EXERCICI

Discuteix i resol el següent sistema en funció del paràmetre k.

$$\begin{cases} x - 3y + kz = -12 \\ (k+2)x - 2y + z = -15 \\ 2x + 4y - 3z = k+7 \end{cases} \to A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & k & -12 \\ k+2 & -2 & 1 & -15 \\ 2 & 4 & -3 & k+7 \end{array}\right)$$

(les tres primeres columnes: A)

Podem veure que $\text{rang}A \geq 2$, ja que $\begin{array}{c} \\ F_1 \\ F_3 \end{array}\begin{array}{c} C_1 \quad C_2 \\ \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \end{array} = 4-(-6) = 10 \neq 0$ independentment del valor del paràmetre k.

Com que A és quadrada, els casos a analitzar surten de resoldre $|A| = 0$.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -3 & k \\ k+2 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{vmatrix} = 6 + 4k(k+2) - 6 - (-4k) - 9(k+2) - 4 = \cancel{6} + 4k^2 + 8k - \cancel{6} + 4k - 9k - 18 - 4 = 4k^2 + 3k - 22$$

Llavors $|A| = 0 \to 4k^2 + 3k - 22 = 0 \to \dots \to k = \begin{cases} 2 \\ -\frac{11}{4} \end{cases}$

- Si $\boxed{k=2}$

$\boxed{\text{Rang}(A)}$

En aquest cas és $|A| = 0 \to \text{rang}(A) < 3$, però sabiem que $\text{rang}(A) \geq 2$ independentment del valor del paràmetre $\Rightarrow \boxed{\text{rang}(A) = 2}$

$\boxed{\text{Rang}(A')}$

Se que $\text{rang}(A') \geq \text{rang}(A)$ sempre. Com que $\text{rang}(A) = 2 \to \text{rang}(A') \geq 2$.

. Menors d'ordre 3:

$$\begin{array}{c} \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{array}\begin{array}{c} C_1 \quad C_2 \quad C_3 \\ \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix} \end{array} = |A| = 0$$

ja ho sé que és així en aquest cas

$$\begin{array}{c} \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{array}\begin{array}{c} C_1 \quad C_2 \quad C_4 \\ \begin{vmatrix} 1 & -3 & -12 \\ 4 & -2 & -15 \\ 2 & 4 & 9 \end{vmatrix} \end{array} = -18 - 192 + 90 - 48 - (-60) - (-108) = 0$$

Llavors, $\boxed{\text{rang}(A') = 2}$