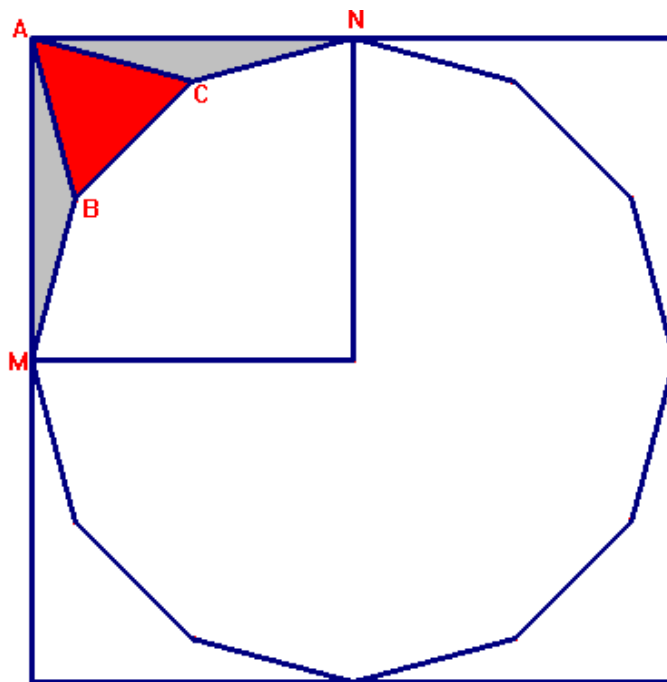


PROBLEMAS PROPUESTOS POR ESTALMAT-MADRID
PARA LA PAGINA WEB www.estalmat.org. Febrero de 2005

1. En el cuadrado grande que tiene de lado 2 hemos inscrito el dodecágono regular de la figura. Queremos calcular el área del dodecágono. Para ello hemos dibujado el triángulo ABC, que debes **demostrar que es equilátero**, así como que **el triángulo AMB es isósceles** y calcular sus ángulos (debes tener cuidado en no usar lo que quieres probar). Una vez hecho esto (o sin haberlo conseguido) **descompón** el dodecágono inscrito en triángulos congruentes con ABC y AMB y a partir de esa descomposición **calcula el área** del dodecágono.

Ahora te pedimos que generalices: **¿Cuál es el área** de un dodecágono inscrito en una circunferencia de radio R?



2. Se juega un torneo de fútbol entre un número par de equipos a una sola vuelta. Al final hay un equipo ganador que tiene más puntos que el segundo. En cada partido un equipo tiene dos puntos si gana, 1 punto si empata y 0 puntos si pierde. ¿Cuántos partidos puede haber perdido como máximo el equipo campeón? Encuentra una tabla posible que se ajuste a ese caso para 8 equipos donde figuren los partidos ganados, empatados y perdidos por cada equipo.

Trata de extender la tabla para 10 equipos, para 12, y para $2n$.

¿Cómo cambia la cosa si en vez de dos puntos se dan tres por ganar?

3. El número de nueve cifras $abcde fghi$ formado con las nueve cifras del 1 al 9, verifica que:

a es divisible por 1,
 ab es divisible por 2,
 abc es divisible por 3,
 $abcd$ es divisible por 4,

y así continúa hasta que

$abcde fghi$ es divisible por 9

Se trata de encontrar dicho número (que es único) obteniendo resultados parciales. No te ayudaremos mucho diciendo que e debe ser 5 y que b, d, f, h deben ser pares y por tanto las restantes cifras son impares. ¿Cuántos candidatos hay en este momento?

Luego, quizás, debes intentar averiguar cómo se pueden colocar las cifras pares por parejas en sus huecos, usando las reglas de divisibilidad por cuatro y por ocho (recuerda que c y g son impares y f par).

Ya tendremos un número razonable de caminos a explorar, donde las colocaciones de las cifras impares también irá por parejas, atendiendo a las reglas de divisibilidad por 3, 6 y 9.

Al final sólo quedan seis sospechosos que verifican ocho de las nueve condiciones. Llama al Séptimo en tu ayuda para hallar al culpable. Metes las siete primeras cifras en la caja de zapatos de la división por siete y al que encaje, le nombras Cenicienta del cuento.

¡Cuando regreses de la travesía por los mares de la divisibilidad seguro que vuelves más sabio y con más savia!