	0.123	0.026	

Apèndix 4

Factor C per al càlcul de la ombra al migdia en el mes d'Octubre, coneixent l'ombra en un altre instant.

(Les files indiquen el dia del mes i les columnes l'hora en temps universal)

	7:00	7:30	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00	10:30	11:00	11:30	12:00	12:30	13:00	13:30	14:00	14:30	15:00	15:30	16:00	16:30	17:00	17:30
1	0.194	0.294	0.395	0.498	0.601	0.704	0.802	0.888	0.955	0.993	0.997	0.967	0.907	0.824	0.729	0.627	0.523	0.419	0.318	0.218	0.119	0.020
2	0.193	0.293	0.395	0.499	0.603	0.706	0.804	0.890	0.956	0.993	0.997	0.967	0.906	0.824	0.729	0.626	0.522	0.418	0.315	0.214	0.114	0.015
3	0.192	0.293	0.396	0.500	0.605	0.708	0.805	0.891	0.956	0.994	0.997	0.966	0.906	0.824	0.728	0.626	0.521	0.416	0.313	0.211	0.110	0.009
4	0.190	0.293	0.396	0.501	0.606	0.710	0.807	0.892	0.957	0.994	0.997	0.966	0.906	0.824	0.728	0.625	0.520	0.415	0.311	0.208	0.106	0.004
5	0.189	0.292	0.396	0.502	0.608	0.711	0.809	0.893	0.958	0.994	0.997	0.966	0.905	0.823	0.728	0.625	0.519	0.413	0.308	0.204	0.101	
6	0.187	0.291	0.397	0.503	0.609	0.713	0.810	0.895	0.959	0.994	0.997	0.966	0.905	0.823	0.727	0.624	0.518	0.411	0.306	0.201	0.096	
7	0.185	0.291	0.397	0.504	0.610	0.714	0.812	0.896	0.959	0.995	0.997	0.965	0.905	0.823	0.727	0.623	0.517	0.409	0.303	0.197	0.092	
8	0.184	0.290	0.397	0.505	0.612	0.716	0.813	0.897	0.960	0.995	0.997	0.965	0.905	0.822	0.726	0.623	0.515	0.408	0.300	0.193	0.087	
9	0.182	0.289	0.397	0.505	0.613	0.717	0.814	0.898	0.961	0.995	0.996	0.965	0.904	0.822	0.726	0.622	0.514	0.406	0.297	0.190	0.082	
10	0.180	0.288	0.397	0.506	0.614	0.719	0.816	0.899	0.961	0.995	0.996	0.964	0.904	0.822	0.725	0.621	0.513	0.404	0.295	0.186	0.077	
11	0.178	0.287	0.397	0.506	0.615	0.720	0.817	0.900	0.962	0.995	0.996	0.964	0.904	0.821	0.725	0.620	0.512	0.402	0.292	0.182	0.071	
12	0.175	0.286	0.396	0.507	0.616	0.721	0.818	0.901	0.962	0.996	0.996	0.964	0.903	0.821	0.724	0.619	0.510	0.400	0.289	0.178	0.066	
13	0.173	0.285	0.396	0.507	0.617	0.722	0.819	0.902	0.963	0.996	0.996	0.964	0.903	0.821	0.724	0.619	0.509	0.397	0.286	0.173	0.061	
14	0.171	0.283	0.396	0.508	0.618	0.723	0.820	0.903	0.963	0.996	0.996	0.963	0.903	0.820	0.723	0.618	0.507	0.395	0.282	0.169	0.055	
15	0.168	0.282	0.395	0.508	0.618	0.724	0.821	0.904	0.964	0.996	0.996	0.963	0.902	0.820	0.723	0.617	0.506	0.393	0.279	0.165	0.050	
16	0.165	0.280	0.395	0.508	0.619	0.725	0.822	0.904	0.964	0.996	0.996	0.963	0.902	0.820	0.722	0.616	0.504	0.391	0.276	0.161	0.044	
17	0.163	0.279	0.394	0.508	0.620	0.726	0.823	0.905	0.965	0.996	0.996	0.963	0.902	0.819	0.722	0.615	0.503	0.388	0.273	0.156	0.038	
18	0.160	0.277	0.393	0.508	0.620	0.727	0.824	0.906	0.965	0.996	0.995	0.963	0.902	0.819	0.721	0.614	0.501	0.386	0.269	0.152	0.033	
19	0.157	0.275	0.392	0.508	0.620	0.728	0.825	0.906	0.966	0.996	0.995	0.962	0.901	0.819	0.720	0.613	0.500	0.384	0.266	0.147	0.027	
20	0.154	0.273	0.391	0.507	0.621	0.728	0.825	0.907	0.966	0.997	0.995	0.962	0.901	0.818	0.720	0.612	0.498	0.381	0.263	0.143	0.021	
21	0.151	0.271	0.390	0.507	0.621	0.729	0.826	0.907	0.966	0.997	0.995	0.962	0.901	0.818	0.719	0.611	0.496	0.379	0.259	0.138	0.015	
22	0.147	0.269	0.389	0.507	0.621	0.729	0.827	0.908	0.967	0.997	0.995	0.962	0.901	0.817	0.719	0.610	0.494	0.376	0.255	0.133	0.009	
23	0.144	0.267	0.387	0.506	0.621	0.730	0.827	0.908	0.967	0.997	0.995	0.962	0.900	0.817	0.718	0.608	0.493	0.373	0.252	0.128	0.003	
24	0.140	0.264	0.386	0.505	0.621	0.730	0.828	0.909	0.967	0.997	0.995	0.962	0.900	0.817	0.717	0.607	0.491	0.371	0.248	0.124		
25	0.137	0.262	0.384	0.505	0.621	0.730	0.828	0.909	0.967	0.997	0.995	0.961	0.900	0.816	0.717	0.606	0.489	0.368	0.245	0.119		
26	0.133	0.259	0.383	0.504	0.621	0.730	0.828	0.909	0.968	0.997	0.995	0.961	0.900	0.816	0.716	0.605	0.487	0.366	0.241	0.114		
27	0.129	0.256	0.381	0.503	0.620	0.730	0.829	0.910	0.968	0.997	0.995	0.961	0.900	0.816	0.715	0.604	0.486	0.363	0.237	0.109		
28	0.125	0.253	0.379	0.502	0.620	0.730	0.829	0.910	0.968	0.997	0.995	0.961	0.899	0.815	0.715	0.603	0.484	0.360	0.233	0.104		
29	0.121	0.250	0.377	0.501	0.619	0.730	0.829	0.910	0.968	0.997	0.995	0.961	0.899	0.815	0.714	0.602	0.482	0.358	0.230	0.099		
30	0.116	0.247	0.375	0.500	0.619	0.730	0.829	0.910	0.968	0.997	0.995	0.961	0.899	0.815	0.713	0.601	0.480	0.355	0.226	0.094		
31	0.112	0.244	0.373	0.498	0.618	0.730	0.829	0.910	0.968	0.997	0.995	0.961	0.899	0.814	0.713	0.600	0.478	0.352	0.222	0.089		

