

RECULL EXERCICIS ONES, NUCLEAR I QUÀNTICA SELECTIVITAT 10-11-12

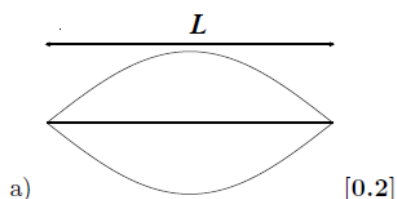
• 1.-

P5) Les cordes d'una guitarra tenen una longitud de 78,0 cm. Sabem que una de les cordes, quan vibra en el seu harmònic fonamental, emet un la, que correspon a una freqüència de 220 Hz.

a) Dibuixeu el perfil de l'ona quan la corda vibra en l'harmònic fonamental. Quina serà la longitud d'ona del so produït? Quina és la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han format l'ona estacionària de la corda?

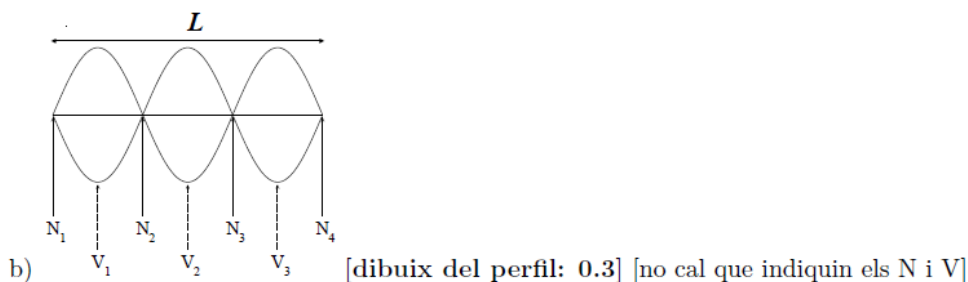
b) Dibuixeu la corda quan vibra i emet un so corresponent al tercer harmònic. Indiqueu, en aquest cas, els nodes i els ventres de l'ona i calculeu-ne les posicions.

P5)



$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L = 156 \text{ cm [0.4]}$$

$$v = \lambda_1 \nu_1 = 1.56 \cdot 220 = 343 \text{ m/s [0.4]}$$



$$L = 3 \frac{\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3} = 52.0 \text{ cm}$$

Posicions dels N i els V des de l'extrem esquerra de la corda:

$$x(N_1) = 0.00; x(N_2) = 26.0 \text{ cm}; x(N_3) = 52.0 \text{ cm}; x(N_4) = 78.0 \text{ cm [0.4]}$$

$$x(V_1) = 13.0 \text{ cm}; x(V_2) = 39.0 \text{ cm}; x(V_3) = 65.0 \text{ cm [0.3]}$$

[si indiquen on estan els N i V i no calculen les posicions, resteu 0.3]

• 2.-

P3) La corda d'una guitarra mesura 0,65 m de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 440 Hz.

a) Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona de l'harmònic fonamental i digueu en quins llocs de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda.

b) Dibuixeu el perfil de l'ona estacionària del segon i del quart harmònic i calculeu-ne la freqüència.

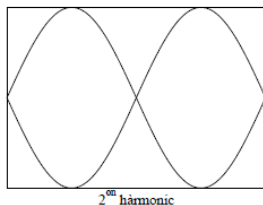
P3)

- a) Una corda de guitarra té 2 nodes en cadascun dels seus extrems, en l'hàrmic fonamental tindrà un ventre en el punt del mig de la corda. [0.25] La λ serà $2L \Rightarrow \lambda = 1,3m$ [0.25]

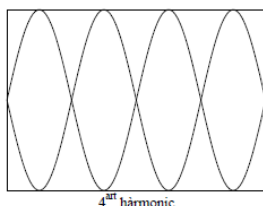
$$\lambda = \frac{v}{\nu} \Rightarrow v = 1,3 \times 440 = 572m/s \text{ [0,5]}$$

b)

$$\lambda_2 = L = 0,65m; \quad \nu_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{572}{0,65} = 880Hz \text{ [0,5]}$$



$$\lambda_4 = \frac{L}{2} = 0,325m; \quad \nu_4 = \frac{v}{\lambda_4} = \frac{572}{0,325} = 1760Hz \text{ [0,5]}$$



• **3.-**

- P4)** Una ona transversal avança per una corda. L'emissor que la produeix vibra amb una freqüència de 25,0 Hz. Considereu que l'ona avança en el sentit positiu de l'eix x . El centre emissor està situat a l'origen de coordenades, i l'elongació en l'instant inicial és nul·la. Sabem que la distància entre dos punts consecutius que estan en el mateix estat de vibració és 24,0 cm i que l'amplitud de l'ona és 3,00 cm. Calculeu:

- a) La velocitat de l'ona, la freqüència angular (pulsació), el nombre d'ona i l'equació de l'ona.
b) La velocitat d'oscil·lació i l'acceleració d'un punt situat en $x = 6,00$ m en l'instant $t = 3,00$ s.

P4)

- a) $\nu = 25 \text{ Hz}$, $\lambda = 0,24 \text{ m}$, [0.1] $v = \lambda \nu = 6,00m/s$ [0.2] $\omega = 2\pi\nu = 157 \text{ rad/s}$ [0.1]

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 26,2m^{-1} \text{ [0.2]}$$

Solució general (pot ser amb sinus o cosinus, però el signe de kx ha de ser negatiu):

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \phi) \text{ [0.1]}$$

Condicions inicials: $y(0, 0) = 0 \Rightarrow \phi = 0$, [0.1] per tant:

$$y(x, t) = 0.03 \sin \left[50\pi \left(t - \frac{x}{6} \right) \right] \text{ } y \text{ en m, } t \text{ en s i } x \text{ en m, [0.2]}$$

També és vàlida la solució:

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi), \text{ amb } \phi = \pm \frac{\pi}{2}$$

b)

$$v(x, t) = \frac{dy}{dt} = 1.5\pi \cos \left[50\pi \left(t - \frac{x}{6} \right) \right], \text{ [0.3]}$$

$$v(x = 6, t = 3) = 1.5\pi \cos(100\pi) = 1.5\pi = 4,71 \text{ m/s [0.2]}$$

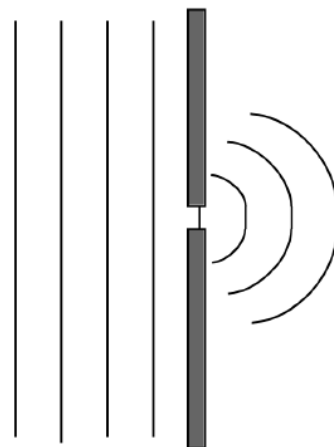
$$a(x, t) = \frac{dv}{dt} = -75\pi^2 \sin \left[50\pi \left(t - \frac{x}{6} \right) \right], \text{ [0.3]}$$

$$a(x = 6, t = 3) = -75\pi^2 \sin(100\pi) = 0,00 \text{ [0.2]}$$

• 4.-

P5) En la figura es mostren els fronts d'ona d'un so que travessa un obstacle.

- Anomeneu el fenomen que s'indica. Quines condicions ha de tenir l'obstacle perquè es produeixi aquest fenomen d'una manera perceptible? Expliqueu breument alguna situació en què aparegui aquest fenomen.
- Dibuixeu els fronts d'ona, d'una manera semblant a la figura, en el cas d'una ona sonora plana que es refracta en passar d'un medi en què la velocitat del so és 340 m/s a un altre en què la velocitat del so és 500 m/s, amb un angle d'incidència de 20° , i en el del so d'un clàxon d'un cotxe que es produeix mentre l'automòbil es desplaça ràpidament cap a un observador.



Expliqueu raonadament, en tots dos casos, si la velocitat de propagació, la longitud d'ona i la freqüència augmenten, es mantenen igual o disminueixen.

P5)

- Es tracta de la difracció [0.25]. Per a que sigui perceptible cal que la mida de l'orifici sigui comparable o menor a la longitud d'ona [0.25].

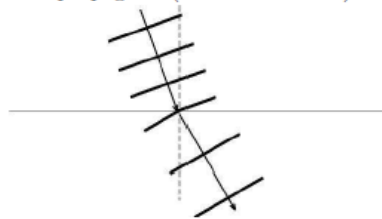
Exemples:

Un soroll que sentim al darrera d'una porta encara que no veiem a la persona que el fa.

La llum que passa per una petita escletxa ens pot arribar a il·luminar lleugerament tota una habitació [0.5]

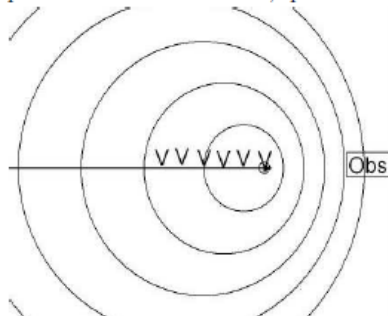
b)

- Per a que estigui considerat correcte cal que el fronts d'ona estiguin més separats en el segon medi que en el primer, [0.2] que l'angle d'incidència sigui menor que el de refracció [0.2] i que ambdós siguin mesurats a partir de la normal. [0.1] Canvia la velocitat de propagació (ho diu l'enunciat) i augmenta



la longitud d'ona, però no canvia la freqüència. [0.1]

- Cal que els fronts d'ona no siguin concèntrics i que la distància entre fronts sigui clarament menor pel costat de l'observador, que ha d'estar indicat d'alguna manera, que pel costat contrari. [0.4]



• 5.-

P4) Els grills perceben sons de freqüència d'entre 20 Hz i 100 kHz i els saltamartins perceben sons d'entre 15 Hz i 35 kHz de freqüència. Les balenes blanques emeten sons de 20 Hz. Si el so de la balena arriba a la superfície amb un angle de 60° respecte de la normal, calculeu:

- L'angle amb què sortirà el so de la balena a l'aire. Podran sentir aquest so els grills i els saltamartins que són arran de la costa? I dalt d'un penya-segat?
- La longitud d'ona, dins i fora de l'aigua, del so produït per la balena.

DADES: $v_{\text{so a l'aire}} = 340 \text{ m/s}$; $v_{\text{so a l'aigua}} = 1500 \text{ m/s}$.

P4)

- Llei de la refracció:

$$\frac{\sin \phi_1}{\sin \phi_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad [0,4]$$

Prenem l'aigua com a medi 1 i l'aire com a medi 2 $\Rightarrow \phi_1 = 60^\circ$; $v_1 = 1500 \text{ m/s}$; $v_2 = 340 \text{ m/s}$

Anem a trobar amb quin angle sortirà el so de l'aigua:

$$\phi_2 = \arcsin\left(\frac{v_2 \sin \phi_1}{v_1}\right) = 11,32^\circ \quad [0,4]$$

Per tant els grills i les llagostes podran sentir el so de les balenes, sempre que siguin molt properes a la costa i dalt d'un penya-segat, ja que el so surt amb un angle molt petit respecte la vertical i per tant amb una trajectòria molt vertical. [0.2]

- La freqüència no varia al passar d'un medi a un altre. [0.25] La velocitat d'una ona ve donada per l'expressió: $v = \lambda \nu$ [0.25]

Dins de l'aigua:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{1500}{20} = 75 \text{ m} \quad [0,25]$$

A l'aire:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{20} = 17 \text{ m}$$

que correspon a la longitud d'ona a la que rebran el so. [0.25]

• 6.-

P2) Una ona harmònica transversal es propaga per una corda a una velocitat de 6,00 m/s. L'amplitud de l'ona és 20 mm i la distància mínima entre dos punts que estan en fase és 0,40 m. Considereu la direcció de la corda com l'eix x i que l'ona es propaga en el sentit positiu d'aquest eix.

- Calculeu la longitud d'ona, el nombre d'ona, la freqüència, el període i la freqüència angular (pulsació).
- Escriviu l'equació de l'ona sabent que, en l'instant inicial, l'elongació d'un punt situat a l'origen de coordenades és màxima. Calculeu l'expressió de la velocitat amb què vibra un punt de la corda situat a una distància de 10 m respecte de l'origen de la vibració. Quina és la velocitat màxima d'aquest punt?

P2

$$\text{a) } \lambda = 0,40 \text{ m } [0,2]; k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,40} = 5\pi = 15,7 \text{ m}^{-1} [0,2];$$

$$v = \lambda f; f = v/\lambda = 6,00/0,40 = 15 \text{ s}^{-1} [0,2]; T = \frac{1}{f} = 0,067 \text{ s } [0,2]$$

$$\omega = 2\pi f = 30\pi \text{ rad/s} = 94 \text{ rad/s } [0,2]$$

$$\text{b) } y = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\text{condicions inicials: } y(0,0) = A \Rightarrow y(0,0) = A = A \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 [0,2];$$

$$y = 2,0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(30\pi t - 5,0\pi x) \text{ (en m, si } t \text{ en s)} [0,3]$$

$$[\text{si no posen les unitats}] [0,2]$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -A\omega \sin(\omega t - kx + \varphi) [0,1]$$

$$v(x=10\text{m}) = -0,60\pi \cdot \sin(30\pi t - 50\pi) \text{ (en m/s, si } t \text{ en s)} [0,2]$$

$$[\text{si no posen les unitats}] [0,1]$$

$$v_{\max} = A\omega = 2,0 \cdot 10^{-2} \cdot 30\pi = 0,6\pi = 1,9 \text{ m/s } [0,2]$$

[resolució alternativa: també s'admet si posen $y = A \sin(\omega t - kx + \varphi)$; valoreu-la anàlogament]

- **7.-**

P3) Observem que dues boies de senyalització en una zona de bany d'una platja, separades una distància de 2 m, oscil·len de la mateixa manera amb l'onatge de l'aigua del mar. Veiem que la mínima distància en què té lloc aquest fet és, justament, la separació entre les dues boies. Comptem que oscil·len trenta vegades en un minut i observem que pugen fins a una alçada de 20 cm.

a) Determineu la freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de les ones del mar.

b) Escriviu l'equació que descriu el moviment de les boies en funció del temps, si comencem a comptar el temps quan les boies són en la posició més alta. Escriviu l'equació de la velocitat de les boies en funció del temps.

P3A

$$\text{a) } T = \frac{1 \text{ minut}}{30 \text{ oscil·lacions}} = \frac{60}{30} = 2 \text{ s } [0,3]$$

$$f = \frac{1}{T} = 0,5 \text{ Hz } [0,2]$$

$$\lambda = 2 \text{ m } [0,2]$$

$$v = \lambda f = 1 \text{ m/s } [0,3]$$

$$\text{b) } y = A \sin(\omega t + \varphi) [0,1]$$

$$\omega = 2\pi f = \pi \text{ rad/s } [0,1]$$

$$\text{condicions inicials: } t=0; y=A: A = A \sin(0 + \varphi) \Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad } [0,2]$$

$$y = 0,20 \cdot \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (en m, si } t \text{ en s)} [0,3]$$

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,20 \cdot \pi \cdot \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \left(\text{en } \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{ si } t \text{ en s}\right) [0,3]$$

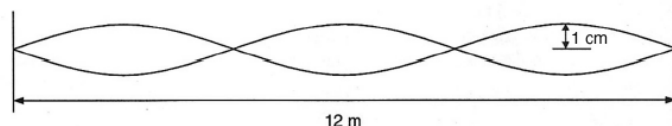
[si no posen les unitats en la y i la v , descompteu 0,1 en cada càlcul]

[També s'admet la resolució amb $y = A \cos(\omega t + \varphi)$, valoreu-la anàlogament]

• 8.-

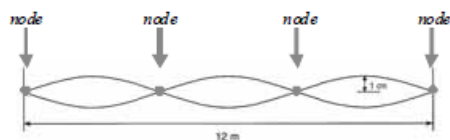
P3) El dibuix següent representa una ona estacionària que s'ha generat en una corda tensa quan una ona harmònica que es propagava cap a la dreta s'ha superposat amb la que s'ha reflectit en un extrem.

- Indiqueu-ne els nodes. Determineu la distància entre nodes i la longitud d'ona estacionària. Quina és l'amplitud de les ones que, en superposar-se, han originat l'ona estacionària?
- Sabent que cada punt de la corda vibra a raó de trenta vegades per segon, escriu l'equació de l'ona inicial (si suposem que $y(0, 0) = 0$) i calculeu-ne la velocitat de propagació.



P3B

a)



[per cada node] [0,1]

Hi ha quatre nodes: distància ente nodes = $12/3 = 4\text{ m}$ [0,2]

$$\lambda = 2 d_{\text{nodes}} = 8\text{ m} \quad [0,2]$$

$$A_{\text{individual}} = 1/2 = 0,5\text{ cm} \quad [0,2]$$

b) $y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi)$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{4} \text{ m}^{-1}; \quad [0,2] \quad \omega = 2\pi f = 60\pi \text{ rad/s} \quad [0,2]; \quad A = 0,5\text{ cm}$$

$$y(0, 0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0 \quad [0,1]$$

Substituint: $y(x, t) = 0,5 \cdot \sin\left(60\pi t - \frac{\pi}{4}x\right)$ (en cm, si t en s i x en m) [0,2]

$$v = \lambda f = 240\text{ m/s} \quad [0,3]$$

• 9.-

P3) Cadascun dels extrems d'un diapasó presenta un moviment vibratori harmònic amb una freqüència de 1000 Hz i una amplitud d'1 mm. Aquest moviment genera en l'aire una ona harmònica de so de la mateixa freqüència. El moviment dels dos extrems està en fase.

- Calculeu, per a un dels extrems del diapasó, l'elongació i la velocitat del seu moviment vibratori quan faci $3,3 \cdot 10^{-4}$ s que ha començat a vibrar, comptat a partir de la posició que correspon a la màxima amplitud.
- Raoneu si, en l'aire, es produiria el fenomen d'interferència a partir de les ones de so que es generen en els dos extrems del diapasó. Si s'esdevé aquest fenomen, indiqueu en quins punts es produiran els màxims d'interferència.

DADA: $v_{\text{so a l'aire}} = 340\text{ m/s}$.

P3B

a) $y = A \sin(\omega t + \varphi)$

condicions inicials: $t=0$; $y=A$: $A = A \sin(0t + \varphi) \Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \pi/2 \text{ rad}$ [0,3]

$\omega = 2\pi f = 2.000\pi \text{ rad/s}$ [0,1]

$y = A \sin(\omega t + \varphi) = A \cos(\omega t) = 10^{-3} \cdot \cos(2.000\pi t)$ (en m, si t en s) [0,2]

$v = \frac{dy}{dt} = -10^{-3} \cdot 2.000\pi \cdot \sin(2.000\pi t) = -2\pi \cdot \sin(2.000\pi t)$ (en m/s, si t en s) [0,2]

a) $t_0 = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

$y(t_0) = 10^{-3} \cdot \cos(2.000\pi \cdot 3,3 \cdot 10^{-4}) = -4,82 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ [0,1]

$v(t_0) = -2\pi \cdot \sin(2.000\pi \cdot 3,3 \cdot 10^{-4}) = -5,51 \text{ m/s}$ [0,1]

b) Sí es produiran interferències, ja que les dues ones tenen la mateixa amplitud, la mateixa freqüència i estan en fase. [0,5] [si només diuen que es produirà interferència 0,3]
Els màxims d'interferència es produiran en els punts on la diferència de camins sigui múltiple de la longitud d'ona. [0,2] És a dir $r_2 - r_1 = n\lambda$ on $n = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$

$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = v/f = 0,340 \text{ m}$ [0,1]

Posicions dels màxims d'interferència: $r_2 - r_1 = 0,340 \cdot n$ on $n = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ [0,2]

[També és vàlida la solució: $y = A \cos(\omega t + \varphi)$, amb $\varphi = 0 \text{ rad}$. Valoreu-la de forma equivalent]

• **10.-**

P4) La membrana d'un altaveu vibra amb una freqüència de 300 Hz i una amplitud de 1,00 mm i produeix un to pur. En les condicions de l'experiment, la velocitat del so és 340 m s^{-1} .

a) Calculeu la longitud d'ona, la pulsació i el període del so produït.

b) Indiqueu com seran, qualitativament, la freqüència i la longitud d'ona enregistrades per un observador en cada un dels casos següents, comparades (més gran / més petit / igual) amb la freqüència i la longitud d'ona originals:

— L'altaveu s'acosta ràpidament a l'observador.

— El so arriba a l'observador després d'haver-se reflectit en una paret.

P4)

a)

$$v = \lambda \nu \Rightarrow \lambda = \frac{340 \text{ m/s}}{300 \text{ s}^{-1}} = 1,13 \text{ m} [0,4]$$

$$\omega = 2\pi\nu = 1,88 \times 10^3 \text{ rad/s} [0,3]$$

$$T = \frac{1}{\nu} = 3,33 \times 10^{-3} \text{ s} [0,3]$$

b) b1. La freqüència enregistrada per l'observador serà major i la longitud d'ona menor. Una justificació suficient pot ser citar l'efecte Doppler o representar els fronts d'ona.

b2. Ni la freqüència ni la longitud d'ona canviaran. Justificació suficient: indicar que no hi ha hagut canvi de medi, o representar els fronts d'ona o indicar que a la reflexió únicament canvia la direcció de propagació.

Cada apartat acertat [0,5]

• **11.-**

- P3) En l'últim campionat mundial de futbol, la *vuvuzela*, un instrument musical d'animació molt sorollós, atesa la forma cònica i acampanada que té, va despertar una gran controvèrsia per les molèsties que causava. Aquest instrument produeix el so a una freqüència de 235 Hz i crea uns harmònics, és a dir, sons múltiples de la freqüència fonamental (235 Hz), d'entre 470 Hz i 1 645 Hz de freqüència. La *vuvuzela* és molt irritant, perquè els harmònics amb freqüències més altes són els més sensibles per a l'oïda humana.

NOTA: Considereu que el tub sonor és obert pels dos cantons.

- a) Amb les dades anteriors, calculeu la longitud aproximada d'una *vuvuzela*.
b) Un espectador es troba a 1 m d'una *vuvuzela* i percep 116 dB. Molest pel soroll, s'allunya fins a una distància de 50 m. Quants decibels percep, aleshores?

DADES: $v_{\text{so a l'aire}} = 340 \text{ m/s}$; $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

P3)

- a) El primer harmònic correspon a la freqüència fonamental: $\nu = 235 \text{ Hz}$. Per aquest estat vibracional la longitud total és igual a la meitat de la longitud d'ona: $L = \frac{\lambda}{2}$ [0.5].

Per altre banda:

$$\nu = \frac{v_{\text{so}}}{\lambda} \Rightarrow L = \frac{v_{\text{so}}}{2\nu} = \frac{340 \text{ m/s}}{2 \times 235 \text{ Hz}} = 0,72 \text{ m} \text{ [0.5]}$$

- b) El nivell d'intensitat β mesurat en decibels (dB) es defineix com:

$$\beta(I) = 10 \log \frac{I}{I_0} (\text{dB}), I_0 : \text{llindar de referència}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \text{ [0.2]}$$

$$116 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 11,6 = \log(I) - \log(10^{-12}) = \log(I) + 12$$

$$\log(I) = 11,6 - 12 = -0,4 \Rightarrow I = 10^{-0,4} \sim 0,4 \text{ W/m}^2 \text{ [0.2]}$$

L'intensitat del so és inversament proporcional al quadrat de la distància: [0.2]

$$I' d'^2 = I d^2 \Rightarrow I' = \frac{I d^2}{d'^2} = \frac{0,4}{50^2} = 1,6 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2 \text{ [0.2]}$$

El nombre de dB percebuts llavors serà:

$$\beta = 10 \log \left(\frac{1,6 \times 10^{-4}}{10^{-12}} \right) = 82 \text{ dB} \text{ [0.2]}$$

• **12.-**

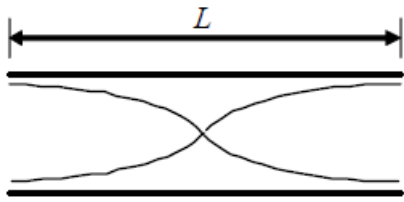
- P4) Alguns instruments musicals, com la flauta, estan formats per un tub en què es produeixen ones estacionàries. Podem imaginar-nos la flauta com un tub ple d'aire, obert pels dos extrems, en què es formen ones estacionàries amb ventres en els dos extrems. Si la llargària del tub és 70,0 cm:

- a) Dibuixeu el perfil de l'ona corresponent a l'harmònic fonamental produït a l'interior del tub de la flauta. Determineu la freqüència de l'harmònic fonamental i la dels dos primers sobretons (segon i tercer harmònics) que es produiran en aquest tub.
b) Quan fem sonar la flauta, produïm una sensació sonora de 65 dB en un observador situat a 2,0 m. Quina sensació sonora percebrà el mateix observador si en comptes d'una flauta sonen tres flautes idèntiques alhora?

DADA: $v_{\text{so}} = 340 \text{ m/s}$.

P4A

a)

**[0,2]**harmònic fonamental: $\lambda_1 = 2L$ **[0,2]**

$$v = \lambda f ; f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L} = 243 \text{ Hz} \quad \mathbf{[0,2]}$$

$$\text{segon harmònic } \lambda_2 = L ; f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} = 486 \text{ Hz} \quad \mathbf{[0,2]}$$

$$\text{tercer harmònic } \lambda_3 = \frac{2L}{3} ; f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{2L} = 729 \text{ Hz} \quad \mathbf{[0,2]}$$

$$\text{b) una flauta: } \beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} = 65 \text{ dB} \quad \mathbf{[0,2]}$$

$$\text{tres flautes: } \beta_3 = 10 \cdot \log \frac{3I}{I_0} \quad \mathbf{[0,3]}$$

$$\beta_3 = 10 \cdot \log \frac{3I}{I_0} = 10 \left(\log 3 + \log \frac{I}{I_0} \right) = 10 \cdot \log 3 + \beta_1 = 69,8 \text{ dB} \quad \mathbf{[0,5]}$$

• **13.-**

P2) Una gammagrafia òssia és una prova diagnòstica que consisteix a injectar per via intravenosa una substància que conté un cert isòtop radioactiu que es diposita en els ossos i que emet raigs gamma. La radiació emesa es detecta amb una gamma-càmera que escaneja el cos i pren imatges de la quantitat de l'isòtop acumulada en els ossos. En aquest tipus de gammagrafies s'utilitza el tecneci 99 com a radioisòtop.

a) Quant s'haurà reduït el nombre de nuclis de l'isòtop injectat al cap d'un dia?

b) El ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ prové de la desintegració beta d'un altre element. Indiqueu el nombre de protons i neutrons del nucli del qual prové.

DADES: $t_{1/2}({}^{99}\text{Tc}) = 6,00 \text{ h}$.

P2)

a)

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad \mathbf{[0,5]}$$

$$N(t = 1 \text{ dia}) = N_0 e^{-\frac{24 \text{ h} \ln 2}{6 \text{ h}}} \Rightarrow \frac{N(t = 1 \text{ dia})}{N_0} = e^{-4 \ln 2} = \frac{1}{2^4} = 0,06 \quad \mathbf{[0,5]}$$

b)

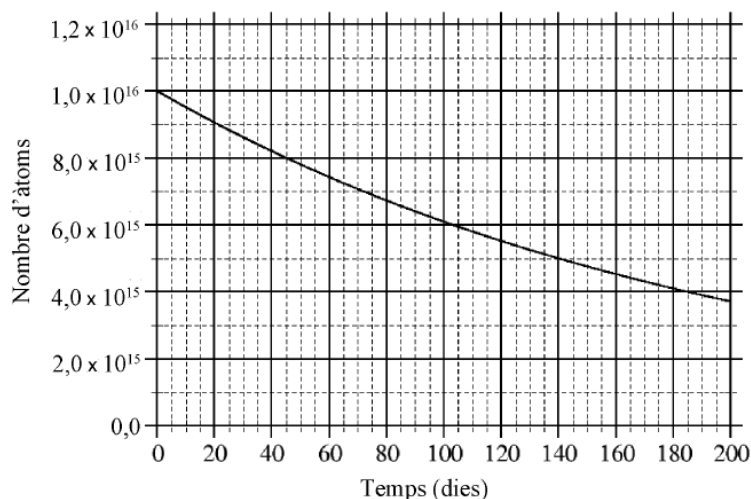
$${}_b^a\text{X} \rightarrow {}_{-1}^0\beta + {}^{99}_{43}\text{Tc} \quad \mathbf{[0,2]} \Rightarrow a = 99; b = 42 : \quad \mathbf{[0,2]}$$

$$\text{nombre de neutrons} = a - b = 57 \quad \mathbf{[0,3]}$$

$$\text{nombre de protons} = b = 42 \quad \mathbf{[0,3]}$$

• **14.-**

P2) Hem observat una mostra d'un isòtop radioactiu. El gràfic mostra l'evolució del nombre d'àtoms de l'isòtop durant 200 dies.



a) Determineu el període de semidesintegració de l'isòtop. Quants àtoms quedaran al cap de tres períodes de semidesintegració?

b) Sospitem que es tracta de poloni 210 ($Z=84$), un element emissor de radiació alfa. Escriviu la reacció nuclear de l'emissió alfa d'aquest isòtop.

DADES: Nombres atòmics i símbols d'alguns elements:

80	81	82	83	84	85	86
Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

P2)

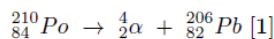
a) A partir de l'observació de la gràfica veiem que als 140 dies el nombre d'àtoms radioactius s'ha reduït a la meitat. Per tant el període de semidesintegració serà: $t_{1/2} = 140$ dies [0.4]

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad [0.4]$$

Per tant per $t = 3 t_{1/2}$ tindrem:

$$N(t = 3t_{1/2}) = N_0 e^{-3 \ln 2} = 1,25 \times 10^{15} \text{ àtoms} \quad [0.2]$$

b) La reacció nuclear serà:

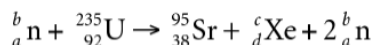


També considerem vàlida la resposta on enlloc de α s'escriu He.

• **15.-**

P3) L'urani 235 té uns quaranta modes possibles de desintegració per absorció d'un neutró.

a) Completeu la reacció nuclear següent, que s'esdevé quan un nucli d'urani 235 absorbeix un neutró:



Indiqueu també quants neutrons i protons té aquest nucli d'urani.

b) Calculeu l'energia produïda en la fissió d'un nucli d'urani 235, d'acord amb la reacció anterior.

DADES: $m_{\text{neutró}} = 1,00866 \text{ u}$; $m({}^{235}\text{U}) = 235,124 \text{ u}$;

$m({}^{95}\text{Sr}) = 94,9194 \text{ u}$; $m({}^{139}\text{Xe}) = 138,919 \text{ u}$;

$c = 2,99792 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $1 \text{ u} = 1,66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

P3)

a)

$${}_a^b n + {}_{92}^{235} U \Rightarrow {}_{38}^{95} Sr + {}_d^c Xe + 2 {}_a^b n$$

$$\left. \begin{array}{l} b + 235 = 95 + c + 2b \\ b = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow c = 139; [0.4]$$

$$\left. \begin{array}{l} a + 92 = 38 + d + 2a \\ a = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow d = 54; [0.4]$$

Aquest nucli d'Urani té: 92 protons i 235-92=143 neutrons; [0.2]

b)

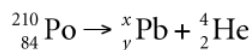
$$\Delta m = m_{{}^{235}\text{U}} - (m_{{}^{95}\text{Sr}} + m_{\text{neutró}} + m_{{}^{139}\text{Xe}}) = 0,27694u; [0.4]$$

$$0,27694u \frac{1,66054 \times 10^{-27} \text{kg}}{1 u} = 4,59870 \times 10^{-28} \text{kg}; [0.2]$$

$$E = \Delta m c^2 = 4,13309 \times 10^{-11} \text{J}; [0.4]$$

• 16.-

P5) El poloni 210 té un període de semidesintegració de 138,4 dies i es desintegra, per emissió de partícules alfa, en un isòtop estable del plom. El procés és el següent:



- Determineu els índexs x i y i el temps necessari perquè la massa del poloni es redueixi al 30 % de la massa inicial.
- Calculeu l'energia que es desprèn en la desintegració d'un nucli de poloni, expressada en J i en MeV.

DADES: $m({}_{84}^{210} \text{Po}) = 209,983 \text{ u};$

$$m({}_y^x \text{Pb}) = 205,974 \text{ u};$$

$$m({}_2^4 \text{He}) = 4,003 \text{ u};$$

$$1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg};$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J};$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

P5)

- La conservació del nombre màssic ens imposa: $210 = x + 4 \Rightarrow x = 206$ [0.25], la conservació del nombre de protons ens dona: $84 = y + 2 \Rightarrow y = 82$ [0.25]

La llei de desintegració d'un radinucli és:

$$N = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{\tau}} [0,25]$$

on τ és el temps de semidesintegració

$$N = 0,3N_0 = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{\tau}} \Rightarrow 0,3 = e^{-\frac{t \ln 2}{\tau}} \Rightarrow$$

$$\ln(0,3) = -\frac{t \ln 2}{\tau} \Rightarrow t = -\frac{\ln(0,3) \tau}{\ln 2} = 240,4 \text{ dies} [0,25]$$

- L'energia produïda en la reacció es deguda a la transformació de massa en energia a partir de l'equació: $\Delta E = \Delta m c^2$, on Δm és la diferència de massa entre el radinucli inicial i els productes finals de la desintegració, [0.5] per tan: $\Delta m = (209,983 - 205,974 - 4,003) \text{ u} = 6 \times 10^{-3} \text{ u} \neq \frac{1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}}{\text{u}} = 9,96 \times 10^{-30} \text{ kg}$ per tant: $\Delta E = 9,96 \times 10^{-30} \text{ kg} (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 8,964 \times 10^{-13} \text{ J} [0,25] \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}} \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = 5,6 \text{ MeV} [0.25]$

• 17.-

P4) Un dels problemes principals de la producció d'energia elèctrica en les centrals nuclears és l'emmagatzematge dels residus radioactius. El plutoni és un d'aquests residus: té un període de semidesintegració de $6,58 \times 10^3$ anys i és un potent emissor de partícules α .

- Si avui s'emmagatzema una quantitat determinada d'aquest plutoni, quin percentatge d'aquest isòtop quedarà sense desintegrar-se d'aquí a un segle?
- Sabent que les partícules α s'emeten amb una energia cinètica d' $1,00 \times 10^{-13}$ J, calculeu-ne la longitud d'ona de De Broglie associada.

DADES: $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J s; $m_\alpha = 6,68 \times 10^{-27}$ kg.

P4)

a)

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \text{ [0.2]}; \lambda = \frac{\ln 2}{\tau} \text{ [0.2]}$$

$$N(t = 100 \text{ anys}) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{6580} 100} = N_0 \cdot 0.99 \text{ [0.4]}$$

Per tan quedarà un 99% de plutoni sense desintegrar [0.2]

b)

$$p \lambda = h \text{ [0.2]}$$

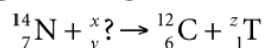
$$E_c = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \Rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2E_c}{m_\alpha}}; \text{ [0.4]}$$

$$\lambda_\alpha = \frac{h}{m_\alpha v_\alpha} = \frac{h}{\sqrt{m_\alpha 2E_c}} = 1.81 \times 10^{-14} \text{ m [0.4]}$$

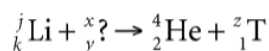
• 18.-

P3) El triti és un isòtop radioactiu de l'hidrogen. El nucli del triti té dos neutrons.

- El triti es genera de manera natural a l'atmosfera quan els àtoms de nitrogen xoquen amb una certa partícula que anomenarem «?». La reacció és:



També es pot produir en reactors nuclears, amb la reacció següent:



Determineu els valors dels índexs x, y, z, j i k .

- El període de semidesintegració del triti és, aproximadament, de dotze anys. Elaboreu una gràfica amb les variables de massa i temps en què s'observi com varia la quantitat de triti d'una mostra que inicialment és de 120 g durant els seixanta anys següents.



P3)

a) A partir de la primera reacció nuclear:

El triti té 2 neutrons i un protó $\Rightarrow z = 3$ [0.2]

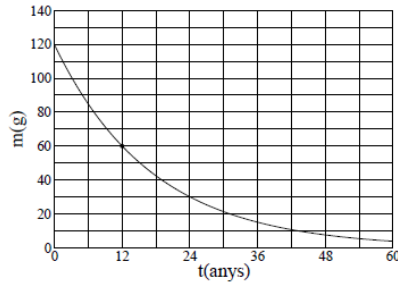
per tant: $14 + x = 12 + 3 \rightarrow x = 1$; $7 + y = 6 + 1 \rightarrow y = 0$ per tant la partícula incògnita és un neutró. [0.4]

A partir de la segona reacció nuclear tindrem:

$j + 1 = 4 + 3 \rightarrow j = 6$; $k + 0 = 2 + 1 \rightarrow k = 3$ [0.4]

b) La llei de desintegració de la massa i/o nombre d'àtoms d'un determinat radioisòtop, en funció de període τ de semidesintegració és:

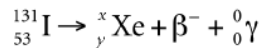
$$M = M_0 e^{-\frac{t}{\tau} \ln 2} \quad [0.5]$$



[0.5]

• 19.-

P5) El iode 131 és un isòtop radioactiu que emet β^- i γ , té un període de semidesintegració de vuit dies i es fa servir per a tractar el càncer i altres malalties de la glàndula tiroide. La reacció de descomposició és la següent:



a) Determineu el valor dels nombres màssic i atòmic del xenó (x i y en la reacció, respectivament). Si les partícules β^- s'emeten a una velocitat de $2 \times 10^5 \text{ km/s}$, calculeu-ne la longitud d'ona associada.

b) Un pacient rep un tractament amb iode 131. Quants dies han de transcórrer perquè la quantitat de iode 131 al cos del pacient es redueixi fins al 12,5 % del valor inicial?

DADES: $m_\beta = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}$.

P5)

a) Donat que en la reacció que ens plantejen l'única transformació nuclear que té lloc és la transformació d'un neutró en un protó amb l'emissió d'un electró (partícula β), per tant el nombre màssic del Xe serà el mateix que el del I, o sigui 131 [0.25] i el nombre atòmic serà una unitat més gran que el del I, o sigui 54 [0.25].

La longitud d'ona associada a les partícules β , d'acord amb la llei d'en De Broglie serà:

$$\lambda_\beta = \frac{h}{m_\beta v_\beta} = \frac{6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg } 2 \times 10^8 \text{ m/s}} = 3,6 \times 10^{-12} \text{ m} \quad [0,5]$$

b) La llei de desintegració d'un radinucli és:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau} \ln 2} \quad [0,5]$$

En el nostre cas, $N(t) = 0,125 N_0 \Rightarrow$

$$0,125 N_0 = N_0 e^{-\frac{t}{\tau} \ln 2}$$

prenen logaritmes naturals a cada cantó de l'equació tindrem:

$$\ln(0,125) = -\frac{t}{\tau} \ln 2 \Rightarrow t = -\frac{\ln(0,125)}{\ln 2} \tau = 24 \text{ dies} \quad [0,5]$$

• **20.-**

P4) L'any 2011 ha estat declarat Any Internacional de la Química, per commemorar, entre altres fets, que fa cent anys Marie Curie va ser guardonada amb el Premi Nobel de Química pel descobriment del radi, entre altres mèrits. El període de semidesintegració del radi és $1,59 \times 10^3$ anys. Si el 1911 es va guardar una mostra d'1,00 g de radi, calculeu:

- La quantitat de radi de la mostra que queda actualment.
- L'activitat radioactiva inicial de la mostra d'1,00 g de radi, i l'activitat radioactiva del radi que queda de la mostra avui.

DADES: $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; $m_a(\text{Ra}) = 226 \text{ u}$.

P4)

a)

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow m = m_0 e^{-\lambda t} \quad [0,4] \quad \lambda = \frac{\ln 2}{\tau} \quad [0,2]$$

$$m = 1 \text{ g} e^{-\frac{\ln 2}{\tau} t} = 0,957 \text{ g} [0,4]$$

b)

$$N_0 = m_0(g) \frac{N_A(\text{atoms})u}{1g} \frac{1}{M_a(\text{Ra})u} \quad [0,1] = \frac{1 \times 6,02 \times 10^{23}}{226} = 2,66 \times 10^{21} \text{ núclis} \quad [0,2]$$

$$A_0 = \lambda N_0 \quad [0,1] = \frac{\ln 2}{1590 \times 365 \times 86400} 2,66 \times 10^{21} = 3,7 \times 10^{10} \text{ Bq} \quad [0,2]$$

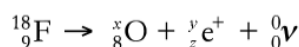
$$N_{100 \text{ anys}} = m_{100 \text{ anys}}(g) \frac{N_A(\text{atoms})u}{1g} \frac{0,957}{M_a(\text{Ra})u} = \frac{0,957 \times 6,02 \times 10^{23}}{226} = 2,45 \times 10^{21} \text{ núclis} \quad [0,2]$$

$$A_{100 \text{ anys}} = \lambda N_{100 \text{ anys}} = \frac{\ln 2}{1590 \times 365 \times 86400} 2,45 \times 10^{21} = 3,5 \times 10^{10} \text{ Bq} \quad [0,2]$$

• **21.-**

P3) La tècnica de diagnòstic a partir de la imatge que s'obté mitjançant tomografia per emissió de positrons (PET, *positron emission tomography*) es fonamenta en l'anihilació entre la matèria i l'antimatèria. Els positrons, emesos pels nuclis de fluor, ^{18}F , injectats al pacient com a radiofàrmac, s'anihilen en entrar en contacte amb els electrons dels teixits del cos i de cadascuna d'aquestes anihilacions es creen fotons, a partir dels quals s'obté la imatge.

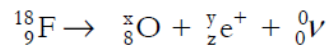
La desintegració d'un nucli de fluor, ^{18}F , es pot escriure mitjançant la reacció nuclear següent:



- Digueu quants neutrons i quants protons té aquest isòtop artificial de fluor, ^{18}F . Completeu la reacció nuclear, és a dir, determineu x , y i z .
- El període de semidesintegració del ^{18}F és 109,77 s. Calculeu el temps que ha de passar perquè quedi una vuitena part de la quantitat inicial de ^{18}F . Quin percentatge de partícules quedaran al cap d'una hora? Tenint en compte aquest resultat, digueu si podríem emmagatzemar gaire temps aquest radiofàrmac i justifiqueu-ho.

P3B

a) ${}^{18}_9\text{F}$ té 9 protons i 9 neutrons [0,1]

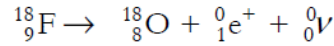


$y=0$, ja que es tracta d'un positró [0,3]

$$18 = x + y + 0 \Rightarrow x = 18 \quad [0,3]$$

$$9 = 8 + z + 0 \Rightarrow z = 1 \quad [0,3]$$

(també es pot dir que $z=1$, ja que es tracta d'un positró)



b) $N = N_0 e^{-\lambda t}$; $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ [0,1]

$$N = \frac{N_0}{8} = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{8} = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = \frac{\ln 8}{\lambda} = \frac{T \ln 8}{\ln 2} = 329,31 \text{ s} \quad [0,3]$$

[també es pot justificar: $\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$, per tant, per tenir $\frac{1}{8}$ de la mostra ha de transcorrer tres

vegades el període de semidesintegració. Així $t = 3T = 329,31 \text{ s}$]

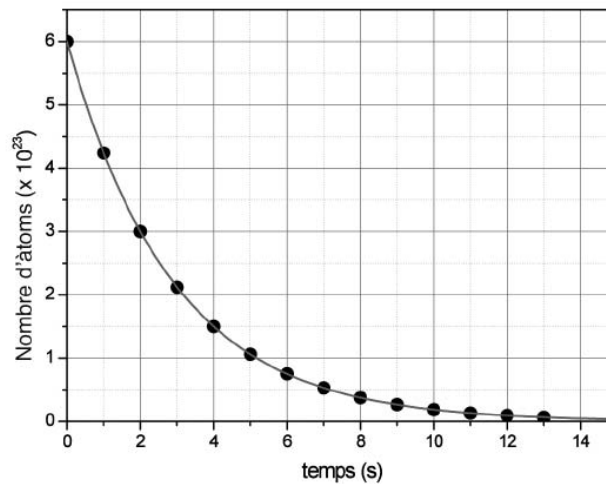
En una hora quedaria $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\lambda \cdot 3600} = N_0 \cdot 1,3 \cdot 10^{-10}$ [0,2];

Que representa un $\frac{N_0 \cdot 1,3 \cdot 10^{-10}}{N_0} = 1,3 \cdot 10^{-10} \Rightarrow 1,3 \cdot 10^{-8} \%$ [0,2]

No es pot emmagatzemar, ja que en una hora quedaria una quantitat insignificant comparada amb la inicial, N_0 . [0,2]

• **22.-**

P2) Per estudiar el procés de desintegració d'una mostra radioactiva que inicialment tenia $6,00 \cdot 10^{23}$ àtoms radioactius, hem mesurat en intervals d'un segon el nombre d'àtoms que encara no s'havien desintegrat. Els resultats obtinguts es representen en la gràfica següent:



- Quant val el període de semidesintegració d'aquesta mostra? Quants àtoms de la mostra inicial s'hauran desintegrat quan hagi transcorregut un temps de 15 s?
- Quant temps haurà de transcorrer perquè només quedi sense desintegrar un 5% de la mostra inicial?

P2

a) De la gràfica: $T = 2\text{ s}$ (temps fins que N és $N/2$) [0,3]

$$N = N_0 e^{-\lambda t}; \lambda = \frac{\ln 2}{T} = 0,347\text{ s}^{-1} \quad [0,2]$$

$$N(15\text{ s}) = N_0 e^{-\lambda t} = 6,00 \cdot 10^{23} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{2} \cdot 15} = 3,31 \cdot 10^{21} \text{ àtoms (àtoms que queden) } [0,3]$$

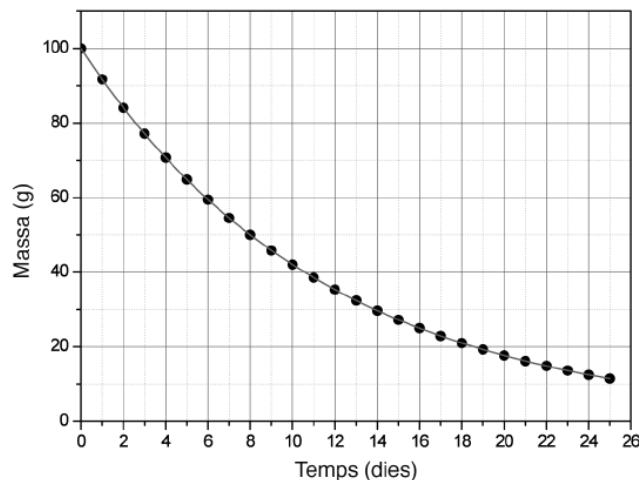
$$\text{s'han desintegrat: } = 6,00 \cdot 10^{23} - 3,31 \cdot 10^{21} = 5,97 \cdot 10^{23} \text{ àtoms } [0,2]$$

b) $N = 0,05 \cdot N_0 = N_0 e^{-\lambda t}$ [0,3]

$$0,05 = e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{\lambda t} = 20 \Rightarrow \lambda t = \ln 20 \Rightarrow t = \frac{\ln 20}{\lambda} = 8,63\text{ s} \quad [0,7]$$

• **23.-**

P2) La gràfica següent mostra la variació de la massa d'una mostra de iode 131, que és un isòtop radioactiu, al llarg del temps.



a) Trobeu el període de semidesintegració de l'isòtop i digueu quina quantitat de la mostra tindrem al cap de quaranta dies.

b) El iode 131, en desintegrar-se, emet una partícula beta i es transforma en un ió positiu de xenó 131. Calculeu l'energia que s'allibera quan es desintegra un àtom de iode 131.

DADES: $m(\text{I-131}) = 130,906\,125\text{ u}$;
 $m(\text{Xe}^+-131) = 130,904\,533\text{ u}$;
 $m_{\text{electró}} = 5,486 \cdot 10^{-4}\text{ u}$;
 $1\text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$;
 $c = 3,00 \cdot 10^8\text{ m/s}$.

P2

a) De la gràfica: $T = 8\text{ dies}$ (temps fins que la massa es redueix a la meitat) [0,3]

$$N = N_0 e^{-\lambda t}; \lambda = \frac{\ln 2}{T} = 8,66\text{ dies}^{-1} \quad [0,2]$$

$$M(40\text{ dies}) = M_0 e^{-\lambda t} = 100 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{8} \cdot 40} = 3,1\text{ g} \quad [0,3]$$

[També es pot admetre la solució: $40\text{ dies} = 8\text{ dies} \cdot 5$. La massa disminuirà en $2^5 = 32$. I serà $100/32 = 3,12\text{ g}$]

b)

Les partícules β són electrons. [0,2]

$$\Delta E = \Delta m c^2 \quad [0,2]; \Delta m = [m(\text{Xe}) + m(e)] - m(\text{I}) \quad [0,2]$$

$$\Delta m = [130,904533 + 5,486 \cdot 10^{-4}] - 130,906125 = -1,043 \cdot 10^{-3}\text{ u} = -1,732 \cdot 10^{-30}\text{ kg} \quad [0,2]$$

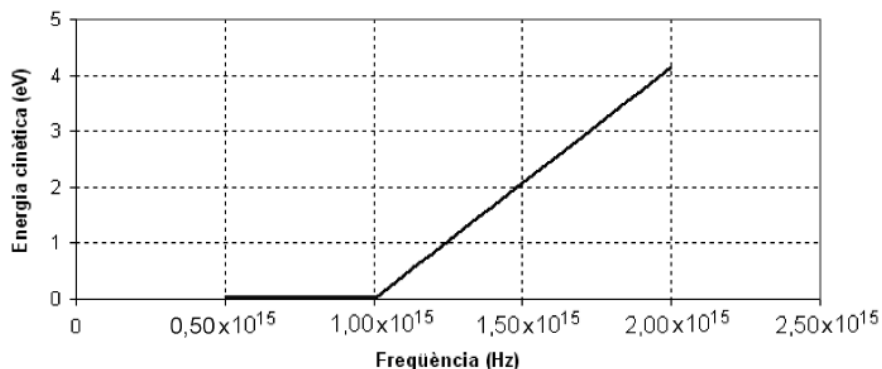
$$\Delta E = \Delta m c^2 = -1,559 \cdot 10^{-13}\text{ J} \text{ que és l'energia alliberada en desintegrar-se un ió de iode-131. } [0,2]$$

• **24.-**

- P4) En una experiència de laboratori, es mesura l'energia cinètica màxima dels electrons que salten quan es fan incidir radiacions de freqüència diferent sobre una placa d'un material. Els resultats obtinguts es mostren en la taula següent, en què E_c representa l'energia cinètica, i ν , la freqüència:

E_c (eV)	0	0	2,07	4,14
ν (PHz)	0,500	1,00	1,50	2,00

La representació gràfica dels resultats és la següent:



Determineu:

- El valor de la constant de Planck a partir de les dades d'aquest experiment.
- La funció de treball; és a dir, l'energia mínima d'extracció d'electrons.

Expresseu els resultats en unitats del sistema internacional (SI).

DADES: $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$; $1 \text{ PHz} = 10^{15} \text{ Hz}$.

P4)

a)

A partir de la gràfica es pot veure que la freqüència llindar per que es produeixi efecte fotoelèctric és:
 $\nu_0 = 10^{15} \text{ Hz}$ [0,2]

$$E = W + E_c \Rightarrow h\nu = h\nu_0 + E_c \text{ [0,2]} \Rightarrow$$

$$h = \frac{E_c}{\nu - \nu_0} \text{ [0,2]} = \frac{2,07 \text{ eV}}{(1,5 \times 10^{15} - 10^{15}) \text{ s}^{-1}} = 4,14 \times 10^{-15} \text{ eV s} \frac{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s} \text{ [0,4]}$$

b) A partir de la gràfica podem veure que l'energia mínima per extreure un electró és:

$$W = h\nu_0 \text{ [0,5]} = 6,62 \times 10^{-19} \text{ J} \text{ [0,5]}$$

• **25.-**

- P4) Una antena de telefonia mòbil instal·lada al terrat d'un edifici emet ones electro-magnètiques de 900 MHz de freqüència amb una potència de 4 W.

- Calculeu quants fotons emet l'antena en un minut.
- Valoreu si els fotons que emet l'antena poden produir efecte fotoelèctric en un metall que és a prop, tenint en compte que l'energia d'extracció mínima dels electrons del metall és 4,1 eV. En cas afirmatiu, calculeu l'energia cinètica dels electrons extrets. Si l'antena emet amb una potència de 8 W, com variarà l'efecte fotoelèctric que es pugui produir en el metall?

DADES: $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}$; $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$.

P4)

a)

Energia emesa per un fotó: $E_\nu = h\nu = 6.62 \times 10^{-34} \times 900 \times 10^6 = 5,96 \times 10^{-25} J$ [0,5]

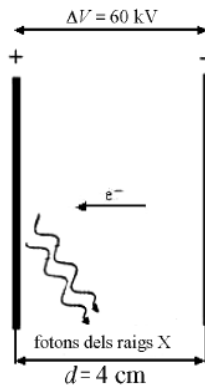
Energia total emesa per l'antena durant 1 minut: $E = W \times t = 240 J$ Nombre total de fotons emesos: $n = \frac{E}{E_\nu} = 4,03 \times 10^{26}$ fotons [0,5]

b) Llindar d'energia per que es produeixi efecte fotoelèctric: $4,1 eV \frac{1,602 \times 10^{-19} J}{1 eV} = 6,57 \times 10^{-19} J > 5,96 \times 10^{-25} J \Rightarrow$ no hi haurà efecte fotoelèctric. [0,5]

Si l'antena emet amb una potència de 8 W, hi haurien més fotons, però tots ells amb la mateixa energia, per tant tampoc hi hauria efecte fotoelèctric. [0,5]

• 26.-

P2) El 1895, Wilhelm Conrad Röntgen va descobrir els raigs X, que, entre altres aplicacions, són un recurs fonamental per a la medicina. La manera més habitual de generar raigs X consisteix a accelerar electrons fins a velocitats altes i a fer-los xocar amb un material, de manera que emetin una part de l'energia, o tota, en forma de raigs X. En un determinat aparell, aquesta acceleració es produeix aplicant als electrons una diferència de potencial de 60 kV al llarg de 4 cm, tal com s'indica en la figura següent:



a) Determineu el camp elèctric, que considerem constant, aplicat als electrons a l'interior de les plaques. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.

b) Calculeu l'energia cinètica amb què xoquen els electrons contra la placa positiva i la freqüència dels fotons dels raigs X emesos. Considereu que els electrons incidents els transfereixen tota l'energia possible; és a dir, l'energia cinètica que porten en xocar contra la placa.

DADES: $Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} C$; $h = 6,62 \times 10^{-34} J \cdot s$.

P2)

a) La direcció és perpendicular a les plaques i el sentit és tal que va de la placa positiva a la negativa. [0,5]

El modul val:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{60 \times 10^3 V}{0,04 m} = 1,5 \times 10^6 N/C [0,5]$$

b)

$$\begin{aligned} \Delta E_p &= q_{e^-} \Delta V = -1,6 \times 10^{-19} C \cdot 6 \times 10^4 V = -9,6 \times 10^{-15} J \\ \Delta E_c &= W_{total} = -\Delta E_p = 9,6 \times 10^{-15} J [0,5] \end{aligned}$$

$$E_{fotó} = \Delta E_c$$

$$E_{fotó} = h \nu$$

$$\nu = \frac{\Delta E_c}{h} = 1,45 \times 10^{19} Hz [0,5]$$

• **27.-**

P5) La massa d'un electró en repòs és $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$. Un accelerador lineal n'incrementa la velocitat fins que la massa de l'electró és deu vegades més gran.

a) Calculeu l'energia cinètica que ha guanyat l'electró, expressada en J i en MeV.

Fem xocar l'electró amb un positró que circula en sentit contrari i que té la mateixa energia. L'electró i el positró s'anihilen mútuament i produeixen dos fotons que tenen, cadascun, la mateixa energia.

b) Escriviu l'equació d'aquest procés i determineu l'energia i la freqüència dels fotons.

DADES: $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$; $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

P5)

a) Variació de massa: $\Delta m = 10m_0 - m_0 = 9m_0$ [0.2]

Variació de la seva energia cinètica: $\Delta E_c = \Delta mc^2 = 7,38 \times 10^{-13} \text{ J}$ [0.4] $\times \frac{1 \text{ eV}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ J}} = 4,61 \times 10^6 \text{ eV} \times \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = 4,61 \text{ MeV}$ [0.4]

b) Electrò + positró $\Rightarrow$ 2 fotons o bé:

$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma \text{ [0.5]}$$

Per la llei de conservació de l'energia, cada fotó ha de ser igual a la meitat de l'energia total dissipada en la reacció, per tant l'energia del fotó serà igual a l'energia corresponent a l'electró abans de xocar:

$$E = mc^2 = 10 \times 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg} \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 8,20 \times 10^{-13} \text{ J} \text{ [0.25]}$$

Freqüència:

$$\nu = \frac{E}{h} = 1,24 \times 10^{21} \text{ Hz} \text{ [0.25]}$$

• **28.-**

P2) Una radiació ultraviolada de $\lambda = 200 \text{ nm}$ incideix sobre una placa de plom, de manera que salten electrons amb una energia cinètica màxima d'1,97 eV. Calculeu:

a) La funció de treball (és a dir, l'energia mínima d'extracció d'electrons) del plom.

b) La longitud d'ona associada als electrons emesos amb l'energia cinètica màxima.

DADES: $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$;

$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$;

$m_{\text{electró}} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;

$q_{\text{electró}} = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;

$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$;

$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

P2

a) energia dels fotons incidents: $E_i = hf = 9,945 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 6,21 \text{ eV}$ [0,3]

$$c = \lambda f \Rightarrow f = c/\lambda = 1,50 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \text{ [0,2]}$$

efecte fotoelèctric: $E_i = W + E_e$ [0,3]

$$W = E_i - E_e = 6,21 - 1,97 = 4,24 \text{ eV} \quad (=6,79 \cdot 10^{-19} \text{ J}) \text{ [0,2]}$$

$$\text{b) } E_e = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_e}{m_e}} = 8,32 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ [0,4]}$$

$$p_e \lambda_e = h \Rightarrow \lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} = 8,75 \cdot 10^{-10} \text{ m} \text{ [0,6]}$$

• **29.-**

P3) Fem incidir radiació electromagnètica d'una freqüència determinada sobre un metall que té una freqüència llindar de $6,00 \cdot 10^{16}$ Hz. Observem que l'energia cinètica màxima dels electrons emesos és $6,62 \cdot 10^{-17}$ J. Calculeu:

- La freqüència de la radiació electromagnètica incident.
- La longitud d'ona dels fotons incidents i la dels electrons emesos amb la màxima energia cinètica.

DADES: $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.

P3A

a) $E = W + E_c$; **[0,3]**

$$W = h \nu_{\text{llindar}} = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 6,00 \cdot 10^{16} = 3,97 \cdot 10^{-17} \text{ J} \quad \mathbf{[0,2]}$$

$$E = W + E_c = 1,06 \cdot 10^{-16} \text{ J} \quad \mathbf{[0,2]}$$

$$E = h \nu_{\text{ind}}; \nu_{\text{ind}} = E/h = 1,60 \cdot 10^{17} \text{ Hz} \quad \mathbf{[0,3]}$$

b) fotons: $c = \lambda_{\text{ind}} \nu_{\text{ind}}$ **[0,1]**; $\lambda_{\text{ind}} = c/\nu_{\text{ind}} = 3,00 \cdot 10^8 / 1,60 \cdot 10^{17} = 1,88 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ **[0,2]**

electrons: $p_e \lambda_e = h$ **[0,1]**

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = 1,21 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \mathbf{[0,3]}$$

$$\lambda_e = h/p_e = h/m_e v_e = 6,01 \cdot 10^{-11} \text{ m} \quad \mathbf{[0,3]}$$