

MATEMÀTIQUES**PAU-2010**Estructura de la prova

Consistirà en **6 qüestions**, amb un valor de dos punts cadascuna, de les quals l'alumne n'haurà de contestar **cinc**.

Concreció dels objectius i continguts del currículum per a les PAU

A continuació es desenvolupa la concreció dels objectius i continguts dels que s'han d'examinar en alumnes a les Proves d'Accés a la Universitat, referides a l'assignatura de Matemàtiques. Es consideren tres grans blocs, corresponents als blocs assenyalats al Decret 142/2008 (DOGC núm. 5183), sense que s'assignin percentatges indicatius del pes que tindran a les PAU i, per tant, no tindran necessàriament el mateix pes als exàmens:

- Àlgebra lineal
- Geometria a l'espai
- Anàlisi.

Encara que el nivell de coneixements i d'habilitats matemàtiques que es requereixen per als diferents estudis no és uniforme, sí que hi ha una sèrie de característiques que resulten indispensables en tots ells: la capacitat de raonar i la capacitat de modelitzar. Entenem que la prova de matemàtiques no s'ha de limitar a verificar el coneixement i comprensió de conceptes i l'adquisició d'habilitats de càlcul sinó que ha d'incorporar també elements que permetin avaluar aquestes capacitats.

Com a pauta general, la prova d'accés contindrà exclusivament qüestions i problemes que es referiran als continguts que formen part de la programació oficial del segon curs de batxillerat. Tanmateix, podrà ser necessari l'ús de continguts de cursos anteriors si la qüestió ho requereix. Com a exemples, en un problema de màxims i mínims pot ser necessari algun concepte de trigonometria, o un problema de funcions pot requerir elements de geometria plana.

Les concrecions per a cada un dels blocs abans assenyalats estan basades directament amb les que podem trobar al decret citat més amunt, en l'apartat de "Segon curs", "CONTINGUTS". Els elements amb *cursiva* corresponen a aclariments sobre algun dels conceptes.

Àlgebra lineal

- Operacions amb matrius (*suma, producte i producte per un escalar*).
- Determinants d'ordre 2 o 3. Rang d'una matriu. Càlcul de la matriu inversa (*en el cas del càlcul de la matriu inversa, el màxim ordre de la matriu serà 3*).

- Discussió i resolució de sistemes d'equacions lineals (amb un paràmetre com a màxim). Plantejament de problemes. *(Els sistemes d'equacions tindran un màxim de tres equacions i de tres incògnites; si en una qüestió li apareix a l'alumne un sistema més gran, és que existeix alguna altra manera de resoldre la qüestió on no és necessari treballar amb aquest sistema).*

Geometria a l'espai

- Vectors lliures a l'espai. Dependència i independència lineal.
- Equacions del pla i de la recta. Posicions relatives. Interpretació geomètrica de sistemes lineals amb tres incògnites.
- Productes escalar. Perpendicularitat i angles.
- Producte vectorial i mixt. Interpretació geomètrica i aplicacions al càlcul d'àrees i volums.
- Càlcul de distàncies.

Anàlisi

- Una aproximació al concepte de límit d'una funció en un punt i a l'infinit. Asímtotes verticals i horitzontals.
- Continuitat. Classificació dels punts de discontinuïtat *(aquests conceptes, i els de l'apartat anterior, es podran referir a funcions polinòmiques, racionals, trigonomètriques, exponencials i logarítmiques i a les definides a partir d'elles com a resultat d'operacions elementals, valor absolut i definició a trossos).*
- El teorema de Bolzano: un mètode per aproximar arrels.
- Estudi de funcions: domini i recorregut, signe, punts de tall amb els eixos, simetries, límits a l'infinit, asímtotes *(verticals, horitzontals, obliqües)*, *continuitat*, intervals de creixement i decreixement, màxims i mínims relatius, màxims i mínims absoluts, concavitat i convexitat, punts d'inflexió. Representacions gràfiques. Aplicació a situacions geomètriques, científiques i tecnològiques. *(És evident que aquest apartat inclou el domini del concepte de derivada d'una funció i del seu càlcul, així com el càlcul de derivades successives i el càlcul de la recta tangent a una corba, encara que siguin conceptes adquirits al primer curs).*
- Problemes d'optimització.
- Antiderivades o primitives d'una funció. Càlcul de primitives quasi immediates que es puguin fer directament aplicant les dues regles bàsiques del càlcul integral *(és a dir, la linealitat de la primitivització)* o amb canvis de variable senzills, i el mètode d'integració per parts.
- Integral definida. Aplicació al càlcul d'àrees *planes*.

MODELS EXAMEN PAU 2010**Model 1**

L'alumne ha de triar cinc (i només cinc) qüestions entre les sis del següent enunciat. Cada una d'elles té una puntuació màxima de dos punts.

1.- Trobeu els valors dels paràmetres p i q perquè les matrius

$$A = \begin{pmatrix} p & 2 \\ q & -1 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad B = \begin{pmatrix} p & 4 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

satisfacin la igualtat $A \cdot B = B \cdot A$.

2.- Siguin $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

- a) Trobeu la matriu M , quadrada d'ordre 2, tal que $M \cdot A = B$.
- b) Comproveu que $M^2 = I_2$ (matriu identitat d'ordre 2); deduiu l'expressió de M^n .

3.- Donats els punts $P = (1, 2, a)$, $Q = (-1, 2a, 1)$ i $R = (1, 1, -2)$, busqueu el valor de a per al qual aquests tres punts determinen un triangle rectangle, de manera que l'angle recte estigui en el vèrtex P .

4.- Trobeu l'equació cartesiana (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$ del pla que passa pel punt $(1, 2, 3)$ i és paral·lel a la recta $r: \begin{cases} x + 2y - 3z = 5 \\ 2x - y + z = 7 \end{cases}$ i a l'eix OX .

5.- Donades les corbes $y = 4x - x^2$ i $y = x^2 - 6$,

- c) Representeu totes dues en una mateixa gràfica, on es vegi clarament el recinte que limiten aquestes corbes.
- d) Trobeu l'àrea del recinte limitat per les dues corbes.

6.- Donada la funció $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x+1}$, trobeu les coordenades dels seus extrems relatius, classificant-los.

Model 2

L'alumne ha de triar cinc (i només cinc) qüestions entre les sis del següent enunciat. Cada una d'elles té una puntuació màxima de dos punts.

1.- Donat el sistema d'equacions lineals

$$\begin{cases} x & + & y & + & (m-1)z & = & 1 \\ x & + & (m-1)y & + & z & = & m-1 \\ (m-1)x & + & y & + & z & = & m+2 \end{cases}$$

discutiu-lo en funció dels valors del paràmetre m .

2.- Trobeu els valors del paràmetre a per als quals la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 0 & a & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ no

té matriu inversa. Trobeu la inversa de la matriu A quan $a=1$.

3.- Trobeu l'equació de la recta perpendicular al pla $\pi: 2x - y + z + 3 = 0$ que passa pel punt $(-1, 3, a)$ del pla, trobant prèviament el valor del paràmetre a .

4.- Se sap que certa funció derivable $F(x)$ verifica les condicions

$$F'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \quad \text{i} \quad F(1) = 3.$$

a) Trobeu $F(x)$.

b) Calculeu l'àrea compresa entre $F(x)$ i l'eix OX des de $x=0$ fins a $x=1$.

5.- Considereu la funció $f(x) = ax^2 + x + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Trobeu els valors de a i b que fan que la recta $y = 2x + 1$ sigui tangent a la gràfica de f quan $x = 1$.

6.- Trobeu els valors dels paràmetres a i b per tal que la funció següent sigui contínua i derivable en $x = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x + 3 & \text{si } x < 2 \\ x^3 + bx + 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$