$\boxed{\text{EXERCICI}}$

Discuteix i resol el següent sistema en funció del paràmetre.

$$\begin{cases} 2x-3y=k+4 \\ kx-6y=16 \\ 6x-9y=24 \end{cases} \longrightarrow A' = \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -3 & k+4 \\ k & -6 & 16 \\ \underbrace{6 \quad -9}_{A} & & 24 \end{array}\right)$$

Com que A' és quadrada podré saber quins casos he d'analitzar resolent $|A'|=0$.

$$|A'| = \begin{vmatrix} 2 & -3 & k+4 \\ k & -6 & 16 \\ 6 & -9 & 24 \end{vmatrix} \underset{\substack{\text{Trec un 3} \\ \text{de la } F_3}}{=} 3\begin{vmatrix} 2 & -3 & k+4 \\ k & -6 & 16 \\ 2 & -3 & 8 \end{vmatrix} \overset{F_1 \to F_1 - F_3}{=} \begin{vmatrix} 0 & 0 & k-4 \\ k & -6 & 16 \\ 2 & -3 & 8 \end{vmatrix} \overset{\substack{\text{Desenvolupo per adjunt} \\ \text{per la } F_1}}{=} (k-4)\cdot\begin{vmatrix} k & -6 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \underset{\substack{\text{trec un } -3 \\ \text{de la } C_2}}{=}$$

$$= (-3)\cdot(k-4)\cdot\begin{vmatrix} k & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-3)(k-4)\cdot(k-4) = -3\cdot(k-4)^2$$

Llavors, si $|A'|=0 \to -3(k-4)^2=0 \to (k-4)^2 = \frac{0}{-3} \to (k-4)^2=0 \to$

$(k-4)=\pm\sqrt{0} \to k-4=0 \to k=4$ (solució doble)

Casos a analitzar: $\begin{cases} k=4 \\ k\neq 4 \end{cases}$

• Si $\boxed{k=4}$

$$A' = \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -3 & 8 \\ 4 & -6 & 16 \\ \underbrace{6 \quad -9}_{A} & & 24 \end{array}\right)$$

→ és fàcil veure que rang A = rang A' = 1, ja que la F_2 i la F_3 són proporcionals a la primera (són combinació lineal d'ella).

Si ho faig detalladament calculant menors observaré que $\begin{array}{cc} & C_1 \\ F_1 & |2| \end{array} = 2 \neq 0 \to$ rang $A \geq 1$, però tots els menors d'ordre 2 que es poden fer dintre de A orlant el menor d'ordre 1 donen 0:

$$\begin{array}{c} \\ F_1 \\ F_2 \end{array}\begin{array}{c} C_1 \quad C_2 \\ \begin{vmatrix} \boxed{2} & -3 \\ 4 & -6 \end{vmatrix} \end{array} = -12+12=0$$

$$\begin{array}{c} \\ F_1 \\ F_3 \end{array}\begin{array}{c} C_1 \quad C_2 \\ \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 6 & -9 \end{vmatrix} \end{array} = -18+18=0$$

→ rang(A) < 2 → rang A = 1.

també és fàcil veure que a A' li passa igual, ja