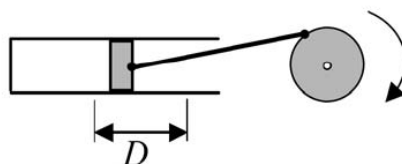


CINEMÀTICA, DINÀMICA I ENERGIA MECÀNICA

• 1.-

- Q2) L'èmbol d'una màquina de vapor té un recorregut $D = 100$ cm i comunica a l'eix una velocitat angular de 60 rpm. Si considerem que el moviment de l'èmbol descriu un moviment harmònic simple, deduïu el valor de la velocitat que té quan és a una distància de 20 cm d'un dels extrems del recorregut.



Q2

L'èmbol segueix un mhs: $x = A \sin(\omega t + \varphi_0) = A \sin \varphi$

i la velocitat: $v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos \varphi$ [0,1]

$$A = \frac{D}{2} = 50 \text{ cm} \quad [0,2]$$

$$\omega = 60 \text{ rpm} = 60 \frac{\text{voltes}}{\text{min}} \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad [0,2]$$

Quan està a 20cm d'un extrem del recorregut: $x=30\text{cm}$:

$$0,30 = 0,50 \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = 0,6 \Rightarrow \cos \varphi = \pm 0,8 \quad [0,2]$$

$$v(30\text{cm}) = A\omega \cos \varphi = 0,50 \cdot 2\pi \cdot \cos \varphi = \pm 2,51 \text{ m/s} \quad [0,3]$$

Valoreu la resposta anàlogament si en lloc de la funció sinus poseu $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$

• 2.-

- Q3) Fem oscil·lar un objecte lligat a una corda de 40 cm de longitud, com si fos un pèndol, de manera que quan l'objecte es troba en el punt més alt de la trajectòria la corda forma un angle de 37° amb la vertical.
1. L'objecte passarà pel punt més baix del recorregut a una velocitat de
 - a) 2,50 m/s.
 - b) 2,80 m/s.
 - c) 1,26 m/s.
 2. La tensió de la corda
 - a) és màxima en el punt més alt del recorregut.
 - b) és màxima en el punt més baix del recorregut.
 - c) fa un treball positiu sobre l'objecte quan passa del punt més alt al més baix de la trajectòria.

Q3

1. C

2. B

• 3.-

P2) El tambor d'una assecadora de roba és un cilindre horitzontal d'acer inoxidable de radi 20 cm. En posar l'assecadora en funcionament, la velocitat del tambor augmenta regularment de 0 a 900 rpm en 10 s.

- Escriviu les equacions de les magnituds angulars $\omega(t)$ i $\alpha(t)$ en els primers 10 s del moviment.
- Determineu l'acceleració tangencial i l'acceleració centrípeta d'un punt del tambor al cap de 5 s de l'inici del moviment.
- Calculeu la força màxima que exerceix el tambor sobre un jersei mullat, de 0,5 kg de massa, quan gira a 900 rpm. Supposeu que, quan el tambor de l'assecadora gira, el jersei està sempre en contacte amb la paret del cilindre.

Expresseu tots els resultats en unitats del sistema internacional (SI).

P2

$$a) \omega = 900 \text{ rpm} = 900 \text{ rpm} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 94,25 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad [0,2]$$

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{94,25 - 0}{10 - 0} = 9,425 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \quad [0,4]$$

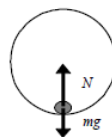
$$\omega = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow \omega = 9,425 t \text{ (rad/s)} \quad [0,4]$$

$$b) a_t = \alpha r \quad [0,2]; \quad a_t = 9,425 \cdot 0,20 = 1,885 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [0,2]$$

$$a_c = \omega^2 r \quad [0,2]; \quad a_c = (9,425 \cdot 5)^2 \cdot 0,20 = 444 \text{ m/s}^2 \quad [0,4]$$

c) La força que fa el tambor sobre un jersei serà màxima quant aquest la posició més baixa del tambor. [0,4]

$$\text{Llavors: } N - mg = m\omega^2 r \quad [0,4]; \quad N = mg + m\omega^2 r = 893,2 \text{ N} \quad [0,2]$$



estigui a

• 4.-

Q4) Una atracció d'una fira consisteix en uns cotxes petits que giren a una velocitat de mòdul constant de 3,0 m/s i que descriuen una circumferència de 8,0 m de radi en un pla horitzontal.

- Calculeu les components intrínseques de l'acceleració d'un dels cotxes.
- Si el mòdul de la velocitat dels cotxes, quan finalitza el temps de l'atracció, es redueix de manera uniforme des de 3,0 m/s fins a 1,0 m/s en 10 s, calculeu-ne l'acceleració angular i l'acceleració tangencial en aquest interval de temps.

Q4

a)

acceleració tangencial = 0 (rapidesa constant) [0,2]

acceleració centrípeta:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = 1,125 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [0,3]$$

b)

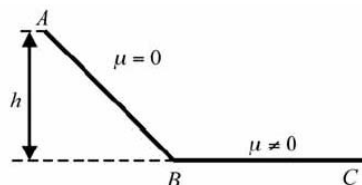
$$\omega = \omega_0 + \alpha t; \quad \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{v - v_0}{r t} = \frac{1 - 3}{8 \cdot 10} = -0,025 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \quad [0,2]$$

$$v = \omega r \quad [0,1]$$

$$a_t = \alpha r = -0,025 \cdot 8 = -0,20 \text{ m/s}^2 \quad [0,2]$$

• 5.-

- Q4) El punt més alt d'una pista d'esquí (que podem aproximar a un pla inclinat sense fregament, tram AB), es troba a una altura h respecte del final. Fora de la pista, tram BC, no queda neu i per tant hi ha fregament (coeficient de fregament, μ , no nul). Si un esquiador surt del començament de la pista (punt A) a una velocitat nul·la:



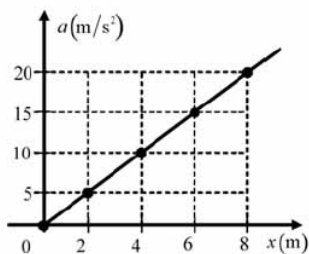
- Quina serà la seva velocitat al final de la pista (punt B)?
 - $\sqrt{2gh}$
 - $\sqrt{gh/2}$
 - Depèn de la massa de l'esquiador.
- Quina distància horitzontal (BC) recorrerà l'esquiador abans d'aturar-se?
 - $h\sqrt{\mu}$
 - $h\mu$
 - h/μ

Q4

- A
- C

• 6.-

- Q3) En la gràfica següent es mostra com varia l'acceleració d'un cos de massa 10 kg que es mou en línia recta. Quin treball s'ha efectuat sobre el cos per a moure'l des de $x = 0$ fins a $x = 8$ m?



Q3

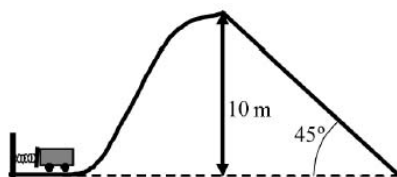
$$\vec{F} = m\vec{a}; W = \int_{\text{inicial}}^{\text{final}} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \int_{\text{inicial}}^{\text{final}} F dx = \text{àrea sota el gràfic F-x} = m (\text{àrea sota el gràfic a-x}) \quad [0,6]$$

(no cal que, a la resposta, s'expliciti que s'ha de fer una integral)

$$W = 10 \cdot \frac{20 \cdot 8}{2} = 800 \text{ J} \quad [0,4]$$

• 7.-

- P1) Una atracció de fira consisteix en una vagoneta que, a partir del repòs, és impulsada una distància de 100 cm per un ressort horitzontal inicialment comprimit. La vagoneta puja fins a una altura de 10 m i a partir d'aquí baixa per un pla inclinat 45° en què una força de fricció constant fa que s'aturi just quan arriba a l'altura zero. La vagoneta té una massa total de 1000 kg, la constant elàstica del ressort és $2,50 \cdot 10^5$ N/m i suposem que sobre la vagoneta no hi actuen forces de fricció ni mentre és impulsada ni mentre puja. Calculeu:
- La velocitat de la vagoneta just després que la molla la impulsi.
 - La velocitat amb què arribarà al punt més alt de l'atracció.
 - El mòdul de la força de fricció que fa que la vagoneta s'aturi.



P1

- a) conservació de l'energia: $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$ [0,4] $\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} = \sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 1^2}{1000}} = 15,8 \frac{m}{s}$ [0,6]
- b) conservació de l'energia: $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ [0,4]; $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{15,8^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 10} = 7,32 \frac{m}{s}$ [0,6]
- c) $W = \Delta E_m$; $|W| = |\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}| = |F_f| \frac{h}{\sin 45}$ [0,4]
- $|\Delta E_m| = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 1.000 \cdot 9,8 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 1.000 \cdot 7,32^2 = 1,25 \cdot 10^5$ J [0,4];
- $|F_f| = \frac{|W| \sin 45}{h} = \frac{|\Delta E_m| \sin 45}{h} = 8,82 \cdot 10^3$ N [0,2]

Resposta alternativa:
$$\left. \begin{aligned} v_f &= v_{in} + at \\ d &= v_{in}t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned} \right\} a = \frac{v_{in}(v_f - v_{in})}{d} + \frac{(v_f - v_{in})^2}{2d} = -\frac{7,32^2}{2 \cdot \frac{10}{\sin 45}} = -1,89 \frac{m}{s^2}$$
 [0,4];

$mg \sin 45 - F_f = ma$ [0,4];

$F_f = m(g \sin 45 - a) = 1000 \cdot (9,8 \sin 45 + 1,89) = 8,82 \cdot 10^3$ N [0,2]

• 8.-

- Q4) Una plataforma circular gira, en un pla horitzontal, respecte d'un eix vertical que passa pel seu centre, a una velocitat de $120/\pi$ rpm (revolucions per minut). Determineu el valor de la distància màxima respecte de l'eix a què pot situar-se una massa sobre la plataforma de manera que giri solidàriament amb aquesta, sense lliscar, sabent que el coeficient de fregament estàtic val 0,5.

Q4

$F_{centrípeta} = F_{fregament}$; $m\omega^2 r = \mu mg$ [0,5]

$\omega = \frac{120}{\pi} \text{ rpm} = \frac{120}{\pi} \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ [0,3]

$r = \frac{\mu g}{\omega^2} = \frac{0,5 \cdot 9,8}{4^2} = 0,31 \text{ m}$ [0,2]

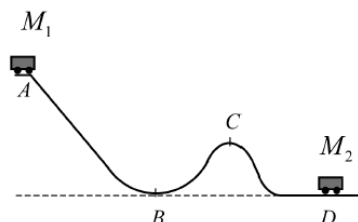
• 9.-

- Q4) 1. Considereu un disc que gira a velocitat angular ω constant.
- Els punts de la perifèria tenen més acceleració que els de prop de l'eix.
 - Els punts de la perifèria tenen menys acceleració que els de prop de l'eix.
 - No hi ha cap punt accelerat.
2. Si el disc redueix la velocitat des de ω_0 fins a 0 amb acceleració constant α ,
- el nombre de voltes que fa fins a aturar-se és igual a $\omega_0/2\alpha$.
 - el temps que triga a aturar-se és igual a ω_0^2/α .
 - el temps que triga a reduir la velocitat a la meitat és $\omega_0/2\alpha$.

Q4. 1. a
2. c

• 10.-

- P1) En unes muntanyes russes, una vagoneta de massa $M_1 = 2500$ kg arrenca del repòs en el punt A i recorre una pista com la representada a la figura. Després de recórrer el trajecte, xoca amb un altra vagoneta de massa $M_2 = 3500$ kg, que estava aturada en el punt D, de manera que després de la col·lisió queden totes dues unides. El fregament és negligible en tot el recorregut. El punt A és a una altura de 25 m respecte de l'horitzontal que passa pels punts B i D, i el punt C és a una altura de 20 m.
- Calculeu la velocitat que tindrà el conjunt de les dues vagonetes després del xoc.
 - Dibuixeu l'esquema de les forces que actuen sobre la vagoneta de massa M_1 quan passa pel punt B. Calculeu el valor de cada una d'aquestes forces. Sabem que el punt B és el punt més baix d'un arc de circumferència de 20 m de radi.
 - Calculeu el mínim radi de curvatura que ha de tenir la pista en el punt C perquè la vagoneta no perdi el contacte amb les vies.



P1

- a) conservació de l'energia: $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$ [0,4] $\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} = \sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 1^2}{1000}} = 15,8 \frac{m}{s}$ [0,6]
- b) conservació de l'energia: $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ [0,4]; $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{15,8^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 10} = 7,32 \frac{m}{s}$ [0,6]
- c) $W = \Delta E_m$; $|W| = |\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}| = |F_f| \frac{h}{\sin 45}$ [0,4]
- $|\Delta E_m| = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 1.000 \cdot 9,8 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 1.000 \cdot 7,32^2 = 1,25 \cdot 10^5$ J [0,4];
- $|F_f| = \frac{|W| \sin 45}{h} = \frac{|\Delta E_m| \sin 45}{h} = 8,82 \cdot 10^3$ N [0,2]

Resposta alternativa:

$$\left. \begin{aligned} v_{\text{f}} &= v_{\text{in}} + at \\ d &= v_{\text{in}}t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned} \right\} a = \frac{v_{\text{f}}(v_{\text{f}} - v_{\text{in}})}{d} + \frac{(v_{\text{f}} - v_{\text{in}})^2}{2d} = -\frac{7,32^2}{2 \cdot \frac{10}{\sin 45}} = -1,89 \frac{m}{s^2}$$
 [0,4];

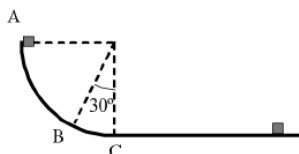
$$mg \sin 45 - F_f = ma$$
 [0,4];

$$F_f = m(g \sin 45 - a) = 1000 \cdot (9,8 \sin 45 + 1,89) = 8,82 \cdot 10^3$$
 N [0,2]

• **11.-**

P1) Deixem anar un cos d'1 kg de massa des del punt A, situat sobre una pista constituïda per un quadrant de circumferència de radi $R = 1,5$ m i en la qual es considera negligible el fregament, tal com es veu a la figura de sota. Quan el cos arriba a la part inferior del quadrant (punt C), llisca sobre una superfície horitzontal fins que queda aturat a una distància de 2,7 m del punt C. Trobeu:

- La velocitat del cos en el punt C.
- El coeficient de fregament cinètic entre la pista i el cos a la part horitzontal.
- La força que fa el cos sobre la pista quan passa pel punt B.



P1

a) sistema conservatiu: $E_{mA} = E_{mC}$ [0,3]

origen d'energia potencial en l'horitzontal que passa pel punt A $\Rightarrow E_{mA} = 0$

$$E_{mC} = \frac{1}{2}mv_C^2 - mgR = 0 \quad [0,5]; \Rightarrow v_C = \sqrt{2gR} = 5,42 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad [0,2]$$

b) $W = \Delta E_{cin}$ [0,2];

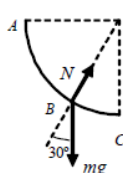
$$W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r} = -\mu N \Delta x = -\mu mg \Delta x \quad [0,3]; \Delta E_{cin} = 0 - \frac{1}{2}mv_C^2 \quad [0,3];$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{v_C^2}{2g\Delta x} = \frac{5,42^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 2,7} = 0,56 \quad [0,2]$$

Resposta alternativa. $F = -\mu N = -\mu mg = ma$ [0,3]

$$\left. \begin{aligned} v_{final} &= v_C + at \\ d &= v_C t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned} \right\} t = -\frac{v_C}{a} \Rightarrow a = -\frac{v_C^2}{2d} = -\frac{5,42^2}{2 \cdot 2,7} = -5,44 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [0,5]; \mu = -\frac{a}{g} = -\frac{-5,44}{9,8} = 0,56 \quad [0,2]$$

c)



$$E_{mA} = E_{mB} = 0 \quad [0,2]$$

$$h_B = R \cos 30 = 1,3 \text{ m}$$

$$E_{mB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh_B = 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_B} = 5,05 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad [0,2]$$

$$N - mg \cos 30 = m \frac{v_B^2}{R} \quad [0,3];$$

$$N = mg \cos 30 + m \frac{v_B^2}{R} = 1 \cdot 9,8 \cdot \cos 30 + 1 \cdot \frac{5,05^2}{1,5} = 25,5 \text{ N} \quad [0,3]$$

• **12.-**

Q1) Un bloc de massa 20 kg cau lliscant per un pla inclinat, salvant un desnivell de 25 m. Si parteix del repòs i assoleix una velocitat final de 15 m/s, determineu l'energia perduda per fricció.

Q1

$$W = \Delta E_m = E_{final} - E_{inicial} \quad [0,3]; W = \frac{1}{2}mv_f^2 - mgh_i = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 15^2 - 20 \cdot 9,8 \cdot 25 = -2.650 \text{ J} \quad [0,7]. \text{ L'energia perduda és igual a l'energia dissipada pel fregament.}$$

• **13.-**

Q3) Llancem cap amunt, amb una certa velocitat inicial, un cos de massa 1 kg per un pendent de 37° de manera que recorre 10 m fins a aturar-se i posteriorment torna al punt de partida. El coeficient de fricció entre el cos i el pla inclinat val 0,1.

1. El treball que fa el pes sobre la massa
 - a) és positiu a la pujada.
 - b) val $-59,0$ J a la baixada.
 - c) des que surt fins que torna al punt de partida (pujada i baixada) és nul.
2. El treball que fa la força de fricció sobre la massa
 - a) val $-9,80$ J a la pujada.
 - b) val $-7,83$ J a la baixada.
 - c) des que surt fins que torna al punt de partida (pujada i baixada) és nul.

Q3

1. C
2. B

• **14.-**

P1) Una vagoneta de fira de massa 100 kg es troba damunt d'una pista sense fregament. El tram inicial de la pista és horitzontal. A mig camí, la pista fa pujada fins a un segon tram horitzontal, al final del qual hi ha un sistema de frenada consistent en una molla de constant elàstica $k = 10\,000$ N/m. La diferència d'altura entre els dos trams horitzontals és de 4 m.



Si el sistema de frenada es comprimeix 1,5 m, calculeu:

- a) La velocitat de la vagoneta just abans de començar a comprimir el sistema de frenada.
- b) La velocitat de la vagoneta just abans de començar a pujar la rampa.
- c) L'energia mecànica total de la vagoneta en el primer tram horitzontal.

P1. a) En tot el procés es conserva l'energia mecànica.

A l'inici de la compressió: Al final de la compressió:

$$\frac{1}{2} m v^2 + 0 + m g H = 0 + \frac{1}{2} k x^2 + m g H \quad 0,6$$

$$\rightarrow v^2 = \frac{k}{m} x^2 \rightarrow v = 15 \text{ m/s} \quad 0,4$$

$$b) \frac{1}{2} m v_0^2 + 0 + 0 = \frac{1}{2} m v^2 + 0 + m g H \quad 0,6$$

$$\rightarrow v_0^2 = v^2 + 2 g H \rightarrow v_0 = 17,42 \text{ m/s} \quad 0,4$$

$$c) E_m = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad 0,6 \rightarrow E_m = 15.174 \text{ J} \quad 0,4$$

• 15.-

- P2) En un tram del recorregut, l'AVE Lleida-Tarragona du una velocitat constant en mòdul de 300 km/h. En aquest tram fa un revolt de 600 m de radi que està peraltat un angle de 20°. Damunt d'una taula del vagó restaurant hi ha un plat buit de massa 350 g. El plat es troba en repòs en el tren gràcies a la fricció amb la taula, que impedeix que el plat es desplaci cap enfora.
- Feu un diagrama de les forces que actuen sobre el plat.
 - Determineu el mòdul de la força de fricció que actua sobre el plat.
 - Determineu el mòdul de la força centrípeta que actua sobre el plat.

P2. a)

Nota: f cap amunt també és correcte (aleshores, en calcular f , obtindrem un valor negatiu).

b) $v = 300 \text{ km/h} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 83,33 \text{ m/s}$ [0,1]

$$\left. \begin{aligned} N \cos \alpha - f \sin \alpha - mg &= 0 \\ N \sin \alpha + f \cos \alpha &= m v^2 / r \end{aligned} \right\}$$

[0,3] [0,3]

$\rightarrow f = m \left(\frac{v^2}{r} \cos \alpha - g \sin \alpha \right)$ [0,1] $\rightarrow f = 2,63 \text{ N}$ [0,2]

c) $F_c = m \cdot a_c = m v^2 / r$ [0,6] $\rightarrow F_c = 4,05 \text{ N}$ [0,4]

En la mateixa direcció i sentit que $\vec{a}_c$ (horitzontal i cap al centre del revolt):

• 16.-

- Q3) Un mòbil descriu un moviment circular no uniforme.

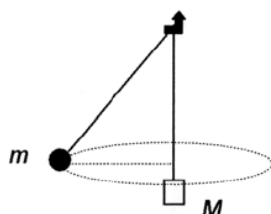
- S'esdevé que
 - el mòdul de l'acceleració normal del mòbil és constant.
 - l'acceleració angular del mòbil està relacionada amb el canvi de mòdul del vector velocitat.
 - l'acceleració tangencial del mòbil està relacionada amb el canvi de direcció del vector velocitat.
- Si el moviment circular és desaccelerat,
 - els vectors velocitat i acceleració del mòbil són perpendiculars.
 - els vectors velocitat i acceleració del mòbil formen un angle més petit de 90°.
 - els vectors velocitat i acceleració del mòbil formen un angle més gran de 90°.

Q3.	1. b
	2. c

• 17.-

P1) Una massa m de 200 g, lligada a l'extrem d'una corda lleugera, gira en un cercle horitzontal de 50 cm de radi a velocitat constant. La corda penja d'un clau i, a l'altre extrem, hi té lligada una massa M que es manté en repòs. La tensió de la corda val 4,9 N. Calculeu:

- El valor de M .
- L'angle que fa la corda amb la vertical.
- El temps que triga a fer una volta completa.



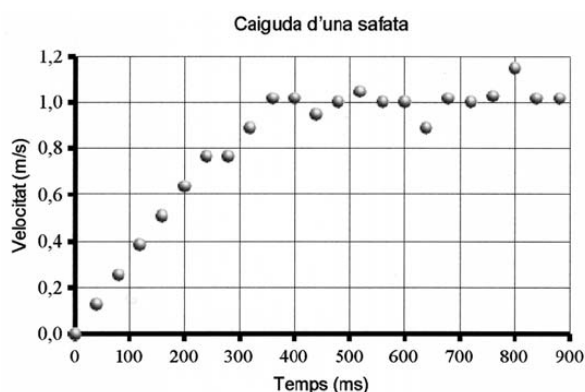
P1. a) $T - Mg = 0$ 0,6 $\rightarrow M = T/g = 4,9/9,81 = 0,5 \text{ kg}$ 0,4

b) $T \cos \alpha - mg = 0$ 0,6 $\rightarrow \cos \alpha = mg/T = 0,4$ 0,2
 $\rightarrow \alpha = 66,4^\circ$ 0,2

c) $T \sin \alpha = m\omega^2 R$ 0,6 $\rightarrow \omega = \sqrt{T \sin \alpha / mR} = 6,7 \text{ rad/s}$ 0,2
 $\rightarrow T = 2\pi/\omega = 0,94 \text{ s}$ 0,2

• 18.-

Q3) Al laboratori, la manera més fàcil de simular la caiguda d'un paracaigudista és deixar caure una safata de paper de la grandària d'un CD, aproximadament. Se n'ha estudiat el moviment de caiguda, i el resultat es representa en la gràfica següent. Descriviu el moviment de manera qualitativa i quantitativa.



Q3. • Entre 0 i 350 ms :

El moviment és uniformement accelerat (MUA) 0,3

L'acceleració és aprox. $1,0 \text{ m/s} / 350 \text{ ms} = 2,8 \text{ m/s}^2$ 0,2

• Entre 350 i 900 ms :

El moviment és rectilini uniforme (MRU) 0,3

La velocitat és aprox. de 1 m/s 0,2

XOCS – QUANTITAT DE MOVIMENT

• 1.-

- Q2) Un vagó de massa M es desplaça a una velocitat v per una via horitzontal sense fricció i xoca contra un altre vagó idèntic aturat. Si després de l'impacte ambdós vagons queden units, quin percentatge de l'energia inicial s'ha perdut en el xoc?

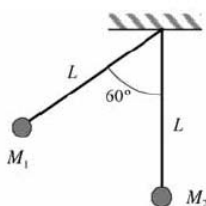
Q2

$$Mv = 2Mv' \Rightarrow v' = v/2 \quad [0,5]$$

$$\text{energia perduda(\%)} = \frac{E_{\text{inicial}} - E_{\text{final}}}{E_{\text{inicial}}} \cdot 100 = \frac{\frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}(2M)v'^2}{\frac{1}{2}Mv^2} \cdot 100 = 50\% \quad [0,5]$$

• 2.-

- P2) Dues masses, $M_1 = 200 \text{ g}$ i $M_2 = 400 \text{ g}$, pengen de dos fils inextensibles d'1 m de longitud cada un. Inicialment els dos fils formen un angle de 60° , tal com es mostra en la figura següent:

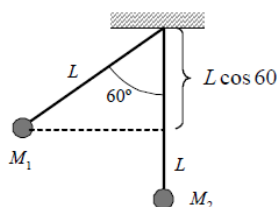


En un moment determinat deixem anar la massa M_1 , de manera que es produeix un xoc perfectament elàstic contra la massa M_2 . Calculeu:

- La velocitat de cada massa justament després del xoc.
- El valor de la variació de la quantitat de moviment que experimenta la massa M_1 en el xoc.
- L'altura que assolirà la massa M_2 després del xoc.

P2

a)



$$H = L - L \cos 60 = 0,5 \text{ m}$$

$$M_1 g H = \frac{1}{2} M_1 v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,5} = 3,13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad [0,2]$$

$$\text{en el xoc: } M_1 v_1 = M_1 v'_1 + M_2 v'_2 \quad [0,3]$$

$$\text{xoc elàstic: } \frac{1}{2} M_1 v_1^2 = \frac{1}{2} M_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} M_2 v'^2_2 \quad [0,3]$$

$$\left. \begin{aligned} 0,2 \cdot 3,13 &= 0,2 \cdot v'_1 + 0,4 \cdot v'_2 \\ 0,2 \cdot 3,13^2 &= 0,2 \cdot v'^2_1 + 0,4 \cdot v'^2_2 \end{aligned} \right\} \quad v'_1 = 1,04 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad v'_2 = 2,09 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad [0,2]$$

$$\text{b) } \Delta p = M_1 v'_1 - M_1 v_1 = M_1 (v'_1 - v_1) = 0,2 \cdot (1,04 - 3,13) = -0,42 \frac{\text{kg m}}{\text{s}} \quad [0,8] + [0,2] \text{ (unitats)}$$

$$\text{c) després del xoc: } E_2 = \frac{1}{2} M_2 v'^2_2 = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 2,09^2 = 0,87 \text{ J} \quad [0,2]$$

$$E_2 = M_2 g H_2 \quad [0,4]; \quad H_2 = \frac{E_2}{M_2 g} = \frac{0,87}{0,4 \cdot 9,8} = 0,22 \text{ m} \quad [0,4]$$

• 3.-

P2) Dues partícules puntuals es mouen sobre un pla horitzontal sense fregament. La velocitat inicial de la primera partícula, de massa 2 kg, és (2, -3). La velocitat inicial de la segona partícula, de massa 4 kg, és (-3, -3). Les partícules xoquen entre elles i després del xoc es mouen separatament. La velocitat de la primera partícula després del xoc és (-3, -2). Totes les velocitats es donen en coordenades cartesianes i en m/s.

- Calculeu el mòdul de la velocitat de la segona partícula després del xoc.
- Determineu si el xoc és elàstic.
- Calculeu la variació d'energia cinètica que experimenta cada partícula en el xoc.

P2

a) $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$ [0,3]

$$2 \cdot (2, -3) + 4 \cdot (-3, -3) = 2 \cdot (-3, -2) + 4 \vec{v}'_2 \Rightarrow \vec{v}'_2 = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{7}{2} \right) \text{ [0,5]}$$

$$v'_2 = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} \right)^2 + \left(-\frac{7}{2} \right)^2} = 3,54 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ [0,2]}$$

b) $v_1 = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13} \text{ m/s}; v_2 = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{18} \text{ m/s}; v'_1 = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13} \text{ m/s}$ [0,2]

$$\left. \begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 13 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 18 = 49 \text{ J} \\ E'_c &= \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 13 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3,54^2 = 38 \text{ J} \end{aligned} \right\} \text{ [0,3] } E_c \neq E'_c, \text{ el xoc no és elàstic [0,5]}$$

c) $E_{c1} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (13 - 13) = 0 \text{ J}$ [0,5]

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (3,54^2 - 18) = -11 \text{ J} \text{ [0,5]}$$

• 4.-

Q4) Per a mesurar la velocitat d'una bala es fa servir un pèndol balístic. La bala impacta contra un bloc molt més gran que penja del sostre. Després de l'impacte, el conjunt bala-bloc puja fins a una determinada altura.

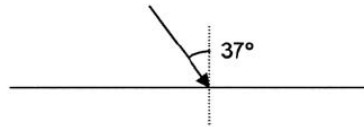
- En l'impacte de la bala, es conserva
 - la quantitat de moviment de la bala.
 - la quantitat de moviment del bloc.
 - la quantitat de moviment del conjunt.
- En el moviment de pujada del conjunt bala-bloc, es conserva
 - la quantitat de moviment.
 - l'energia mecànica.
 - totes dues magnituds.

Q4. 1. c
2. b

ÒPTICA

• 1.-

- Q2) Un raig de llum viatja des d'un medi d'índex de refracció 1,2 a un altre d'índex de refracció 1,6. El raig incident fa un angle de 37° amb la direcció perpendicular a la superfície de separació dels dos medis. Quant val l'angle de refracció? Hi ha algun angle d'incidència a partir del qual es produeixi el fenomen de la reflexió total?



Q2. • $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ (Snell) 0,3

$1,2 \cdot \sin 37^\circ = 1,6 \cdot \sin \theta_2 \rightarrow \theta_2 = 26,8^\circ$ 0,3

• Com que $n_1 < n_2 \rightarrow \theta_1 > \theta_2$ 0,2 No es pot donar reflexió total: 0,2

• 2.-

- Q3) 1. Les persones miops utilitzen lents divergents. Les imatges que forma una lent divergent, comparades amb els objectes, són
- més petites i més pròximes.
 - més grans i més llunyanes.
 - Depèn de si es troben a una distància de la lent més gran o més petita que la distància focal.

Q3

1. A

• 3.-

- Q3) 1. La imatge d'un objecte produïda per un mirall pla és
- dreta, real, de la mateixa mida i simètrica respecte de la superfície del mirall.
 - dreta, virtual, de la mateixa mida i simètrica respecte de la superfície del mirall.
 - dreta, virtual, de mida diferent i simètrica respecte de la superfície del mirall.
2. La imatge que forma una lent divergent i prima és sempre
- virtual, dreta i de mida més petita que l'objecte.
 - dreta o invertida, segons el lloc on estigui situat l'objecte.
 - virtual, dreta i de mida més gran que l'objecte.

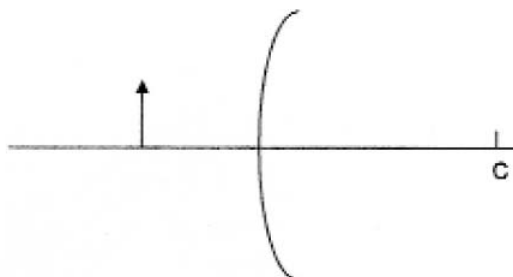
Q3

1. B

2. A

• 4.-

- Q1) Enumereu les propietats (real o virtual, dreta o invertida, major o menor) de la imatge que ens retorna una cullera per la part convexa. Per demostrar-les, dibuixeu la marxa dels raigs i la imatge que s'obté de la fletxa en el mirall esfèric convex de la figura. El punt C és el centre de curvatura del mirall.



Q1. • Virtual. 0,2

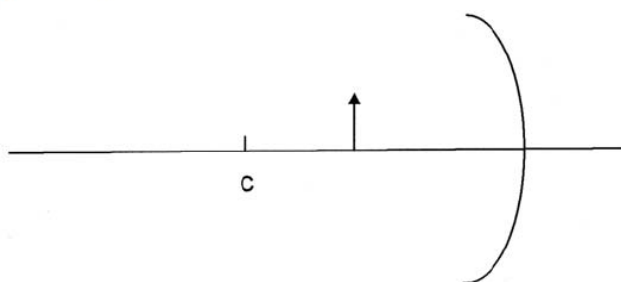
• Dreta. 0,2

• Més petita que l'objecte. 0,2

0,4

• 5.-

- Q2) Enumereu les propietats (real o virtual, dreta o invertida, major o menor) de la imatge que ens retorna una cullera per la part còncava. Per a demostrar-les, dibuixeu la marxa dels raigs i la imatge que s'obté de la fletxa en el mirall esfèric còncav de la figura. El punt C és el centre de curvatura del mirall.



Q2. La imatge és:

• Real 0,2

• Invertida 0,2

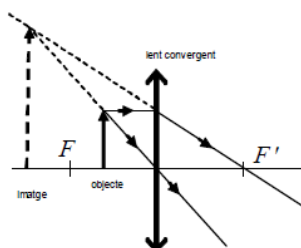
• Més gran que l'objecte. 0,2

0,4

• 6.-

- Q1) Una lupa és una lent convergent que s'utilitza per a veure més grans els objectes propers. Feu la representació gràfica per a trobar la imatge que produeix una lupa quan situem un objecte en forma de fletxa entre la lent i el focus, perpendicularment a l'eix òptic de la lupa. Si volem veure la fletxa més gran respecte de la mida real, haurem situat bé la fletxa? La veurem dreta o invertida? La imatge serà real o virtual?

Q1



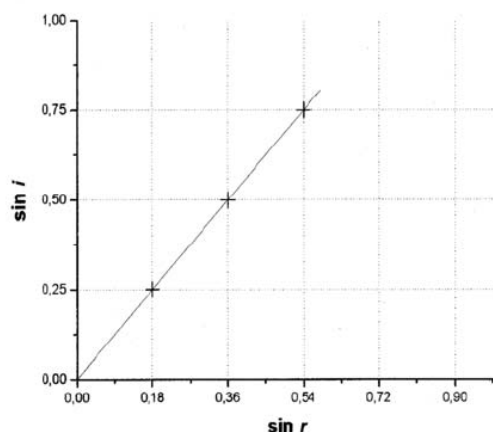
[0,6]

La imatge serà virtual [0,1], dreta [0,1] i més gran [0,1] que l'objecte
Sí, haurem situat correctament la fletxa respecte la lupa. [0,1]

• 7.-

- Q3) En una experiència de laboratori fem incidir un raig de llum vermella amb diferents angles d'incidència, i , sobre una làmina de vidre; mesurem els corresponents angles de refracció, r , i n'obtenim la gràfica adjunta. Quant val l'índex de refracció del vidre per a la llum vermella? A quina velocitat es propaga la llum vermella en aquest vidre?

DADES: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.



Q3. $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ 0,2
 $n_1 = 1$ (aire) 0,1 } n_2 és el pendent de la recta

• $n_2 = \frac{0,75 - 0}{0,54 - 0} = \boxed{1,39}$ 0,3

• $n_2 = c/v_2$ 0,2 $\rightarrow v_2 = c/n_2 = \boxed{2,16 \times 10^8 \text{ m/s}}$ 0,2