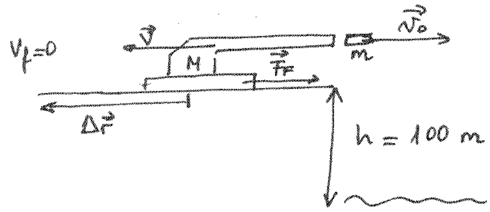
P1. setembre - 01 (SÈRIE 4)

RETROCÉS del canó

$M = 5000\ kg$; $m = 40\ kg$; $v_0 = 200\ \frac{m}{s}$



a) RETROCÉS d'una arma de foc
$\sum \vec{F}_{ext} = 0$ ("explosió" interna) $\Rightarrow$
$\Delta\vec{p} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = ct$ es conserva la quantitat de moviment del sistema.

$\underset{\text{abans explosió}}{\vec{p_0}} = \underset{\text{després}}{\vec{p_f}}$; $\vec{0} = M\vec{V} + m.\vec{v_0}$; $\vec{v_0} = 200\hat{\imath}\ (m/s)$

$$\boxed{\vec{V}_{\substack{\text{RETROCÉS}\\ \text{canó}}} = -\frac{m\vec{v_0}}{M} = -\frac{40.(200\hat{\imath})}{5000} = -1{,}6\hat{\imath}\ (m/s)}$$

b) Ja després de l'explosió el canó retrocedeix fins que les forces de fricció l'aturen. (F_F cap a la dreta en contra de la velocitat "V" de retrocés)

$W_{nc} = \Delta Em$; $W_{F_F} = \vec{F_F}.\Delta\vec{r} = |\vec{F_F}|.|\Delta\vec{r}|.\cos 180° = \Delta Em$

$\underset{\text{sobre el canó}}{|\vec{F_F}|} = \mu.N = \mu M.g$; $N = P$ (pla horitzontal)

$W_{F_F} = -\mu M.g.|\Delta\vec{r}| = \underset{\text{canó}}{\Delta Ec} + \cancel{\underset{\text{canó}}{\Delta Ep}}$ (plataforma horitzontal)

$-\mu.M g.|\Delta\vec{r}| = \underset{\substack{0\ \text{canó}\\ \text{(quan s'atura)}}}{\cancel{Ecf}} - \underset{\substack{\text{canó}\\ \text{immediatament després}\\ \text{del xoc}}}{Ec_0}$

$-\mu\cancel{M}.g.|\Delta\vec{r}| = -\frac{1}{2}\cancel{M}.V^2$; $|\Delta\vec{r}| = \frac{+\frac{1}{2}\cdot V^2}{+\mu\cdot g}$

$$\boxed{\underset{\text{mòdul desplaçament}}{|\Delta\vec{r}|} = \frac{V^2}{2\mu\cdot g} = \frac{(-1{,}6)^2}{2.\ 0{,}2.\ 9{,}8} = 0{,}65\ m}$$

positiu pq és un mòdul, però va enrere! COMPTE!!!

$\Delta\vec{r} = -0{,}65\ \hat{\imath}\ (m)$

(o també pel "teorema de les forces vives" o de l'Ec:

$W_{total} = W_{F_F} = \Delta Ec$ → solució PAU

($W_P = W_N = 0$ → pes i la normal són perpendiculars al desplaçament !!))

(o també per dinàmica i cinemàtica: $a = \frac{F_F}{M} = \frac{\mu.M.g}{M} = \mu g > 0$

$a = \mu g = 0{,}2 \times 9{,}8 = 1{,}96\ m/s^2 > 0$

$\boxed{\Delta s = \frac{V_f^2 - V_0^2}{2.a}} = \frac{0 - (-1{,}6)^2}{2.\ 1{,}96} = -0{,}65\ m$ (enrere!!)

16

P1. c) $\Delta E_m = 0 \Rightarrow E_m = ct$; E_{m_0} projectil després de ser disparat $= E_{mf}$ quan arriba a l'aigua!
(no hi ha fricció amb l'aire)

$$E_{m_0} = E_{mf}$$

$$E_{p_0} + E_{c_0} = E_{pf} + E_{cf}$$

$$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m v_0^2 = \underset{\text{(aigua)}}{0} + \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 \Rightarrow E_{cf} = mgh + \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\boxed{E_{cf} = 40 \cdot (9{,}8 \cdot 100 + \frac{1}{2} \cdot 200^2) = 839200\ J}$$

$$\boxed{E_{cf} \simeq 8{,}39 \times 10^5\ J}$$

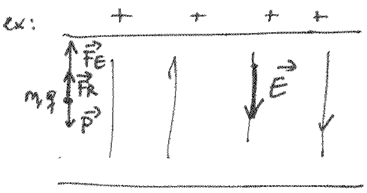
P2. juny - 02 SÈRIE 3

$m = 3 \cdot 10^{-2}$ kg ; $q = -10\,\mu C = -10 \cdot 10^{-6} C = -10^{-5} C$

$v_0 = 0$ m/s ; $E = 6 \cdot 10^4$ N/C ; $\vec{E} = -6 \cdot 10^4 \vec{j}$ (N/C = V/m)

a) $\vec{F_R}$?

ex:



$\vec{F_E} = q \cdot \vec{E} = -10^{-5} \cdot (-6 \cdot 10^4 \vec{j}) = +0{,}6 \vec{j}$ (N)

$\vec{P} = m \cdot \vec{g} = 3 \cdot 10^{-2} \cdot (-9{,}8 \vec{j}) = -0{,}294 \vec{j}$ (N)

$\boxed{\vec{F_R} = \vec{F_E} + \vec{P}} = 0{,}6\vec{j} - 0{,}294\vec{j} \simeq \boxed{0{,}31 \vec{j}\ (N)}$

Sumo vectors (però restaria mòduls) — vertical, amunt

[si ho fes en mòduls: $F_R = F_E - P$] $|\vec{F_R}| = 0{,}31$ N (mòdul)

Dibuixos imprescindibles!!!

b)

$\Delta s? = \Delta y$? vertical - amunt

m, $\vec{F_R}$, $v_0 = 0$ m/s, $\boxed{\Delta t = 2 s}$

b1) Dinàmica i cinemàtica

MRUA $F_R = ct \Rightarrow a = ct$

$$\boxed{a = \frac{F_R}{m} = \frac{0{,}31}{3 \cdot 10^{-2}} = 10{,}33 m/s^2}$$

$$\boxed{\Delta y = \underset{0}{v_0} \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10{,}33 \cdot 2^2 = 20{,}7\ m}$$

b2) per energies.

ΔE_c? $W_{total} = W_{F_R} = \boxed{\Delta E_c}$ (teorema de les forces vives)

$$\boxed{\Delta E_c = W_{F_R} \overset{(*)}{=} \vec{F_R} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F_R}| \cdot \Delta y \cdot \cos 0° = 0{,}31 \cdot 20{,}7 = 6{,}41\ J}$$

b2') per cinemàtica i energies → $\Delta E_c = E_{cf} - \underset{(v_0 = 0)}{E_{c0}} = \frac{1}{2} m v^2$

$$v = \underset{0}{v_0} + a \cdot t = 10{,}33 \cdot 2 = 20{,}7 m/s$$

$$\boxed{\Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot (20{,}7)^2 \simeq 6{,}41\ J}$$

(*) Pot aplicar-se pq no cal integrat donat que $\vec{F_R} = \vec{ct}$ (camp uniforme $\vec{E} = \vec{ct}$, $\vec{P} = \vec{ct}$) ← estic a les "proximitats" terrestres

c) $c_1)$

$$\boxed{\Delta E_{p\,grav} = m \cdot g \cdot h = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}50 \simeq 0{,}15\ J}$$

$\uparrow E_{pg}$ perquè $\uparrow h$

m $\uparrow \vec{F_R}$ $\Delta y = h = 0{,}50\,m$

($h \ll R_T \Rightarrow$ podem aplicar $\Delta E_{pg} = m \cdot g\, h$!!! ...)

$c_2)$ $\boxed{\Delta E_{p\,elèctrica} = q \cdot \Delta V}$

+ + + +

m, q<0 $\uparrow \Delta y$ $\downarrow \vec{E}$

− − − −

$\uparrow$ a l'anar amunt augmenta el potencial $(\Delta V > 0)$ $(\Delta y > 0)$ de forma proporcional a la distància pq vaig "en contra" de $\vec{E}$ i $\vec{E}$ va cap a potencials decreixents...

$$E = -\operatorname{grad} V = \frac{-\Delta V}{\Delta y}$$

$E < 0$; avall

($\Delta y > 0$ em moc amunt)

$$\boxed{\Delta V = -E \cdot \Delta y = -(-6 \cdot 10^4) \cdot 0{,}50 = +3 \cdot 10^4\ V}$$

COMPTE amb el criteri de signes!!!

$$\boxed{\Delta E_{pe} = q \cdot \Delta V = -10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^4 = -0{,}3\ J}$$

$\downarrow E_p$ electrostàtica pq la $q < 0$ es mou "espontàniament" "en contra" del $\vec{E}$, va cap a potencials creixents.

$c_2')$ $W_{camp\ elèctric} = -\Delta E_{p\ electrostàtica} = \vec{F_E} \cdot \Delta \vec{r}$ (veritable pq $\vec{E} = ct$ si no no es podria fer així!)

$\Delta\vec{r} \uparrow \uparrow \vec{F_E}$ (*)

$$\boxed{\Delta E_{pe} = -W_{camp} = -|\vec{F_E}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cos 0° = -0{,}6 \cdot 0{,}50 = -0{,}3\ J}$$

$|\vec{F_E}| = 0{,}6\,N$ (ap (a)); $|\Delta\vec{r}| = \Delta y = 0{,}50\,m$; $\cos 0°$ (*)

i aleshores, $\boxed{\Delta V = \frac{\Delta E_{pe}}{q} = \frac{-0{,}3\ J}{-10^{-5}\ C} = +3 \times 10^4\ V}$

(NOTA: HORROR!! $V = \frac{Kq}{r}$ o $E_p = \frac{Kqq'}{r}$ No poden aplicar-se en camps uniformes o condensadors)

$c_2'')$ o bé $\Rightarrow$ Camps conservatius $\Rightarrow \Delta E_m = 0$

$$\Delta E_m = \Delta E_c' + \Delta E_{p\,grav} + \Delta E_{p\,elec} = 0$$

$\Delta E_c'$: a recalcular en $\Delta y = 0{,}50\,m$ (per cinemàtica) o teorema forces vives

$$\left(\begin{aligned} a &= \frac{F_R}{m} = 10{,}3\ m/s^2 \\ v &= \sqrt{2a \cdot \Delta y} = 3{,}21\ m/s \\ \Delta E_c' &= \frac{1}{2} m v^2 = 0{,}15\ J \end{aligned}\right)$$

$$W_{F_R\,total} = \Delta E_c = F_R \cdot \Delta y \cdot \cos 0° =$$

$$\Delta E_c = 0{,}31 \cdot 0{,}50 \cdot 1 = \boxed{0{,}15\ J}$$

d'on: $\boxed{\Delta E_{pelec} = -\Delta E_c' - \Delta E_{p\,grav} = -0{,}15 - 0{,}15 = -0{,}30\ J}$

SETEMBRE - 99 SÈRIE 5.

Q1). $r = 2\,m$ $\quad \phi = t^3 + 5t - 4$; ω? a_t? a_{total}? $\quad t = 1s$

$\omega = \dfrac{d\phi}{dt} = 3t^2 + 5$; $\boxed{\omega(1) = 3 \cdot 1^2 + 5 = 8\ rad/s}$ velocitat angular

$\alpha = \dfrac{d\omega}{dt} = 6t$; $\alpha(1) = 6\ rad/s^2$ → acceleració angular

$\boxed{a_{t\,(t=1s)} = \alpha \cdot r = 6\,\frac{rad}{s^2} \cdot 2\,m = 12\ m/s^2}$ acceleració tangencial

$\boxed{a_{total\,(t=1s)} = a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{128^2 + 12^2} = 128{,}56\ m/s^2}$ acceleració total

$a_n(1) = \omega^2 \cdot r = 8^2 \cdot 2 = 128\ m/s^2$ → acceleració normal

(Es tracta d'un moviment circular accelerat però no de forma uniforme $\phi \propto t^3$) → cal DERIVAR per força!!!

juny - 03 SÈRIE 5

Q2). $y = 0{,}04 \sin\left(\pi t - \dfrac{\pi x}{2}\right) = A \cdot \sin(\omega t - Kx)$

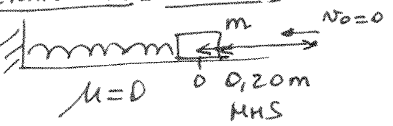
amplitud $\boxed{A = 0{,}04\ m}$

Nombre d'ones $\quad K = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{\pi}{2}\ m^{-1} \Rightarrow \boxed{\lambda = \dfrac{2\cancel{\pi} \cdot 2}{\cancel{\pi}} = 4\,m}$

pulsació o freqüència angular $\quad \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = \pi\ s^{-1} \Rightarrow \boxed{f = \dfrac{\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}} = 0{,}5\ s^{-1}}$ (rad/s) Hz

$\boxed{v = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{\omega}{K} = \dfrac{\pi}{\frac{\pi}{2}} = 2\ m/s}$

Q3). setembre 02 - SÈRIE 1



$\boxed{\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = \sqrt{\dfrac{\pi^2}{5}} = 1{,}40\ Hz}$

$K = \pi^2\ N/m$; $m = 5\,kg$ $\quad \boxed{f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{T} = 0{,}22\ Hz}$ freqüència

MHS: $x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$; $A = 0{,}20\,m$

$t = 0s \Rightarrow x = +A \Rightarrow \sin\varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$ rad per ex.

$\boxed{x(t) = 0{,}20 \cdot \sin\left(1{,}40t + \frac{\pi}{2}\right)}$

$v(t) = \dfrac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) = 0{,}20 \cdot 1{,}40 \cdot \cos\left(1{,}40t + \frac{\pi}{2}\right)$

$\boxed{v(t) = 0{,}28 \cos\left(1{,}40t + \frac{\pi}{2}\right)}$

Q4 juny-01. SÈRIE 5

a) $E_{fotó} = \underbrace{W_0}_{\text{treball d'extracció}} + Ec_{màx}$

Dades:
$W_0 = 6{,}72 \times 10^{-19}\,J$
$h,\ c$

$$h \cdot f = W_0 + Ec_{màx}$$

$$Ec_{màx} = h \cdot f - W_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_0$$

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f}$$

$$\boxed{Ec_{màx} = 6{,}62 \times 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{2 \cdot 10^{-7}} - 6{,}72 \times 10^{-19} = 3{,}21 \times 10^{-19}\,J}$$

setembre-00 SÈRIE 2 · Preguntes objectives · setembre 03 - SÈRIE 3

b) fotó MEDI 1 → MEDI 2

· $f = ct$ (només depèn del focus o font emissora) i aquesta no canvia

· $E = ct = h \cdot f$ (la freqüència no canvia). i per tant, l'energia tampoc!
↓
Planck

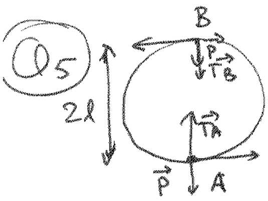
· La velocitat i forçosament la longitud d'ona canvien donat que es compleixen les lleis de la refracció i la freqüència no ho fa.

$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} = ct$$

(v i λ canvien a la vegada i són directament proporcionals)

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1 \cdot \cancel{f}}{\lambda_2 \cdot \cancel{f}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Q5



Preguntes objectives d'exemple

c) CORRECTA. La tensió en el punt A excedeix en "6 mg" la tensió en el punt B.

$$T_A - P = F_{CA} = m \cdot \frac{v_A^2}{l}$$

$$T_B + P = F_{CB} = m \frac{v_B^2}{l}$$

Dinàmica de ROTACIÓ (I)

Per energies: $E_{mA} = E_{mB}$; $\frac{1}{2} \cancel{m} v_A^2 = \underbrace{\cancel{m} \cdot g \cdot 2l}_{Ep_B} + \underbrace{\frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2}_{Ec_B}$

$$\boxed{v_A^2 = 4gl + v_B^2} \quad \text{(II)}$$

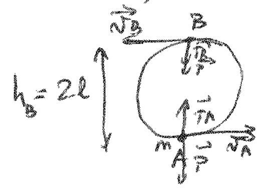
Per (I) si restem: $T_A - T_B = m\left(\frac{v_A^2}{l} - \frac{v_B^2}{l}\right) + 2mg$

per (II) $T_A - T_B = m\left(\frac{4gl + v_B^2}{l} - \frac{v_B^2}{l}\right) + 2mg = \boxed{6mg}$

$$T_A - T_B = m \cdot \left(\frac{4g\cancel{l}}{\cancel{l}} + \cancel{\frac{v_B^2}{l}} - \cancel{\frac{v_B^2}{l}}\right) + 2mg$$

05 continuació i aclariments:

a) FALSA Pla vertical $v_A \neq v_B$ pot demostrar-se per energies:



Sistema conservatiu: la tensió (vector variable en mòdul i direcció) no fa treball

pla vertical i no és — no pot ser!!! — un MCU)

$$W_{\substack{\text{Tensió}\\ A\to B}} = \int_A^B \vec{T}\cdot d\vec{r} = 0 \quad (\text{caldria integrar } \vec{T} \neq \vec{ct})$$

$$\vec{T} \perp d\vec{r} \quad (\cos 90^\circ = 0)$$

desplaçament infinitesimal

· només queda el pes $\vec{P}$ (vector constant) i, a més, és una força conservativa ⇒

Es conserva l'energia mecànica en tot el recorregut: $E_{mA} = E_{mB}$

$$E_{cA} + \cancel{E_{pA}} = E_{cB} + E_{pB}$$

($h_A = 0$ considero)

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 + mg\cdot 2l$$

$$\Rightarrow v_A \neq v_B$$

D'altra banda, al ser el pes una força constant conservativa es compleixen les següents igualtats:

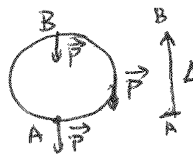
d) FALSA

(I) $W_{\substack{pes\\ A\to B}} = -\Delta E_{p\,grav} = -(E_{pB} - E_{pA}) = -(mg2l - 0)$

per ser el pes força conservativa

$$\Rightarrow \boxed{W_{\substack{pes\\ A\to B}} = -2mgl}$$

(II) o bé $\boxed{W_{\substack{pes\\ A\to B}} = \vec{P}\cdot\Delta\vec{r} = -mg\hat{j}\cdot 2l\hat{j} = -mg2l = -2mgl}$ $(\hat{j}\cdot\hat{j} = 1)$



$\vec{P} = \vec{ct}$ en les proximitats terrestres $h \ll R_T$ (en satèl·lits hauria d'aplicar (I) i no podria aplicar (II))

(o també fora possible aplicar el teorema de les "forces vives" $W_{\substack{total\\ A\to B}} = W_{\substack{pes\\ A\to B}} = \Delta E_c$

la tensió no fa treball

per demostrar $v_A \neq v_B$ una vegada hagués calculat W_{pes} com abans. → $-2mgl = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$

$(\Rightarrow v_A \neq v_B)$)

b) $T_A \neq mg$ (si no no podria girar)

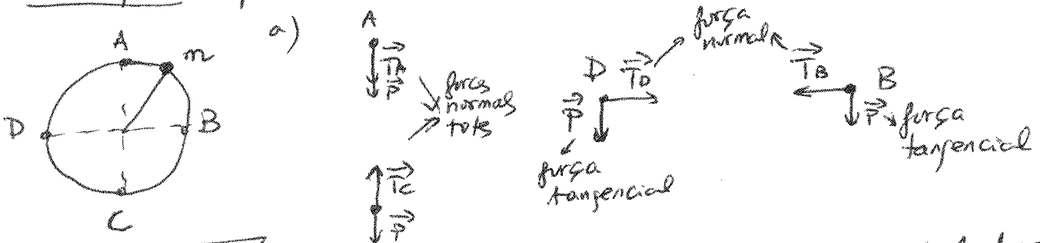
$$T_A - P = F_{cA} = m \cdot a_{n_A} = m \cdot \frac{v_A^2}{l} \qquad v_A \neq 0 \Rightarrow T_A \neq P$$

A més és un "error greu" considerar iguals les velocitats i les tensions en el punt A i B.
Encara que no ho tinguessiu clar "a priori" heu de suposar que són diferents...

$$T_B + P = m\frac{v_B^2}{l} = F_{cB}.$$

Més observacions: com que $v_A \neq v_B \Rightarrow a_{n_A} \neq a_{n_B} \Rightarrow T_A \neq T_B$

- Altre
Exemple problema 158 PAU



ple vertical

v_A te la donen!!

b) $T_A + P = m\frac{v_A^2}{l}$; $T_A = m\left(\frac{v_A^2}{l} - g\right)$

T_A?

c) v_C cal calcular-la per energies:

v_C? $E_{mA} = E_{mB}$ ... etc...

Més observacions: $\boxed{v_D = v_B}$ en mòduls

Podríem calcular-se també per energies

$E_{mD} = E_{mB} = E_{mA} = E_{mC}$ ...

$(h_D = h_B)$

les acceleracions normals i tangencials dependrien del lloc en qüestió: $a_{n_A} = \frac{v_A^2}{l}$; $\underbrace{a_{n_D} = a_{n_B} = \frac{v_B^2}{l} \; ; \; a_{n_C} = \frac{v_C^2}{l}}_{\text{diferents entre sí!}}$

$\underset{\text{tangencial}}{a_{t_C} = a_{t_A} = 0}$ $(F_{tA} = F_{tC} = 0)$

en canvi: $a_{t_B} = -g$ $(F_{tB} = -P$ (frena)$)$

$a_{t_D} = +g$ $(F_{tD} = +P$ (accelera)$)$