

Aclariments sobre el mètode gràfic de resolució de problemes de programació lineal

Recordeu que en aquest mètode s'han de fer rectes paral·leles (i pujant-les o baixant-les segons convingui faré augmentar o disminuir la z per trobar el punt on aquesta és màxima o mínima).

Recordeu que si $z=ax+by+c$, llavors:

- si $b > 0$, la z augmenta quan desplaço la recta paral·lelament cap amunt, i disminueix si baixo la recta;
- si $b < 0$, la z disminueix quan desplaço la recta paral·lelament cap amunt, i augmenta si baixo la recta;

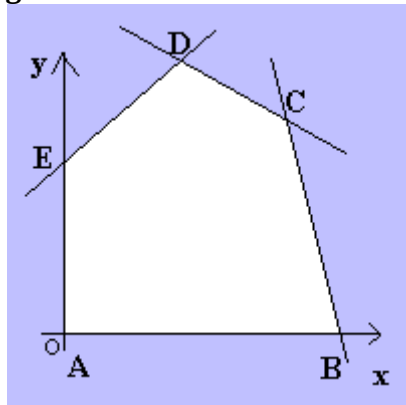
Vegem un exemple concret:

Suposem que un problema de programació lineal té aquesta funció objectiu:

$$z=3x-5y+2 \leftarrow \text{funció objectiu}$$

que s'ha de **maximitzar**.

Suposem que el conjunt de **restriccions** del problema implica resoldre un sistema d'inequacions que té com a solució la següent **regió factible**:



(la regió factible és la zona en blanc).

Com s'han de fer les rectes paral·leles?

El primer de tot és dir que encara que la nostra funció sigui $z=3x-5y+2$ (és a dir, tingui un 2 al final) podem començar dibuixant una **recta auxiliar** que passarà per l'**origen de coordenades**, que serà la recta

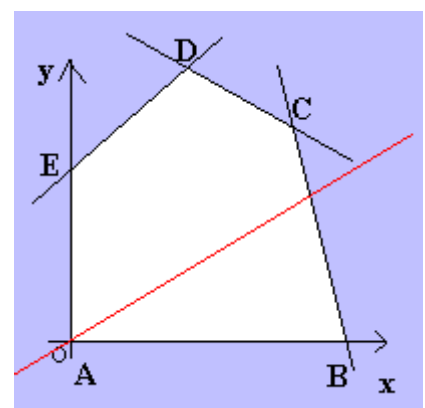
$$3x-5y=0 \leftarrow \text{recta auxiliar}$$

Aquí, simplement **hem tret el terme independent** (2) en l'expressió del 2n membre de la z i així, la recta resultant, **passa per l'origen de coordenades** (és simplement per comoditat i, normalment, es fa sempre).

Si aïllem y de $3x-5y=0$ queda $y = \frac{3x}{5}$. Si faig una mini taula de valors (amb només dos punts n'hi haurà prou) i la represento quedaria així (és la recta en vermell del dibuix que apareix a la dreta):

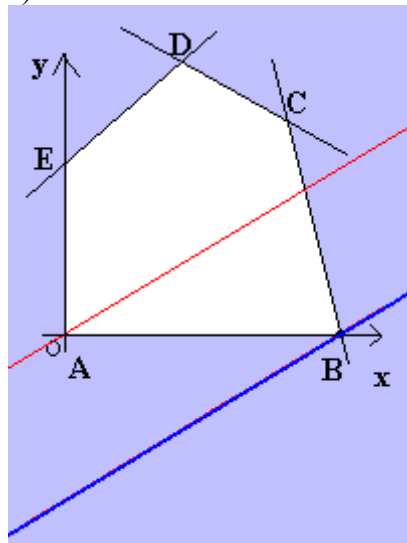
Ara ja puc començar a fer paral·leles a la recta auxiliar pintada en vermell.

He de tenir en compte que la nostra funció objectiu és $z=3x-5y+2$. Com que té una **b negativa** ($b=-5$), sé que **si pujo paral·lelament les rectes, la z disminuirà, i si baixo les rectes, la z augmentarà**.



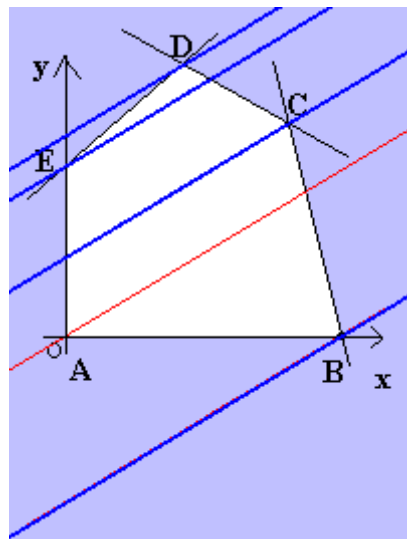
Com que a nosaltres ens interessa **maximitzar** la z (això és el que ens demanaven) caldrà, doncs, que **baixem** paral·lelament la recta per tal que **la z augmenti**. Així aconseguiré veure on z és màxima.

Si fem paral·leles cap a baix, veiem que el màxim de z es trobarà al punt B (ja que si baixo encara més, me'n surto de la regió factible).



Lavors, la solució del nostre problema és el punt B. La z màxima s'obté al punt B.

Si el nostre exercici hagués demanat **minimitzar** la funció z hauríem d'haver fet rectes paral·leles cap amunt, i així la z **disminuiria** fins a arribar al seu mínim. En aquest cas el mínim es trobaria al punt **D** (seria la solució) ja que és el que té una recta paral·lela que queda més amunt dintre de la regió factible (si continuéssim pujant, sortiríem fora de la regió factible). Vegeu-ho a la figura següent:



El nostre llibre explica molt bé el mètode gràfic a les pàgs. 120 i 121. No obstant té alguna petita omissió o error que ara us comento:

- Al gràfic de la pàg. 121 la recta $y=2x$ no és $y=2x$, és $y=-2x$ (és el resultat d'aïllar la y en $0,2x+0,1y=0$).
- Al gràfic de la pàg. 123 quedaria més clar si dibuixessin la recta auxiliar (la que passa per l'origen de coordenades), que és paral·lela a les dues rectes discontinües que han pintat a la part de dalt del dibuix.
- A la pàg. 124, al gràfic de baix de tot sobra un signe “-” en el -32 i en els -16. També caldria dir que, en aquest gràfic, les comes dels decimals s'haurien de posar a dalt: $(0,22'1)$ i $(27'31,0)$, per evitar confusions.