De la potència a la funció exponencial

Jaume Serra

Departament de Matemàtiques

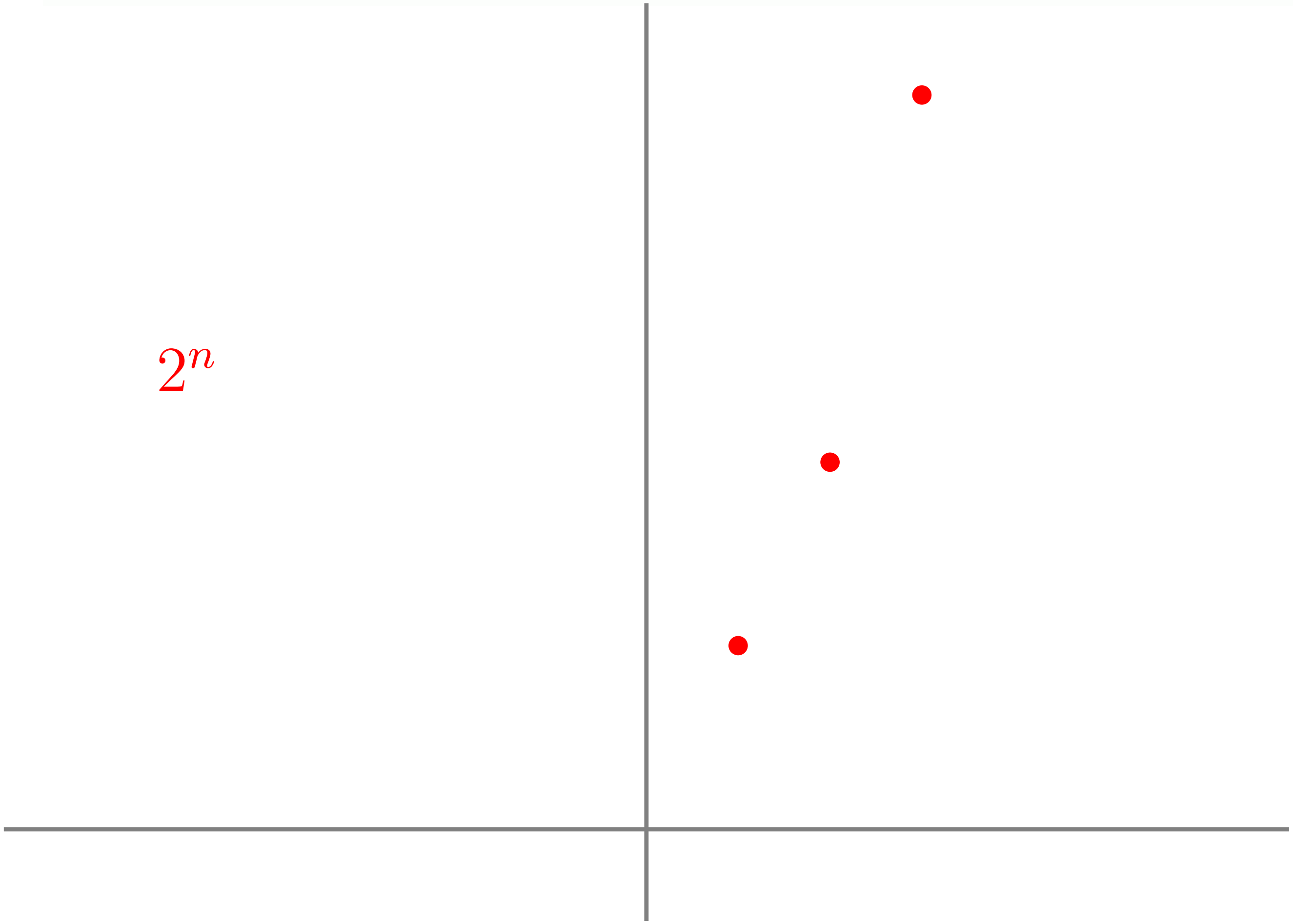
Institut Vilatzara

curs 2013–14

La potència

$$a^n = \overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{(n)}$$

on n és un valor natural.


2^n

La multiplicació

$$a^m \cdot a^n = \overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{(m)} \cdot \overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{(n)} = \overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{(m+n)} = a^{m+n}$$

La divisió

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{(m)}}{\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{(n)}} = \overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{(m-n)} = a^{m-n}$$

Potència de potències

$$(a^m)^n = \overbrace{a^m \cdot \ldots \cdot a^m}^{(n)} = \overbrace{\overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{(n)} \cdot \ldots \cdot \overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{(n)}}^{(m)} = \overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{(m \cdot n)} = a^{m \cdot n}$$

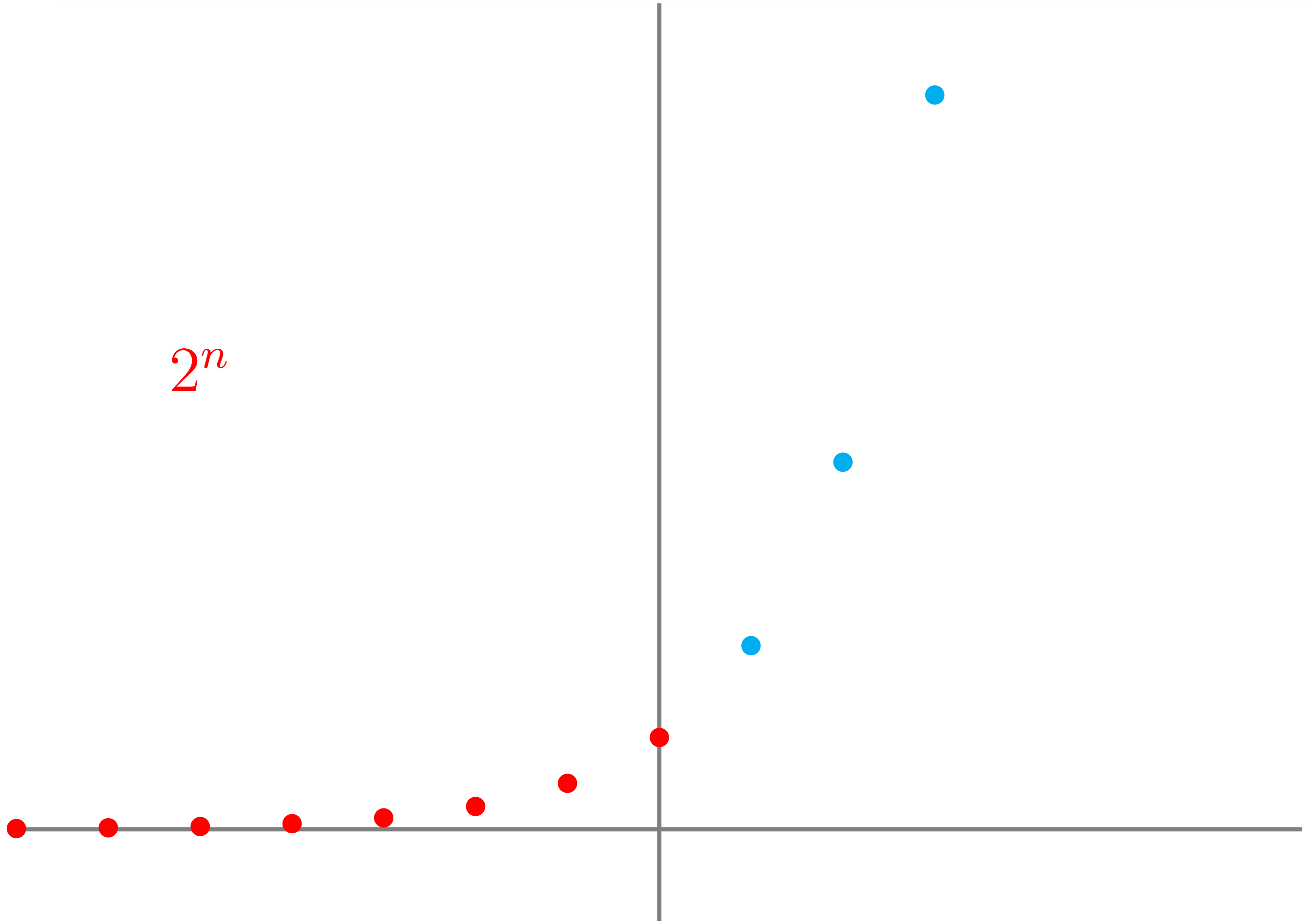
L’exponent nul

$$a^0 = a^{n-n} = \frac{a^n}{a^n} = 1$$

L'exponent negatiu

Si $m < n$, $\dfrac{a^m}{a^n} = \dfrac{\overbrace{a \cdot \ldots \cdot a}^{(m)}}{\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{(n)}} = \dfrac{1}{\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{n-m}} = a^{m-n}$

És a dir, $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$


2^n

L'exponent fraccionari

Què pot ser $a^{1/2}$?

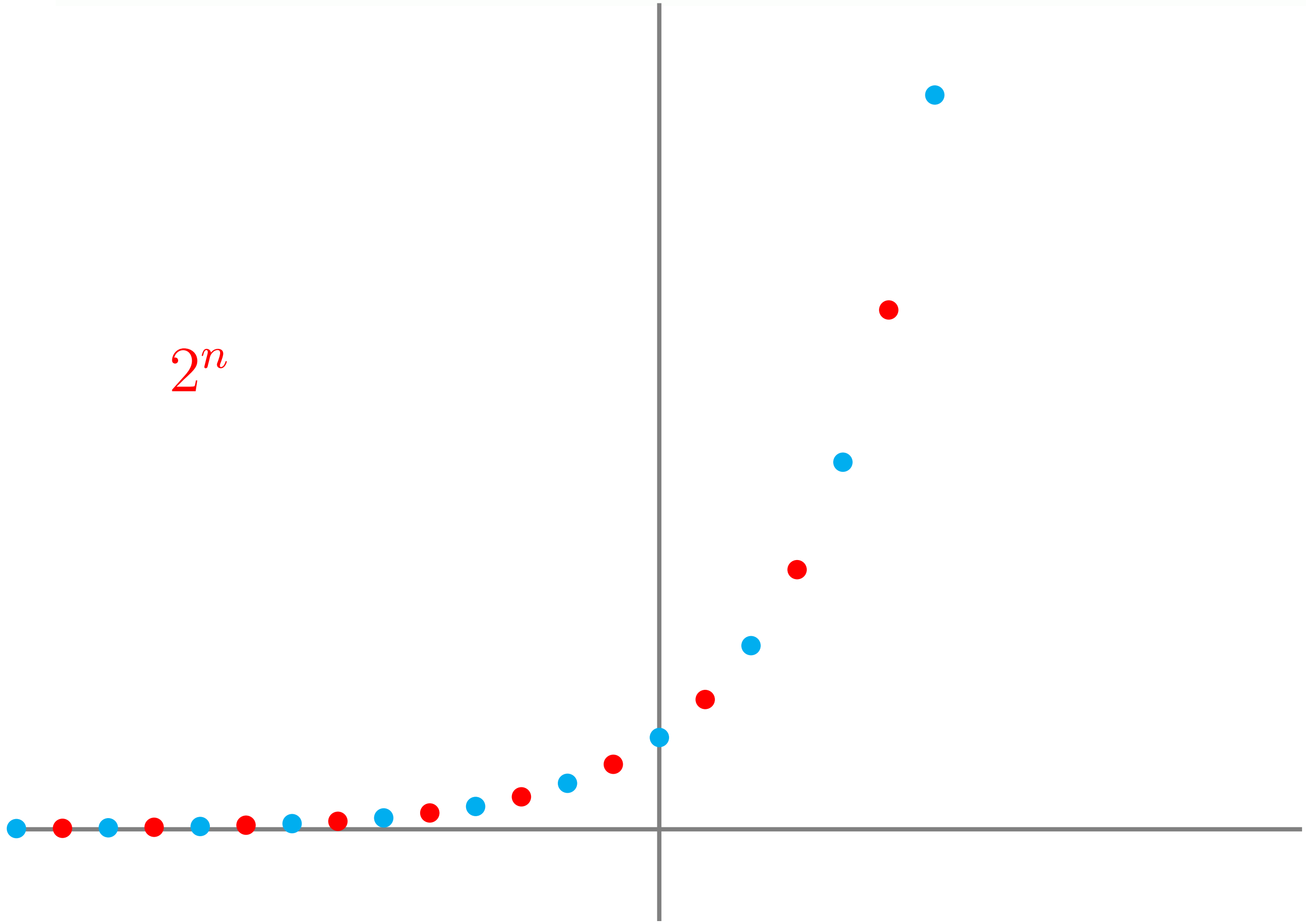
Si multipliquem, $a^{1/2} \cdot a^{1/2} = a^{1/2+1/2} = a^1$.

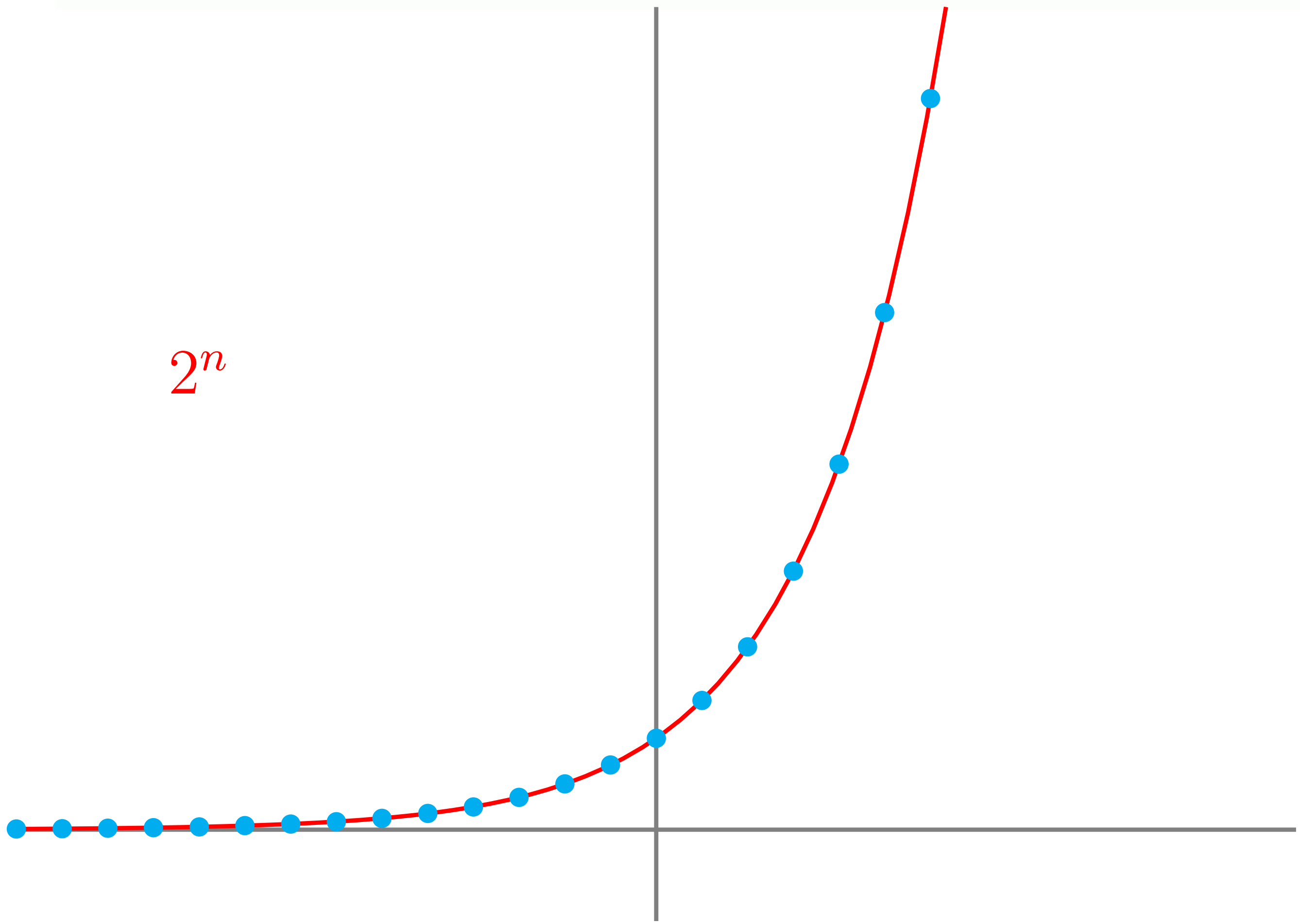
És a dir, $(a^{1/2})^2 = a$.

És a dir, $a^{1/2} = \sqrt{a}$.

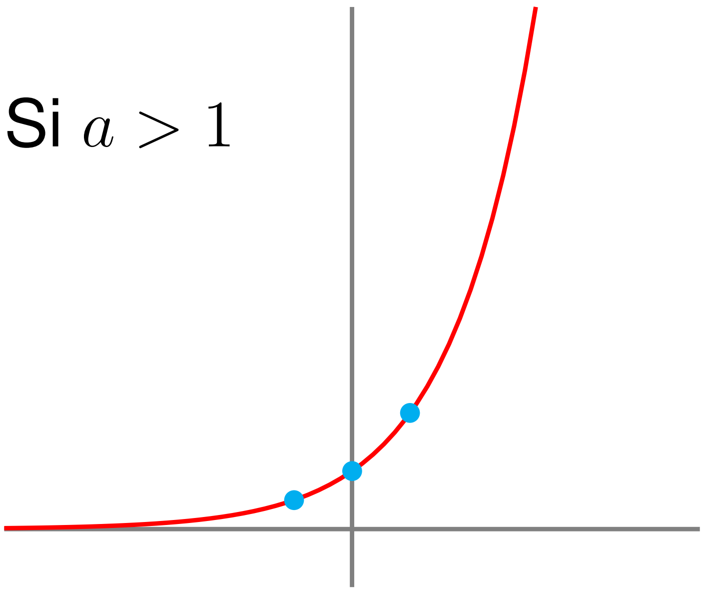
Anàlogament, $a^{1/3} = \sqrt[3]{a}$, $a^{1/4} = \sqrt[4]{a}$, ...

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$$


2^n


2^n

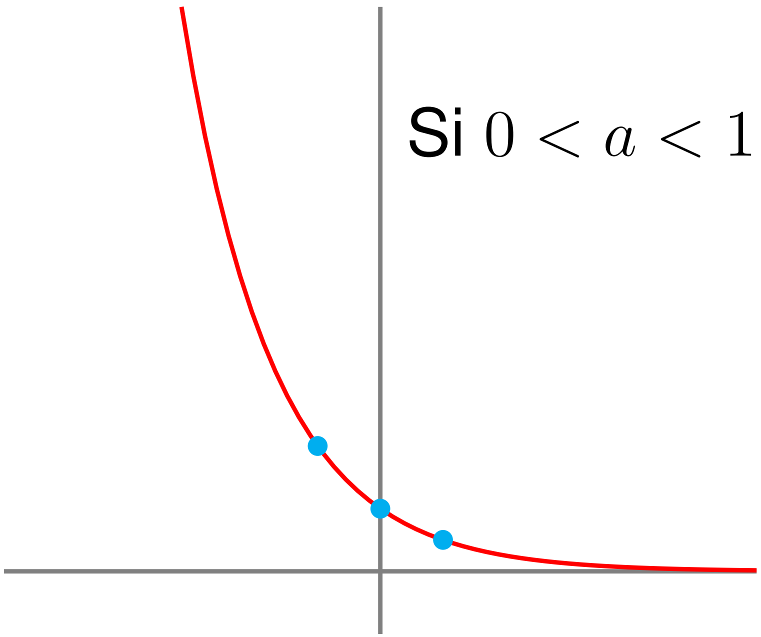
La funció exponencial (I)



Si $a > 1$

- monòtona creixent
- còncava
- passa per $(0, 1)$
- AH a $y = 0$ per l'esquerra
- passa per $(1, a)$ i $(-1, \frac{1}{a})$

La funció exponencial (II)



- monòtona decreixent
- còncava
- passa per $(0, 1)$
- AH a $y = 0$ per la dreta
- passa per $(1, a)$ i $(-1, \frac{1}{a})$