

Examen de 2u de B.TX. Matem. Alumnas que estaven malalts.

① Discontinua i resol en funció del paràmetre "a":
$$\begin{cases} 2y-z=a \\ 3x-2z=11 \\ y+z=6 \\ 2x+y-4z=a \end{cases}$$

$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & -1 & a \\ 3 & 0 & -2 & 11 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & -4 & a \end{array} \right)$ \rightarrow Com que M' és quadrada començar calculant $|M'|$.

$|M'| = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 & a \\ 3 & 0 & -2 & 11 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & -4 & a \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{per } C_1]{\text{Desenvolupa}} = -3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 & a \\ 1 & 1 & 6 \\ 1 & -4 & a \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 & a \\ 0 & -2 & 11 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix} =$

$= -3[(2a-6-4a)-(a-a-48)] - 2[(-24-11)-(-2a+22)] =$
 $= -3[-2a-6+48] - 2[-35+2a-22] = -3[-2a+42] - 2[2a-57] =$
 $= +6a-126-4a+114 = 2a-12 = 2(a-6) \rightarrow$ clarament, és 0 quan $a=6$.

Aleshores $|M'|=0$ si $a=6$.

• Si $a \neq 6 \rightarrow |M'| \neq 0 \rightarrow \text{rang } M' = 4$ i com que $\text{rang } M \leq 3$ (perquè és de tipus 4×3) $\rightarrow \text{rang } M' \neq \text{rang } M \rightarrow$ **S. Incompatible** en aquest cas.

• Si $a=6 \rightarrow |M'|=0 \rightarrow \text{rang } M' \leq 4$.

En aquest cas $\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & -1 & 6 \\ 3 & 0 & -2 & 11 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & -4 & 6 \end{array} \right)$ Ara estudiarem els rangs de M i M' .

És fàcil veure que $\text{rang } M \geq 2$, ja que $\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \end{matrix} \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \end{matrix} = -6 \neq 0$.

Mirem els menors d'ordre 3:

$\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{matrix} = (-3) - (6) = -9 \neq 0 \rightarrow \text{rang } M \geq 3$

Però $\text{rang } M \leq 3$ perquè és del tipus 4×3 $\Rightarrow \text{rang } M = 3$.

Com que $\text{rang } M' \geq \text{rang } M$ però en aquest cas $\text{rang } M' \leq 3$ tenim que també, $\text{rang } M' = 3$. I aleshores, en aquest cas, $\text{rang } M = \text{rang } M' = 3$ mín. incògnites = 3 \Rightarrow **S.C. Det.**