1 DISCUTEIX I RESOL EL SEGÜENT SISTEMA EN FUNCIÓ DEL PARÀMETRE (1)

$$\begin{cases} x-2y-4z=4 \\ 3x+ay=3 \\ x+5y+8az=-5a \end{cases} \rightarrow A' = \left(\underbrace{\begin{array}{ccc} 1 & -2 & -4 \\ 3 & a & 0 \\ 1 & 5 & 8a \end{array}}_{A}\left|\begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ -5a \end{array}\right.\right)$$

$A \rightarrow A$ és quadrada

$\boxed{\text{Solució:}}$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 3 & a & 0 \\ 1 & 5 & 8a \end{vmatrix} \underset{F_3 \to F_3+2aF_1}{=} \begin{vmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 3 & a & 0 \\ 1+2a & 5-4a & 0 \end{vmatrix} = -4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & a \\ 1+2a & 5-4a \end{vmatrix} = -4(15-12a-a-2a^2) =$$

$$= -4(-2a^2-13a+15) = +4(2a^2+13a-15).$$

$$|A| = 0 \rightarrow 2a^2+13a-15=0 \rightarrow a = \frac{-13 \pm \sqrt{169+120}}{4} = \frac{-13 \pm \sqrt{289}}{4} =$$

$$= \frac{-13 \pm 17}{4} = \begin{cases} \boxed{1} \\ \boxed{-\frac{15}{2}} \end{cases}$$

Casos:

$\boxed{a=1}$

$$A' = \left(\overbrace{\begin{array}{ccc} 1 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 8 \end{array}}^{A}\left|\begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ -5 \end{array}\right.\right)$$

$$\begin{array}{c|cc|} & C_1 & C_2 \\ F_1 & 1 & -2 \\ F_2 & 3 & 1 \end{array} = 1+6 = 7 \neq 0$$

* Rang $A \geq 2$, ja que

Però $|A| = 0 \rightarrow$ rang $A < 3$ $\rightarrow$ Rang $A = 2$.

* Rang $A' \geq$ rang $A = 2$ $\rightarrow$ rang $A' \geq 2$

- Menors de A' d'ordre 3 obt. orlant en $\begin{array}{c|cc|} & C_1 & C_2 \\ F_1 & 1 & -2 \\ F_2 & 3 & 1 \end{array}$

$\rightarrow |A| = 0$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & -5 \end{vmatrix} \underset{\substack{F_2 \to F_2-3F_1 \\ F_3 \to F_3-F_1}}{=} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 7 & -9 \\ 0 & 7 & -9 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \text{rang } A' < 3$$

rang $A' = 2$

Rang A = rang $A' = 2$
núm. incòg $= 3$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{SCI amb un paràmetre lliure}}$

Resolució: F_3 és comb. l. de F_1 i F_2 $\rightarrow$ l'elimino ($la\ F_3$).

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -4 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \end{array}\right) \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x-2y-4z \\ 3x+y \end{array}\right| \left.\begin{array}{c} 4 \\ 3 \end{array}\right\} \rightarrow y = \lambda \begin{cases} x-4z = 4+2\lambda \\ 3x = 3-\lambda \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \frac{3-\lambda}{3} \rightarrow x = 1 - \frac{1}{3}\lambda$$

$$x-4z = 4+2\lambda \rightarrow z = \frac{x-4-2\lambda}{4} = \frac{\frac{3-\lambda}{3} - \frac{12}{3} - \frac{6\lambda}{3}}{4} = \frac{-9-7\lambda}{12} = -\frac{3}{4} - \frac{7}{12}\lambda$$