



Regles d'integració

Jaume Serra

Departament de Matemàtiques
Institut Vilatzara





Ara que sabem que

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

on $F(x)$ verifica $F' = f$, és el moment de trobar tècniques que permetin deduir las F a partir de les f .



La potència

Sabem que $(x^n)' = nx^{n-1}$.

Per tant,

$$x^n = \int nx^{n-1} dx$$



Això es pot arreglar una mica.

Si $(x^n)' = nx^{n-1}$, tindrem que $(x^{n+1})' = (n+1)x^n$.

Per tant

$$x^{n+1} = \int (n+1)x^n dx$$





O, millor encara:

si $(x^{n+1})' = (n+1)x^n$, tindrem que $\left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right)' = x^n$

Per tant

$$\frac{x^{n+1}}{n+1} = \int x^n dx$$





Però els termes x^n solen anar acompanyats d'un factor constant.



El factor constant

Suposem que $(F)' = f$, és a dir, que $F = \int f \, dx$.

Volem saber què passa amb $\int k f \, dx$.



$$f = F'$$





$$f = F'$$

$$kf = kF'$$





$$f = F'$$

$$kf = kF'$$

$$kf = (kF)'$$





$$f = F'$$

$$kf = kF'$$

$$kf = (kF)'$$

$$\int kf \, dx = kF$$





$$f = F'$$

$$kf = kF'$$

$$kf = (kF)'$$

$$\int kf \, dx = kF$$

$$\int kf \, dx = k \int f \, dx$$



Atenció: si el factor no és constant


$$\int x^2 dx = \int x \cdot x dx$$

Atenció: si el factor no és constant

$$\int x^2 dx = \int x \cdot x dx$$

$$\int x^2 dx = x \int x dx$$

Atenció: si el factor no és constant

$$\int x^2 dx = \int x \cdot x dx$$

$$\int x^2 dx = x \int x dx$$

$$\int x^2 dx = x \frac{1}{2} x^2$$

Atenció: si el factor no és constant

$$\int x^2 dx = \int x \cdot x dx$$

$$\int x^2 dx = x \int x dx$$

$$\int x^2 dx = x \frac{1}{2} x^2$$

$$\int x^2 dx = \frac{1}{2} x^2$$

Atenció: si el factor no és constant

$$\int x^2 dx = \int x \cdot x dx$$

$$\int x^2 dx = x \int x dx$$

$$\int x^2 dx = x \frac{1}{2} x^2$$

$$\int x^2 dx = \frac{1}{2} x^2$$

$$\frac{1}{3} x^3 = \frac{1}{2} x^3$$

La suma

Volem saber què passa amb $\int (f + g) dx$.

Suposem que $(F)' = f$, i $(G)' = g$.



$$f + g = F' + G'$$





$$f + g = F' + G'$$

$$f + g = (F + G)'$$





$$f + g = F' + G'$$

$$f + g = (F + G)'$$

$$\int (f + g) dx = F + G$$





$$f + g = F' + G'$$

$$f + g = (F + G)'$$

$$\int (f + g) dx = F + G$$

$$\int (f + g) dx = \int f dx + \int g dx$$



Segon toc d'atenció

La regla

$$\int (f + g) dx = \int f dx + \int g dx$$

no implica que

$$\int (f \cdot g) dx = \int f dx \cdot \int g dx$$

Atenció amb els productes


$$\int x^2 dx = \int x \cdot x dx$$

Atenció amb els productes

$$\int x^2 dx = \int x \cdot x dx$$

$$\int x^2 dx = \int x dx \cdot \int x dx$$

Atenció amb els productes

$$\int x^2 dx = \int x \cdot x dx$$

$$\int x^2 dx = \int x dx \cdot \int x dx$$

$$\int x^2 dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{1}{2}x^2$$

Atenció amb els productes

$$\int x^2 dx = \int x \cdot x dx$$

$$\int x^2 dx = \int x dx \cdot \int x dx$$

$$\int x^2 dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{1}{2}x^2$$

$$\int x^2 dx = \frac{1}{4}x^4$$

Atenció amb els productes

$$\int x^2 dx = \int x \cdot x dx$$

$$\int x^2 dx = \int x dx \cdot \int x dx$$

$$\int x^2 dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{1}{2}x^2$$

$$\int x^2 dx = \frac{1}{4}x^4$$

$$\frac{1}{3}x^3 = \frac{1}{4}x^4$$

En resum:

$$\frac{x^{n+1}}{n+1} = \int x^n dx$$

$$\int k f dx = k \int f dx$$

$$\int (f + g) dx = \int f dx + \int g dx$$

$$\int (f \cdot g) dx \neq \int f dx \cdot \int g dx$$