



Sovint expressem la relació entre dues variables mitjançant un gràfic. La representació de diverses dades en un gràfic ens permet analitzar i interpretar la informació més fàcilment i ens mostra com unes variables depenen de les altres.

ÍNDEX

- 1.- Funcions la gràfica de les quals és una recta. Funcions lineals.
Omplir un ortoedre
Modifiquem l'amplada
Generalització. Funció lineal
Buidar l'ortoedre
- 2.- Funcions no lineals.
Primer exemple.
Modifiquem les dimensions.
Generalització. Exemple de funció no lineal (1)
Segon exemple.
Generalització. Exemple de funció no lineal (2)

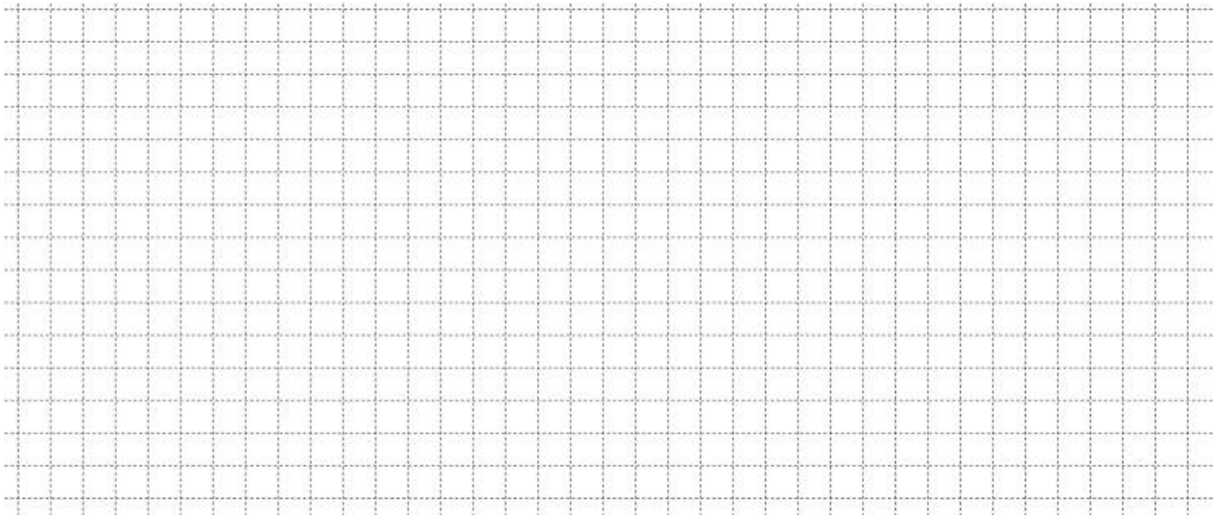
1.- FUNCIONS LA GRÀFICA DE LES QUALS ÉS UNA RECTA. FUNCIONS LINEALS

OMPLIR UN ORTOEDRE

L'escena de la pantalla representa una ampolla en forma d'ortoedre (de color vermell) que quan obris l'aixeta es començarà a omplir d'aigua. El procés d'omplir l'ampolla es pot descriure matemàticament amb el que anomenem funció, així per a un temps concret la funció ens diu l'altura de l'ampolla en aquest moment. El dibuix que queda seguint el punt A és la representació gràfica de la funció. En aquesta unitat aprendràs a interpretar la informació que ens proporciona una gràfica, que és molta.

1. Per obrir l'aixeta fes clic amb el ratolí sobre la fletxa blava i, sense deixar de prémer, observa com s'emplena l'ampolla.
2. Observa que a l'eix horitzontal representem **el temps** que deixem l'aixeta oberta i en el vertical **l'altura** a què l'aigua arriba a l'ampolla. A l'eix horitzontal hem començat a senyalar 1 segon, 2 segons, etc.

Dibuixa els eixos de coordenades, indica quina variable correspon a cadascun dels eixos i representa gràficament la funció que ens dóna la relació entre el temps i l'altura:



3. Observa en aquest exemple, que l'altura és zero quan el temps que ha passat és zero i que el gràfic va creixent.

En matemàtiques els gràfics sempre els llegim d'esquerra a dreta (igual que quan llegim la línia d'un llibre). Amb aquest conveni no tindrem cap dubte per veure si un gràfic creix o decreix.

4. Observa a quines altures arriba l'aigua quan han passat 2, 4 i 6 segons. Completa la taula:

Temps	2	4	6
Altura			

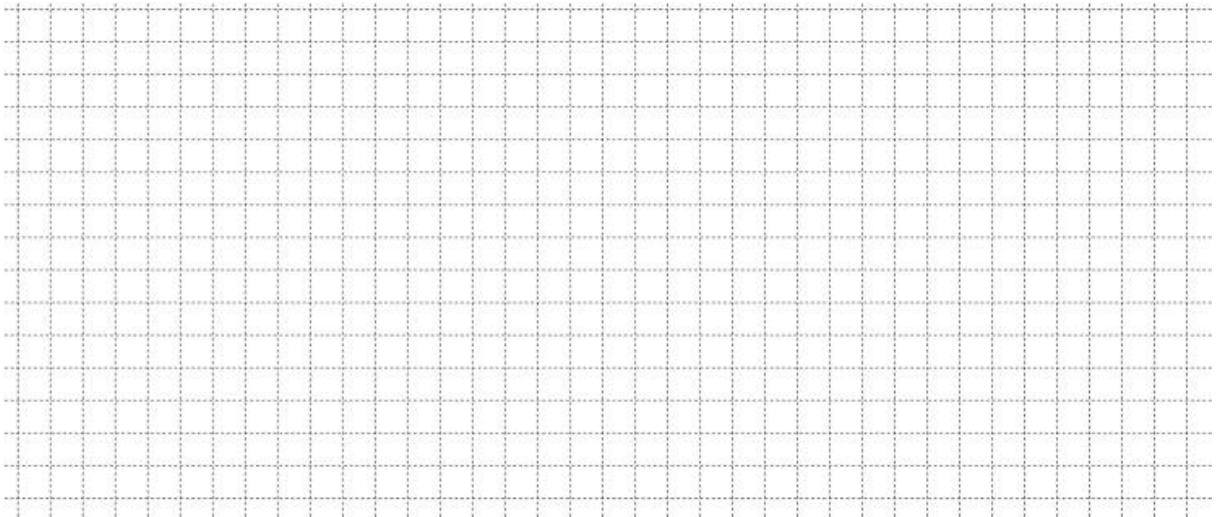
Si fas clic sobre un punt amb el ratolí podràs veure els valors **horitzontal (temps)** i **vertical (altura)** per aquest punt.

5. Què pots dir de la relació entre els valors horitzontal i vertical?
6. Quant de temps necessita l'ampolla perquè s'ompli fins a la meitat? (Contesta a partir del dibuix movent el ratolí sobre el punt adequat)
7. Quant de temps necessita l'ampolla perquè s'ompli un quart? I tres quarts?

MODIFIQUEM L'AMPLADA

A l'escena següent pots canviar la forma de l'ampolla fent-la més ampla o més estreta fent lliscar el punt R. Canvia-la i emplena-la unes quantes vegades. És important que no canviïs la forma de l'ampolla quan l'estiguis omplint; si vols una altra forma fes clic al botó inici i torna a començar.

1. Com canvia la forma de la funció segons s'eixampla o s'estreny la forma de l'ampolla?
2. Podries explicar per què?
3. Dibuixa el gràfic de la funció quan la base de l'ampolla és de 4 quadrats.



4. En aquests mateixos eixos però d'un altre color, dibuixa el gràfic de la funció quan la base de l'ampolla és de 6 quadrats.
5. Quan creix més la funció?
6. Explica amb les teves paraules què significa, en termes de l'altura de l'aigua, que una funció creix més que una altra?

GENERALITZACIÓ. FUNCIÓ LINEAL

La següent escena et pot ajudar a respondre les preguntes anteriors si encara no ho has fet. Aquí el gràfic ja està dibuixat i ens estalviem d'omplir l'ampolla.

1. Fixa la forma de l'ampolla i observa que el gràfic sempre creix perquè cada vegada s'omple més.
2. Mou el punt R per modificar l'amplada de l'ampolla i observa com es modifica la inclinació de la recta.
3. Creix més ràpid cada vegada o segueix creixent al mateix ritme tota l'estona? (compte amb aquest embolic de paraules!).

4. Fes lliscar el punt R de manera que la base de l'ampolla sigui de 4 quadrats i completa la taula següent:

(4 quadrats)

x (temps)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (altura)								

5. Completa diverses taules modificant la base de l'ampolla i compara els resultats.

(6 quadrats)

x (temps)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (altura)								

(2 quadrats)

x (temps)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (altura)								

(1 quadrat)

x (temps)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (altura)								

6. Completa a la llibreta aquesta taula considerant que la base de l'ampolla sigui de:

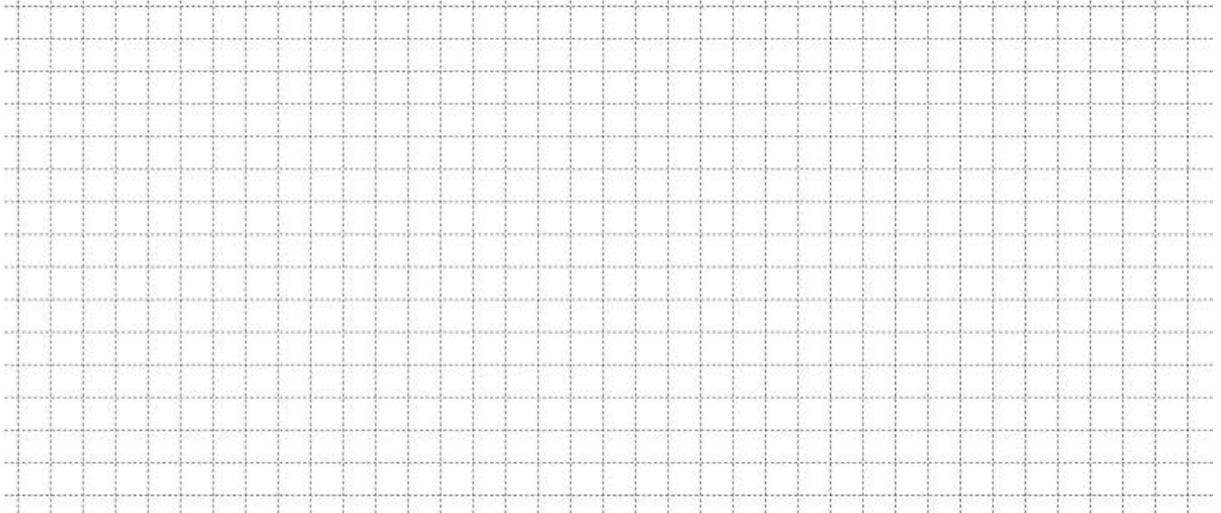
(m quadrats)

x (temps)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (altura)								

BUIDAR L'ORTOEDRE

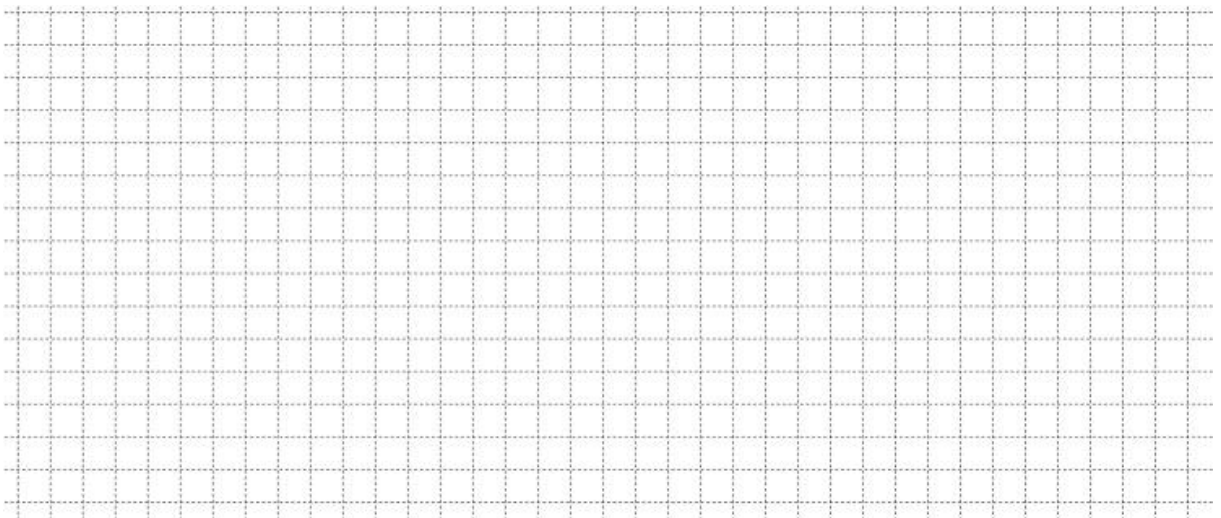
Imagina ara que l'ampolla està plena i la volem buidar.

1. Com creus que serà la seva gràfica? Intenta fer la representació gràfica abans de veure com queda a l'escena. Fes el dibuix en llapis.



2. Amb el ratolí fes clic a la fletxa de l'escena per buidar l'ampolla i comprova si el teu gràfic i el de l'escena són iguals. Dibuixa el gràfic correcte a sobre del teu i en cas de què no coincideixin intenta esbrinar quin ha estat el teu error. Observa que en aquest cas el gràfic sempre decreix perquè cada vegada l'ampolla està més buida.

3. Imagina't ara que la base de l'ampolla té una amplada de 4 quadrats i que està plena i la vols buidar. Dibuixa el gràfic que representa aquesta situació.



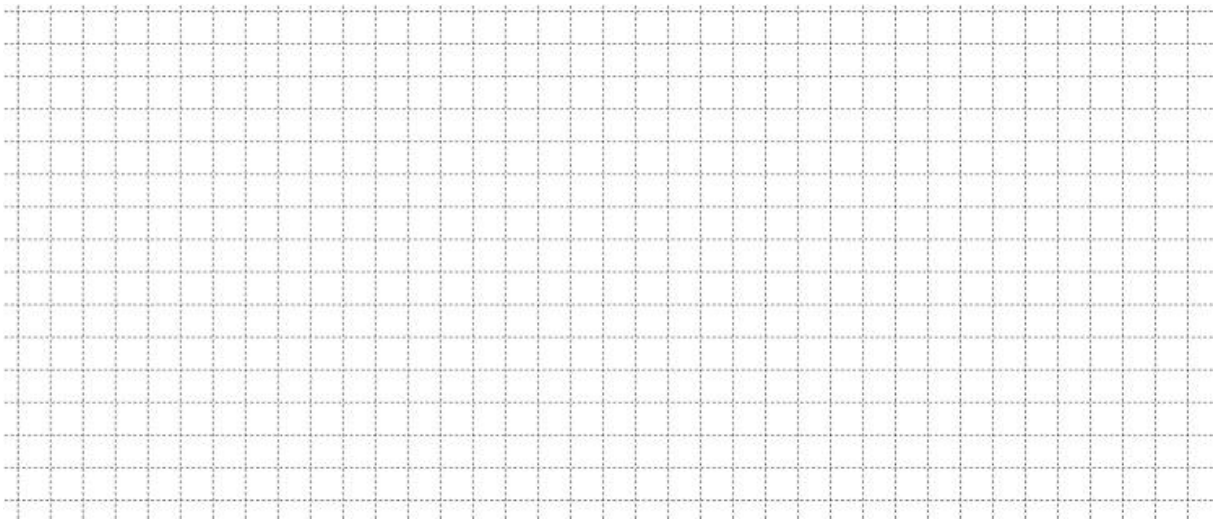
2.- FUNCIONS NO LINEALS

En les següents escenes veuràs diferents exemples en què l'ampolla no té forma d'ortocedre i podràs investigar de quina manera aquest fet modifica la representació gràfica de la funció.

PRIMER EXEMPLE

A l'escena de la pantalla ha canviat la forma de l'ampolla.

1. Intenta fer la representació gràfica abans de veure com queda a l'escena.

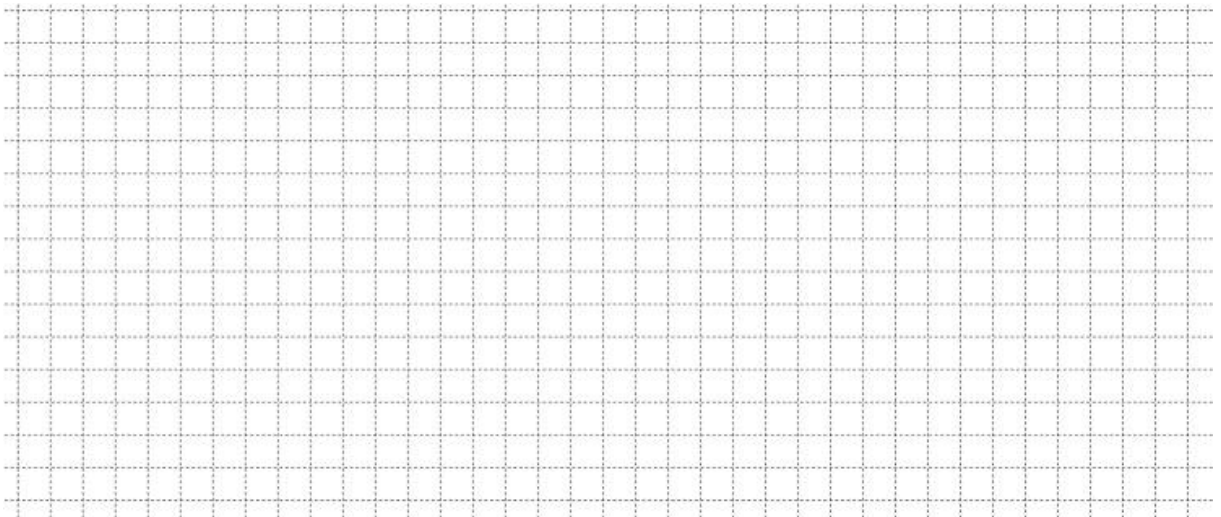
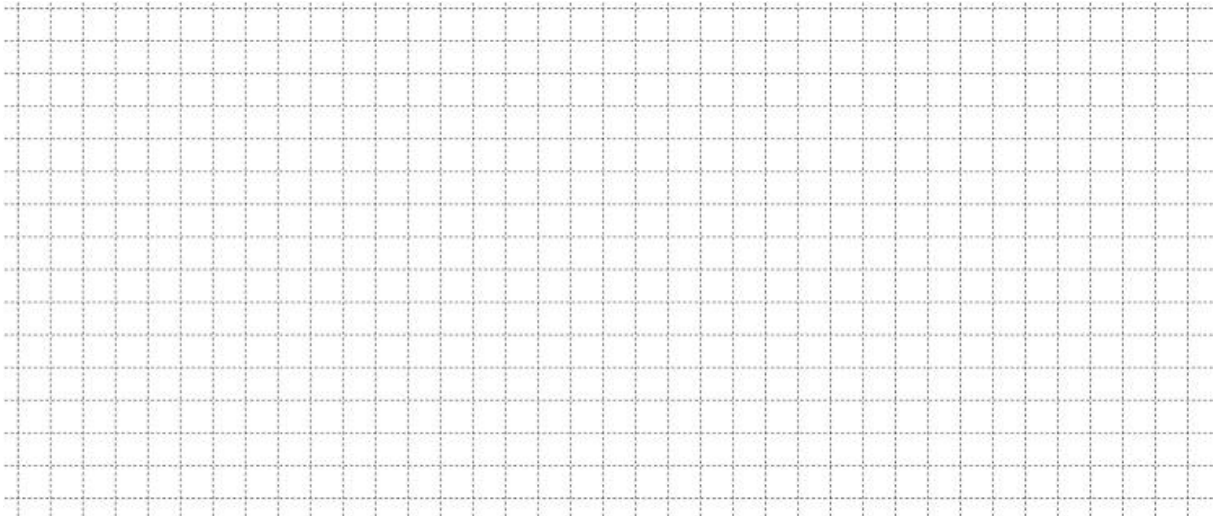


2. Observa a quines altures arriba quan han passat 2, 4 i 6 segons.
3. Què en pots dir de la relació entre les altures i els temps?
4. Quina diferència hi veus entre les diferents altures a què s'arriba en aquests temps?
5. Ara l'altura de l'aigua puja més a poc a poc a mesura que passa el temps, per què?

MODIFIQUEM LES DIMENSIONS

A l'escena següent pots canviar la forma de l'ampolla fent lliscar el punt P. Canvia-la i omplena-la unes quantes vegades. És important que no canviïs la forma de l'ampolla quan l'estiguis omplint; si vols una altra forma fes clic al botó inici i torna a començar.

1. Modifica l'ampolla de manera que tingui la boca més estreta que la base i observa les diferents representacions gràfiques que es generen.
Representa gràficament la funció que ens descriu la relació entre el temps i l'altura quan omplim una ampolla amb la boca més estreta que la base i una altra funció en el cas d'una ampolla amb la boca més ampla.



2. Aquests gràfics, a vegades són convexos (tipus U) i altres vegades còncaus (tipus U invertida), de què depèn? Modifica la forma de l'ampolla diverses vegades i observa amb atenció els gràfics abans de respondre.

3. Fixa't en la curvatura dels gràfics. De què depèn que el gràfic tingui més o menys curvatura?

GENERALITZACIÓ. EXEMPLE DE FUNCIÓ NO LINEAL (1)

En el gràfic de la pantalla pots investigar les formes de la funció molt ràpidament per respondre les preguntes anteriors:

1. A partir de l'observació dels diferents tipus de gràfics que t'han sortit, Amb quins d'ells relacionaries les expressions? Raona les respostes.

"cada segon que passa, l'aigua puja menys"

"cada segon que passa, l'aigua puja la mateixa altura "

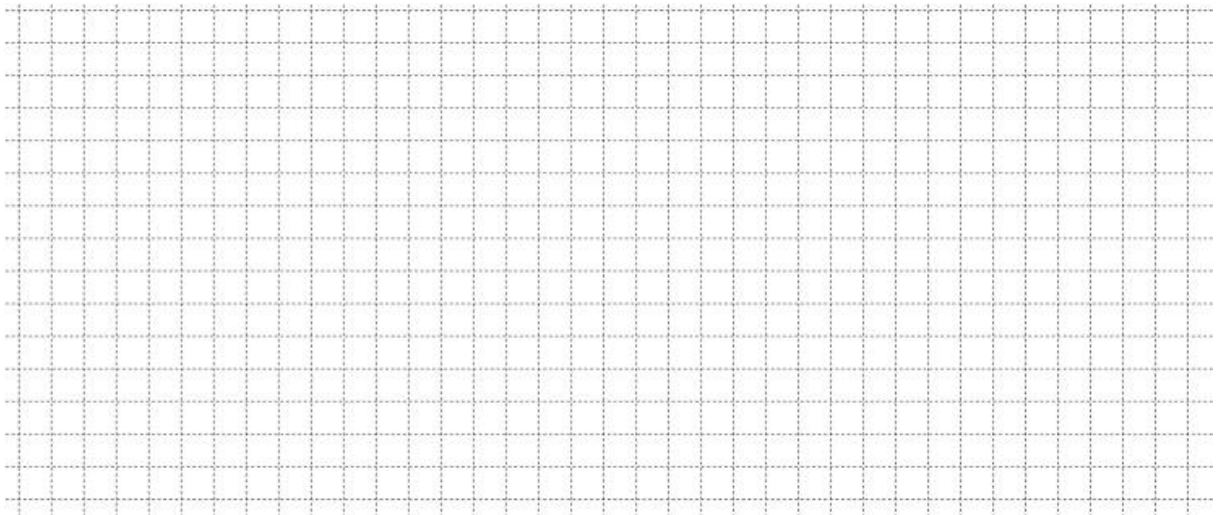
"la funció creix cada vegada més ràpid"

"cada vegada l'aigua tarda menys en pujar la mateixa altura"

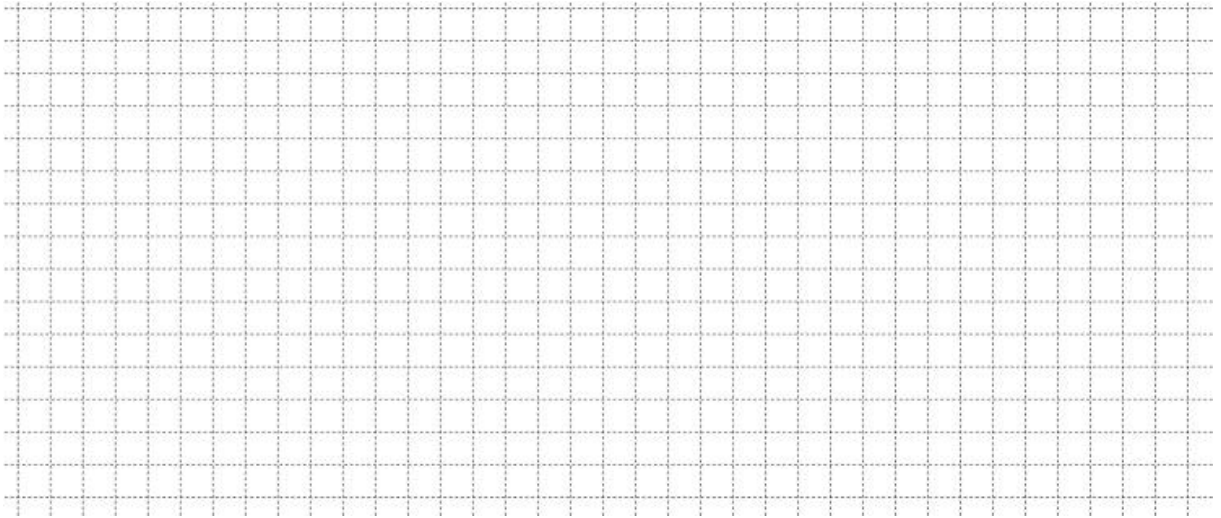
SEGON EXEMPLE

En aquesta escena de la pantalla apareix una ampolla una mica més complicada.

1. Abans d'obrir l'aixeta, ets capaç de dibuixar la forma que tindrà el gràfic? Fes el dibuix en llapis. Després obre l'aixeta i comprova si el teu gràfic i el de l'escena són iguals. Dibuixa el gràfic correcte a sobre del teu i en cas de què no coincideixin intenta esbrinar quin ha estat el teu error.



2. Fes diverses proves canviant la forma de l'ampolla movent P i Q. Abans d'obrir l'aixeta prova de dibuixar el gràfic i després obra l'aixeta i comprova la solució.



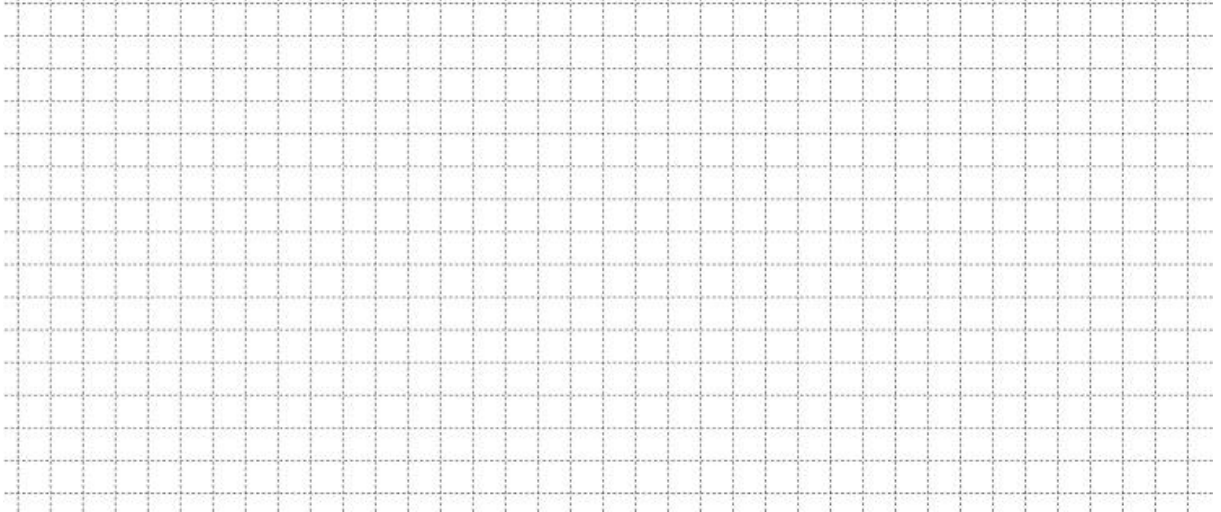
3. Intenta fer ampolles que cada vegada siguin més amples o cada vegada més estretes, que canviïn de forma. Descriu amb paraules com queda el gràfic en cada cas.

4. Ets capaç de donar una explicació, en funció de la forma de l'ampolla, del perquè queden aquests gràfics?

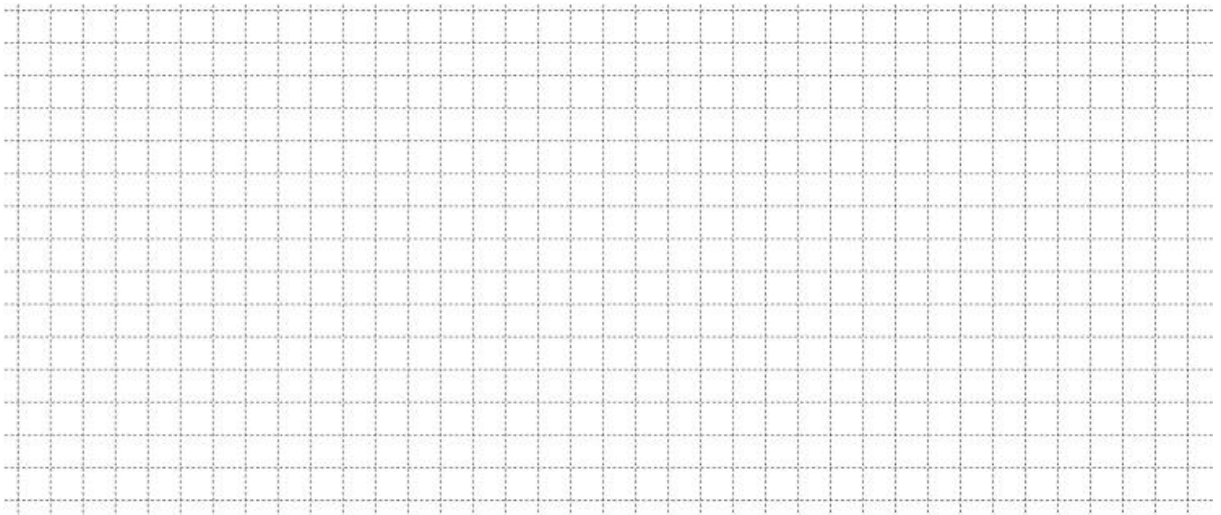
GENERALITZACIÓ. EXEMPLE DE FUNCIÓ NO LINEAL (2)

Utilitza l'escena de la pantalla per trobar una resposta. A aquestes altures hauràs comprovat que la forma de l'ampolla i la funció no són el mateix, encara que estan relacionades.

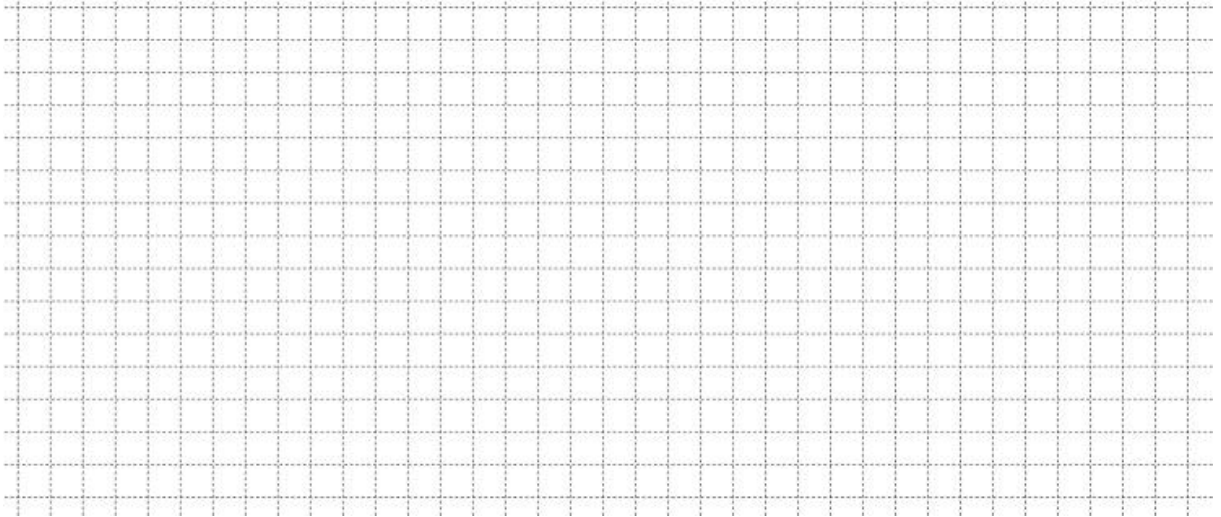
1. Intenta dibuixar a la teva llibreta gràfics d'ampolles que tu t'inventis. Pensa, per exemple, en una ampolla rodona tipus peixera. Hi ha moltes possibilitats i algunes es poden complicar molt.



2. Imagina que les ampolles que hem estudiat en aquesta unitat tinguessin ja una mica d'aigua, abans d'obrir l'aixeta. Com quedarien els gràfics? Dibuixa un gràfic que representi aquesta situació.



3. I si ja estiguessin plenes i les volguéssim buidar? Tria una ampolla amb la forma del tipus 1 que has estudiat i dibuixa els gràfics de les funcions que representen omplir i buidar l'ampolla. Fes els gràfics en uns mateixos eixos de coordenades amb un color diferent per a cadascun d'ells i compara'ls.



4. Fes el mateix amb una ampolla dels tipus 2.

