

1. Donats els polinomis $A(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$, $B(x) = -x^4 - x^2 + 5x - 2$,
 $C(x) = 4x^3 - 3x^2 + 4x - 3$, calcula:

a) $A(x) + B(x) - C(x)$

b) $2A(x) - B(x) - C(x)$

c) $-A(x) + 3B(x) - 4C(x)$

2. Calcula els següents productes:

a) $(x^6 - x^4 - 2x^2 + 3x - 4)(2x + 3)$

b) $(x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$

c) $\left(\frac{3}{5}x^2 - \frac{2}{3}x + 2\right)(5x^2 - 3)$

3. Fes les divisions següents i dona el quocient $Q(x)$ i el residu $R(x)$:

a) $(4x^4 - 9x^2 + 6x + 4) : (2x^2 + 3x - 1)$

b) $x^4 : (x^2 - 2x - 1)$

c) $(10x^6 - 8x^5 + 3x^4 - 2x^2) : \left(-\frac{1}{2}x^2\right)$

d) $(2x^4 - 17x^3 + 68x - 32) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$

4. Troba el valor de a per tal que $2x^4 + 5x^3 + ax^2 + 8$ sigui divisible per $x+2$ i el quocient de la divisió.

5. Troba el residu sense fer la divisió:

a) $(x^5 - 3x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x - 6) : (x - 1)$

b) $(x^5 - 3x^3 - 54x) : (x + 3)$

6. Sense fer la divisió, digues si $x^3 + 27$ és divisible per $x-3$. I per $x+3$?

7. Troba el valor de b perquè el polinomi $3x^4 + 4x^2 + x + b$ doni residu 25 en dividir-lo per $x-3$.

8. Troba les arrels i la descomposició factorial de:

a) $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$

b) $2x^3 - 2x^2 - 28x + 48$

c) $x^5 + 57x^3$

d) $x^4 - 3x^2 + 2x$

9. Simplifica les fraccions següents:

a) $\frac{x^2 - 25}{x^2 + 5x}$

b) $\frac{x^2 - 4}{2 - x}$

c) $\frac{2x^3 - 20x^2 + 50x}{x^4 - 4x^3 - 5x^2}$

d) $\frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{x^4 - x^3 - x + 1}$

10. Calcula les sumes i restes següents i simplifica al màxim:

a) $\frac{2}{1+x} - \frac{1}{1-x} - \frac{x+3}{1-x^2} =$

b) $x + \frac{1}{1+x} - \frac{1-x^2}{1-x} =$

c) $\frac{2x^3 - 4x^2 - 6x}{(x-1)^2 - 4} + \frac{4x^2 - 8x - 12}{(x-3)(x+1)} =$

11. Calcula les multiplicacions següents (simplifica prèviament, si es pot!!):

a) $\frac{2x}{x-a} \cdot \frac{6a}{8x} =$

b) $\left(1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) \cdot \frac{x^3}{x-1} =$

c) $\left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{x^2-1}\right) \left(\frac{1}{x} - 1\right) =$

12. Calcula les divisions següents i simplifica al màxim:

a) $\frac{3x}{x-2} : \frac{9x}{x-1} =$

b) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 8x + 16} : \frac{x+3}{x-4} =$

c) $\left[\frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x} \right] : \left[\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \right] =$

13. Donada la fracció $F(x) = \frac{x-x^2}{1-x^2} + \frac{1+x}{1+2x+x^2} - \frac{1-2x}{1-x}$

a) Calcula el valor numèric de $F(x)$ per a $x=0$ i $x=-1$.

b) Simplifica $F(x)$ i calcula novament el valor numèric de $F(x)$ per als mateixos valors de x .

Solucions:

1. a) $-x^4 - 3x^3 + 4x + 2$ b) $x^4 - 2x^3 - 3x + 7$ c) $-3x^4 - 17x^3 + 11x^2 - 4x + 5$

2. a) $2x^7 + 3x^6 - 2x^5 - 3x^4 - 4x^3 + x - 12$ b) $x^5 + x + 1$ c) $3x^4 - \frac{10}{3}x^3 + \frac{41}{5}x^2 + 2x - 6$

3.

a) $Q(x) = 2x^2 - 3x + 1$ $R(x) = 5$

b) $Q(x) = x^2 + 2x + 5$ $R(x) = 12x + 5$

c) $Q(x) = -20x^4 + 16x^3 - 6x^2 + 4$ $R(x) = 0$

d) $Q(x) = 2x^3 - 16x^2 - 8x + 64$ $R(x) = 0$

4. $a=0$, $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 2x + 4$

5. a) $R=-3$ b) $R=0$

6. No és divisible per $x-3$. Sí és divisible per $x+3$.

7. $b=-257$

8.

a) $(x-1)(x+2)(x-2)(x-3)$

b) $2(x-2)(x-3)(x+4)$

c) $x^3(x^2 + 57)$

d) $x(x+2)(x-1)^2$

9.

a) $\frac{x-5}{x}$

b) $-x-2$

c) $\frac{2(x-5)}{x(x+1)}$

d) $\frac{x^2+1}{x^2+x+1}$

10.

a) $\frac{2(2x+1)}{(x+1)(x-1)}$

b) $-\frac{x}{x+1}$

c) $2(x+2)$

11.

a) $\frac{3a}{2(x-a)}$

b) $(x+1)^2$

c) $-\frac{1}{x+1}$

12.

a) $\frac{x-1}{3(x-2)}$

b) $\frac{x+3}{x-4}$

c) $2x^2 - 1$

13. a) $F(0)=0$; $F(-1)$ no existeix

b) $F(x) = \frac{x}{1-x}$; $F(0)=0$; $F(-1) = -\frac{1}{2}$