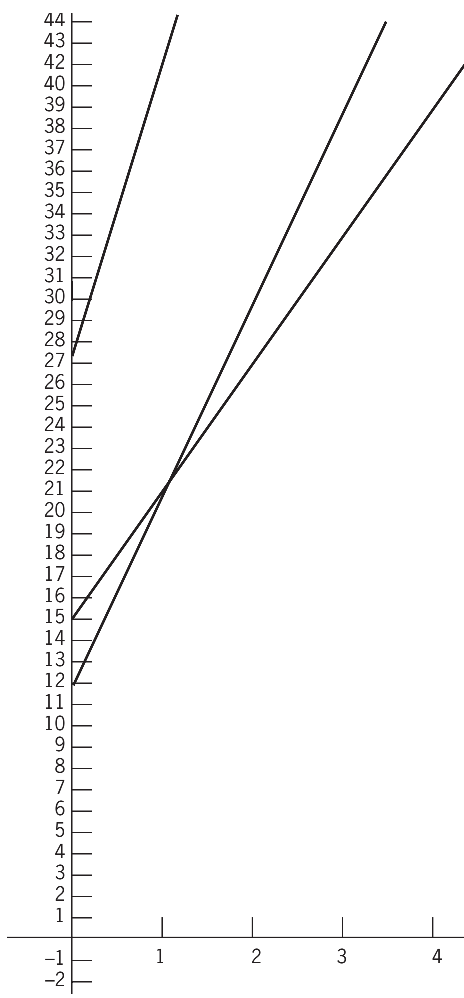
1. a) $f(x) = 9x + 12$

b) $g(x) = 6x + 15$

c)

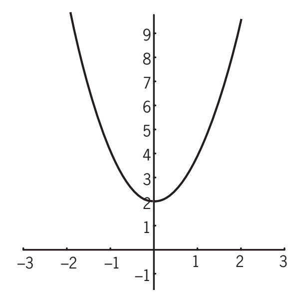
hores	0	1	2	3	4	5
cost del paleta	12	21	30	39	48	57
cost del fuster	15	21	27	33	39	45
cost total	27	42	57	72	87	102

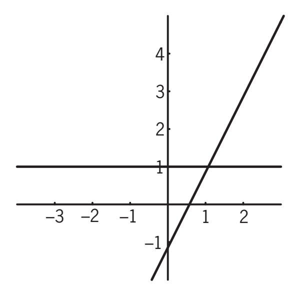
d)

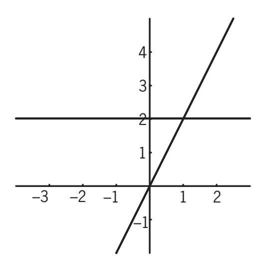


e) $y = 15x + 27$

2.







3. a) $(f+g)(x) = 2x$; $(f-g)(x) = 4x-4$

b) $(f+g)(x)= 2x^2+4$; $(f-g)(x) = -2$

c) $(f+g)(x) = x^2$; $(f-g)(x) = x^2-4x+2$

d) $(f+g)(x) = 4x+1$; $(f-g)(x) = 11$

e) $(f+g)(x) = x^2+10$; $(f-g)(x) = -x^2$

f) $(f+g)(x) = x$; $(f-g)(x) = -2x^2+x$

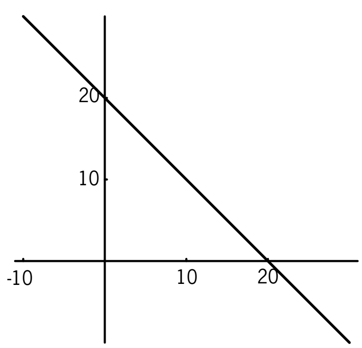
4. a) $y = -x+20$

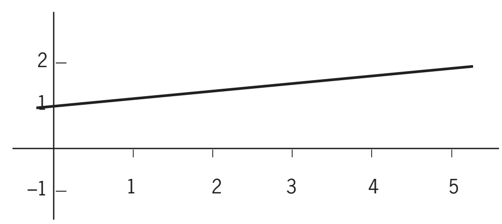
b) $y = 0{,}1x+1$

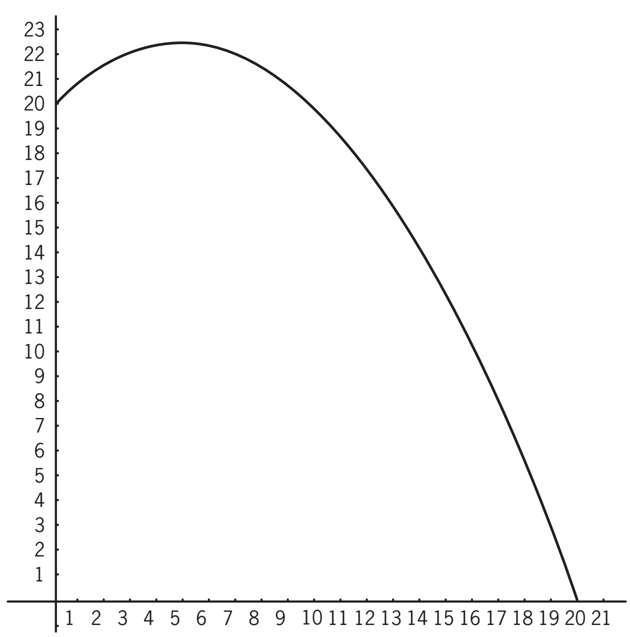
c)

dies	0	1	2	3	4	5
kg de plàtans en bon estat	20	19	18	17	16	15
preu del kg	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
diners ingressats per la venda total	20	2,09	21,6	22,1	22,4	22,5

d)







e) $y = -0{,}1x^2 + x + 20$

5. a) $(f \cdot g)(x) = x^2 - x - 2$ ($\mathbb{R}$); $(f/g)(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$ ($\mathbb{R} - \{2\}$)

b) $(f \cdot g)(x) = 3x^2 + 3$ ($\mathbb{R}$) ; $(f/g)(x) = \dfrac{x^2+1}{3}$ ($\mathbb{R}$)

c) $(f \cdot g)(x) = 2x^2 + 8x - 10$ ($\mathbb{R}$) ; $(f/g)(x) = \dfrac{x-1}{2x+10}$ ($\mathbb{R} - \{-5\}$)

d) $(f \cdot g)(x) = 5x^2 + 25$ ($\mathbb{R}$) ; $(f/g)(x) = \dfrac{5}{x^2+5}$ ($\mathbb{R}$)

6. Resolt al llibre.

7. a) 1) $(g \circ f)(x) = -2x + 6$ $\quad (f \circ g)(x) = -2x + 3$

2) $(g \circ f)(x) = x^2 + 4$ $\quad (f \circ g)(x) = x^2 + 4x + 6$

3) $(g \circ f)(x) = 1/x^2 - 1$ $\quad (f \circ g)(x) = 1/(x^2 -1)$

4) $(g \circ f)(x) = x^4$ $\quad (f \circ g)(x) = \mathrm{x}^4$

b) En general no es compleix.

8. a) $S = 2h^2$

b) $C = 20S + 15$

c)

longitud de la base en m	superfície de les tanques en m^2	cost de les tanques en e
2	8	175
4	32	655
6	72	1.455
8	128	2.575
10	200	4.015

d) $C = 40h^2 + 15$

9. a) $(f \circ g)\ (x) = 15x$ $\quad (g \circ f)\ (x) = 15x - 14$

b) $(f \circ g) = \dfrac{1}{x^2+1}$ $\quad (g \circ f) = \dfrac{1}{x^2} + 1$

c) $(f \circ g) = \ln^2 x + 2$ $\quad (g \circ f)\ (x) = \ln\ (x^2 + 2)$

d) $(f \circ g) = \sin^2 x$ $\quad (g \circ f)\ (x) = \sin x^2$

e) $(f \circ g) = \tan\ (3x - 1)$ $\quad (g \circ f) = 3 \tan x - 1$

f) No.

10. Considerem $h(x) = (g \circ f)(x)$

a) $f(x) = (m \circ n)(x)$; on $n(x) = 4x - 5$ i $m(x) = \sqrt{x}$

b) $g(x) = (m \circ n)(x)$; on $n(x) = 5x$ i $m(x) = \ln x$

c) $h(x) = (m \circ n)(x)$; on $n(x) = 2x - 1$ i $m(x) = \ln x$

d) $i(x) = (m \circ n)(x)$; on $n(x) = x^3$ i $m(x) = \cos x$

11. Contínues: 14-16. Discontínues: 1-13

funció	punts de discontinuïtat
1a	$x = 0$
2a	$x = 0$
3a	$x = 0$
4a	$x = 1$
5a	$x = -\pi$, $x = 0$, $x = \pi$, $x = 3\pi/2$
6a	$x = -\pi/2$, $x = \pi/2$, $x = 3\pi/2$
7a	$x = 2$
8a	$x = 0$
9a	$x = 0$
10a	$x = 0$
11a	$x = 0$
12a	$x = -4$
13a	$x = a$

Classes de discontinuïtat:

1–4: falta un punt i, en les proximitats d'aquest punt, la funció es fa, en valor absolut, tan gran com es vulgui.
5–7: es produeix un salt.
8–11: falta un punt, o bé està desplaçat.

12. Quan x s'aproxima a 0 per la dreta, les imatges $f(x)$ es fan tan grans com es vulgui.

13. a) $f(0)$ no existeix perquè –1 dividit per zero no existeix.

b) $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ i $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$

14. a) $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$

b) $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$

c) $f(0)$ no existeix perquè 1 dividit per zero no existeix.

15. a) $\lim_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$

b) $\lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$

c) $f(1)$ no existeix perquè –1 dividit per zero no existeix.

16. a) $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -\infty$ $\qquad \lim\limits_{x \to 3} f(x) = -\infty$

b) $\lim\limits_{x \to 0^-} \text{cosec } x = -\infty$ $\qquad \lim\limits_{x \to 0^+} \text{cosec } x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to \pi^+} \text{cosec } x = -\infty$ $\qquad \lim\limits_{x \to \pi^-} \text{cosec } x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 2\pi^+} \text{cosec } x = +\infty$ $\qquad \lim\limits_{x \to 2\pi^-} \text{cosec } x = -\infty$

c) $\lim\limits_{x \to 1} g(x) = -\infty$

d) $\lim\limits_{x \to 0^+} h(x) = +\infty$ $\qquad \lim\limits_{x \to 0^-} h(x) = -\infty$

e) $\lim\limits_{x \to -1^+} i(x) = -\infty$ $\qquad \lim\limits_{x \to -1^-} i(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -1^+} i(x) = -\infty$ $\qquad \lim\limits_{x \to -1^-} i(x) = +\infty$

f) $\lim\limits_{x \to 0} j(x) = +\infty$

17. a) Sí. Per la funció $f(x) = \dfrac{3}{x-2}$, $f(2)$ no existeix perquè 3 dividit per zero no existeix.

I quan x s'aproxima a 2 els valors es fan tan grans com es vulgui.

x	1,9	1,99	1,999	…	$\rightarrow 2^-$
$f(x)$	–30	–300	–3000	…	$\rightarrow -\infty$

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$

x	2,1	2,01	2,001	…	$\rightarrow 2^+$
$f(x)$	30	300	3000	…	$\rightarrow +\infty$

$\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$

b) Per la funció $f(x) = \dfrac{5}{x^2-4}$, $f(2)$ no existeix perquè 5 dividit per zero no existeix.

I quan x s'aproxima a 2 els valors es fan, en valor absolut, tan grans com es vulgui.

x	1,9	1,99	1,999	…	$\rightarrow 2^-$
$f(x)$	–12,82	–125,31	–1.250,32	…	$\rightarrow -\infty$

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$

x	2,1	2,01	2,001	…	$\rightarrow 2^+$
$f(x)$	12,19	124,69	1.249,69	…	$\rightarrow +\infty$

$\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$

18. a) $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 0$

x	–1	–0,1	–0,01	–0,001	–0,0001	–0,00001	…	$\to 0^-$
$f(x)$	1	0,01	0,0001	0,000001	0,00000001	0,0000000001	…	$\to 0$

b) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 2$

x	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	…	$\to 0^+$
$f(x)$	3	2,01	2,0001	2,000001	2,00000001	2,0000000001	…	$\to 2$

c) Els límits laterals no coincideixen. En $x = 0$ la funció presenta un salt.

d) $f(0) = 2$

19. a) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 1$ i $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 3$

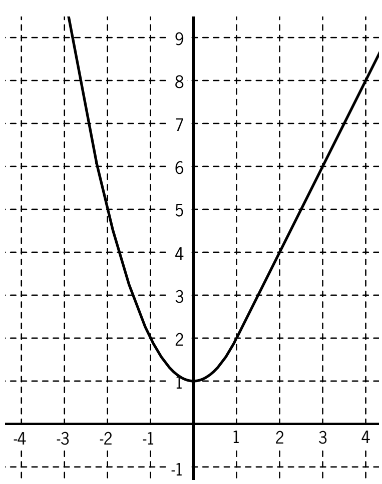
b) $f(1) = 1$

20. a) $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = 2$ i $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = 4$

b) $f(3) = 2$

21. a) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 2$ i $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 2$

b) $f(1) = 2$. Sí, perquè $f(1)$ coincideix amb els dos límits laterals.



$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = f(1)$

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = f(1)$

22. a) $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = 9$

x	2,9	2,99	2,999	2,9999	2,99999	…	$\to 3^-$
$f(x)$	8,4	8,94	8,994	8,9994	8,99994	…	$\to 9$

b) $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = 9$

x	3,1	3,01	3,001	3,0001	3,00001	…	$\to 3^+$
$f(x)$	9,6	9,06	9,006	9,0006	9,00006	…	$\to 9$

c) Els dos límits laterals coincideixen. $f(3) = 5$.

d) Si els límits laterals són iguals i no coincideixen amb la imatge, llavors la funció és discontínua perquè la imatge de 3 està desplaçada.

23. a) $\lim\limits_{x \to 3^-} g(x) = 9$

x	2,9	2,99	2,999	2,9999	2,99999	…	$\to 3^-$
$g(x)$	8,4	8,94	8,994	8,9994	8,99994	…	$\to 9$

b) $\lim\limits_{x \to 3^+} g(x) = 9$

x	3,1	3,01	3,001	3,0001	3,00001	…	$\to 3^+$
$g(x)$	9,6	9,06	9,006	9,0006	9,00006	…	$\to 9$

c) Els dos límits laterals coincideixen. $f(3)$ no existeix.

d) Si els límits laterals són iguals i no existeix la imatge de 3, llavors la funció és discontínua perquè hi falta un punt.

24. a)

x	0,9	0,99	0,999	0,9999	0,99999	…	$\to 1^-$
$f(x)$	3	3	3	3	3	…	$\to 3$

x	1,1	1,01	1,001	1,0001	1,00001	…	$\to 1^+$
$f(x)$	3	3	3	3	3	…	$\to 3$

b) $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 3$

c) $f(1)$ no existeix. No és contínua perquè hi falta un punt.

25. a) $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 2$ i $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$.

b) $f(0) = 0$. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = f(0)$.

c) Sí, perquè $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$.

26. a) $\lim_{x \to 7^-} f(x) = 10$ i $\lim_{x \to 7^+} f(x) = 15$.

b) $\lim_{x \to 7} f(x)$. No existeix perquè els límits laterals són diferents.

c) No, com que els límits laterals són diferents, la funció presenta un salt en $x = 13$.

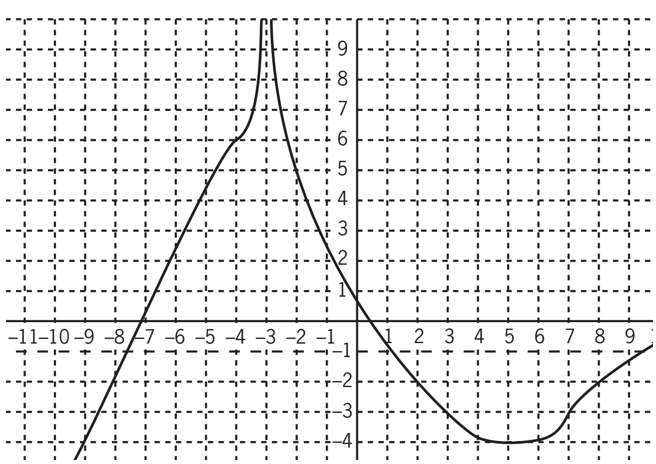
27.

No, per exemple la funció $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \neq 3 \\ 5 & \text{si } x = 3 \end{cases}$ no compleix aquesta afirmació.

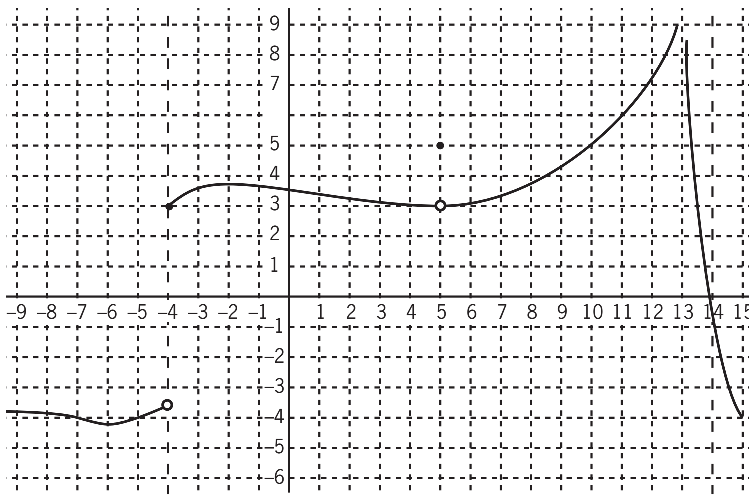
28.

funció	discontinuïtat
$f(x)$	en $x = a$ té una discontinuïtat evitable
$g(x)$	en $x = a$ té una discontinuïtat evitable
$h(x)$	en $x = a$ té una discontinuïtat asimptòtica
$i(x)$	en $x = a$ té una discontinuïtat evitable i en $x = b$, asimptòtica
$j(x)$	en $x = a$ i $x = b$ té una discontinuïtat asimptòtica
$k(x)$	en $x = a$ i $x = b$ té una discontinuïtat asimptòtica
$m(x)$	en $x = a$ té una discontinuïtat evitable
$n(x)$	en $x = a$ té una discontinuïtat evitable
$p(x)$	en $x = a$ té una discontinuïtat de salt
$q(x)$	en $x = a$ té una discontinuïtat asimptòtica
$r(x)$	en $x = a$ té una discontinuïtat asimptòtica i en $x = b$, una discontinuïtat de salt
$s(x)$	en $x = a$ té una discontinuïtat asimptòtica

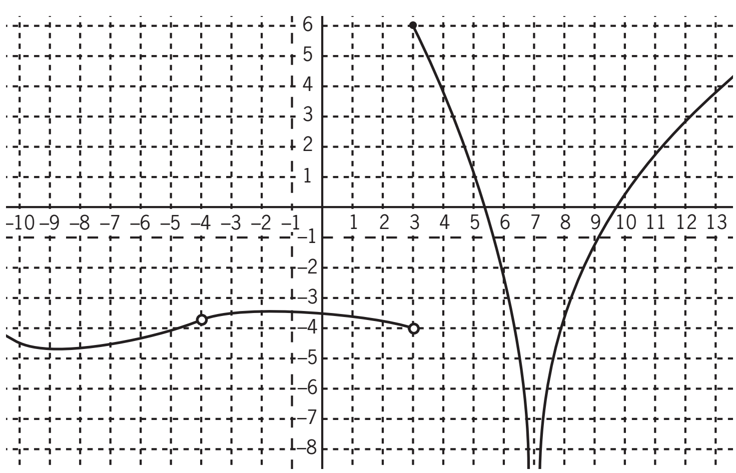
29. a) Una possible solució és:



b) Una possible solució és:



c) Una possible solució és:



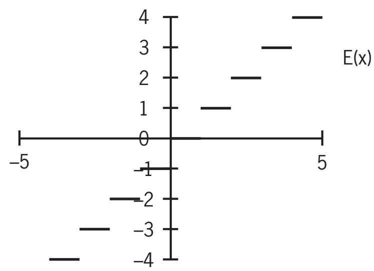
30. a) No, perquè es produeix un salt. No.

b) $\lim_{x \to a^-} f(x) = 2$ i $\lim_{x \to a^+} f(x) = 3.$

31. No, el límit ha de coincidir amb la imatge.

32. Sí, perquè $\lim_{x \to 1} f(x) = f(1).$

33. a)



b) No, perquè els límits laterals són diferents.

34. No, perquè no existeix $f(5)$. En $x = 5$ hi ha una discontinuïtat asimptòtica.

35. En $x = –2$ hi ha una discontinuïtat evitable.

36. Sí, perquè $\lim_{x \to 5} f(x) = f(5)$.

37. a) Sí, perquè les funcions sinus i cosinus tenen una gràfica que es pot dibuixar sense aixecar el llapis del paper, de la mateixa manera que les paràboles.

b) $\lim_{x \to \pi} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to 3} g(x) = 16 \qquad \lim_{x \to 2\pi} g(x) = 1$

38. a) $(f + g)(x) = x^2 + 2x - 1$ i $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2}{2x - 1}$

b) $f(x)$ és contínua perquè és una paràbola i $g(x)$ ho és perquè és una recta.

$\lim_{x \to 2} f(x) = 4$ i $\lim_{x \to 2} g(x) = 3$

c) Aproximació per l'esquerra:

x	1,9	1,99	1,999	…	$\to 2^-$
$(f + g)(x)$	6,41	6,9501	6,994	…	$\to 7^-$
$\left(\frac{f}{g}\right)(x)$	1,289	1,328	1,3328	…	$\to 1{,}333\ldots = 4/3^-$

Aproximació per la dreta:

x	2,1	2,01	2,001	…	$\to 2^+$
$(f + g)(x)$	7,61	7,0601	7,00601	…	$\to 7^+$
$\left(\frac{f}{g}\right)(x)$	1,378	1,337	1,3337	…	$\to 1{,}333\ldots = 4/3^+$

d) $\lim_{x \to 2} (f + g)(x) = \lim_{x \to 2} f(x) + \lim_{x \to 2} g(x)$

$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\lim_{x \to 2} f(x)}{\lim_{x \to 2} g(x)}$$

39. a) $\lim\limits_{x \to 3} f(x) = 0$ i $\lim\limits_{x \to 3} g(x) = 2$

b) $\lim\limits_{x \to 3} (f \cdot g) = 0$ $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{f-g}{g}(x) = -1$

40. a) $\lim\limits_{x \to 3} (2^x - 5) = 3$

b) $\lim\limits_{x \to \pi} (2^x - \sin x) = 2^\pi$

41. a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 + 3x - 3}{x^3 + 2} = \dfrac{1}{3}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x + x - 8}{x^2 - 12} = \dfrac{7}{12}$

c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x + 3x^2 - 3}{x + 2} = -\dfrac{3}{2}$

42. a) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^2 - 3x}{x - 1} = \dfrac{5}{2}$

b) $\lim\limits_{x \to -5} \dfrac{x + 1}{2x + 1} = \dfrac{4}{9}$

c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{-1}{x^2} = -\infty$

d) $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$ i $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$

43. a) $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x^2 - 2x}{x - 1} = -\infty$ i $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x^2 - 2x}{x - 1} = +\infty$

b) $\lim\limits_{x \to 6^-} \dfrac{3x - 1}{x - 6} = -\infty$ i $\lim\limits_{x \to 6^+} \dfrac{3x - 1}{x - 6} = +\infty$

c) $\lim\limits_{x \to -5^-} \dfrac{2x + 2}{x + 5} = +\infty$ i $\lim\limits_{x \to -5^+} \dfrac{2x + 2}{x + 5} = -\infty$

44. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = 0$

$\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + x - 6}{x - 2} = 5$

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} = 3$

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6} = \frac{1}{5}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^4 - 2x^2}{x^2 - 2x} = 0$$

45. Sí.

46. En $x = 2$ hi ha una discontinuïtat evitable.

47. En $x = 2$ hi ha una discontinuïtat evitable.

48. a) Aquesta funció presenta una discontinuïtat de tipus evitable en $x = -3$ i una de tipus asimptòtic en $x = 3$.

b) Aquesta funció presenta una discontinuïtat de tipus evitable en $x = 2$ i una de tipus asimptòtic en $x = -3$.

c) Aquesta funció presenta una discontinuïtat de tipus asimptòtic en $x = 0$.

d) Aquesta funció presenta una discontinuïtat de tipus evitable en $x = 1$.

e) Aquesta funció presenta una discontinuïtat de tipus evitable en $x = 2$ i en $x = -3$ i una de tipus asimptòtic en $x = 1$.

49. a) Sí.

b) $g(x) = x - 1$

50. a) $k = 1$

b) Discontinuïtat de tipus evitable.

51. a) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ i $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

b) La funció $f(x)$ té per asímptota horitzontal la recta $y = 0$ i per asímptota vertical la recta $x = 0$.

c) $\lim_{x \to -\infty} g(x) = 2$ i $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 2$

La funció $g(x)$ té per asímptota horitzontal la recta $y = 2$ i per asímptotes verticals les rectes $x = 0$ i $x = 5$.

52. a)

x	1.000	10.000	100.000	1.000.000	…	$\to +\infty$
$f(x) = \frac{3x+2}{x+5}$	2,967	2,998	2,9998	2,99998	…	$\to 3$

b) $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x + 2}{x + 5} = 0$

c) La funció $f(x)$ té per asímptota horitzontal la recta $y = 3$.

53. a) $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 0$

b) $\lim_{x \to -\infty} g(x) = 0$

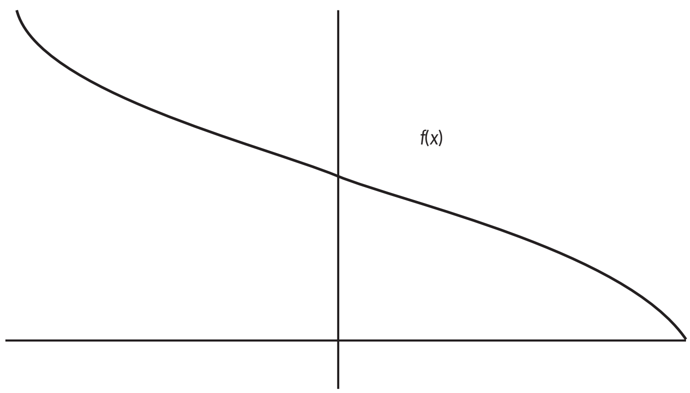
54. $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{3}{x^3} = 0$

$\lim_{x \to -\infty} \dfrac{3x}{x^2 + 1} = 0$

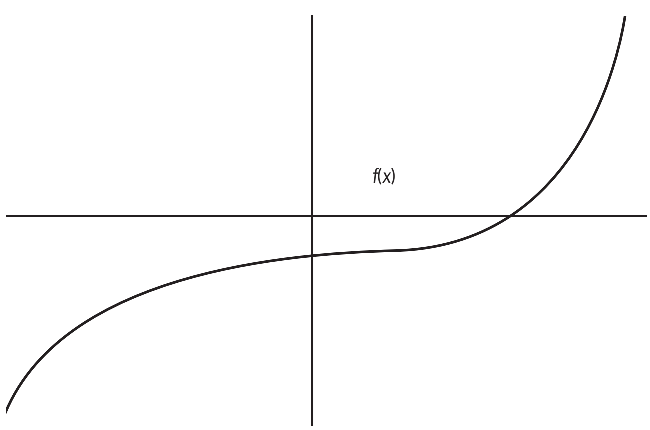
55. a) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

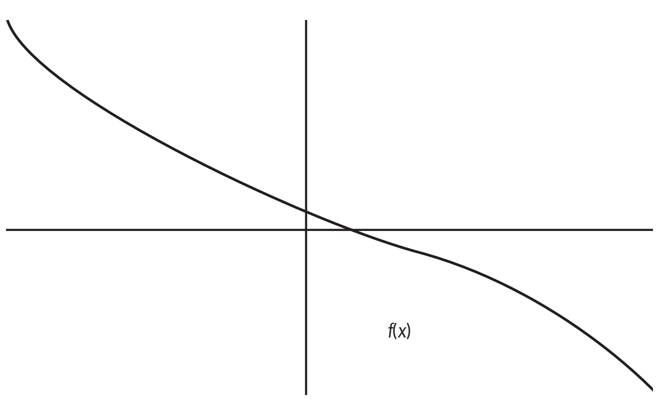
56.



57. a)



b)



58. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ i $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$ i $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} h(x) = 3$ i $\lim_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} i(x) = +\infty$ i $\lim_{x \to +\infty} i(x) = -\infty$

$\lim_{x \to -\infty} j(x) = -\infty$ i $\lim_{x \to +\infty} j(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} k(x) = +\infty$ i $\lim_{x \to +\infty} k(x) = -\infty$

59. $\lim_{x \to +\infty} x^5 - 2x + 10 = +\infty$ i $\lim_{x \to +\infty} -4x^5 - 2x^3 + x - 3 = -\infty$

60. $\lim_{x \to -\infty} x^2 - 2x + 1 = +\infty$ i $\lim_{x \to -\infty} -2x^4 - x + 7 = -\infty$

61. a) $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{-3x^4 + 2}{2x^2 + 5} = -\infty$

b) $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{-3x^4 + 4x + 2}{8x^6 + 5} = 0$

c) $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{x^4 - x + 2}{x^4 + x + 5} = 1$

d) $\dfrac{-\infty}{+\infty}$ és una indeterminació perquè quan surt aquesta expressió no es pot afirmar res.

Per exemple, en el primer límit aquesta expressió és $-y$, en el segon és 0 i en el tercer és 1.

62. a) $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{5x^7 + 4x + 8}{-8x^9 - 4x + 5} = 0$

b) $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{-5x^9 + 14x + 5}{-7x^9 - 4x + 15} = \dfrac{5}{7}$

c) $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{-3x^4 + 3x + 12}{2x^4 + x + 5} = -\dfrac{3}{2}$

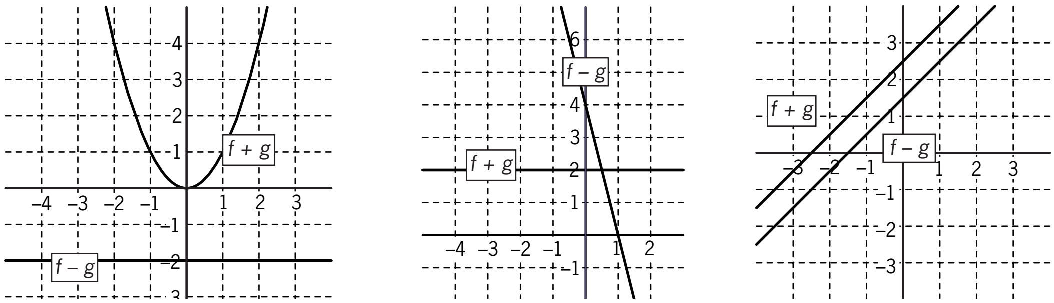
d) $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{5x^7 + 7x + 4}{-3x^{11} - x + 6} = 0$

e) $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{-3x^6 - x + 2}{-5x^5 + x + 5} = -\infty$

f) $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{9x^7 + 6x + 5}{-8x^3 - 8x + 1} = -\infty$

Per practicar més

1.



2. a) $v(t) = 2t$

b) $h(v) = v/25\pi$

c) $h(t) = 2t/25\pi$

3. a) $(g \circ f)\ (x) = 1/x$ $\qquad$ $(f \circ g)\ (x) = 1/x$

b) $D(g \circ f) = (0, +\infty)$ $\qquad$ $D(f \circ g) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

c) Encara que tenen la mateixa expressió no tenen el mateix domini.

4. Considerem $h(x) = (g \circ f)\ (x)$

a) $f(x) = x^2$ $\qquad$ $g(x) = x^2 - x - 1$

b) $f(x) = 5x - 3$ $\qquad$ $g(x) = 2x$

c) $f(x) = \sqrt{x}$ $\qquad$ $g(x) = x^2 - x$

5. a)

funció	punts de discontinuïtat
$f(x)$	en $x = -1$ asimptòtica i en $x = 1,5$ de salt
$g(x)$	en $x = -2$ asimptòtica i en $x = 2$ de salt
$h(x)$	en $x = -4$ evitable i en $x = 4$ asimptòtica
$k(x)$	en $x = -3$ i en $x = 2$ asimptòtica

Les funcions $i(x)$ i $j(x)$ són contínues.

b) $\lim_{x \to -1} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -2^-} g(x) = +\infty$ i $\lim_{x \to -2^+} g(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 4} h(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -3} k(x) = -\infty$; $\lim_{x \to 2^-} k(x) = +\infty$ i $\lim_{x \to 2^+} k(x) = -\infty$

$\lim_{x \to -\infty} k(x) = +\infty$ i $\lim_{x \to +\infty} k(x) = -\infty$

6. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 3$ i $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -2$

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ i $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 4$

$\lim\limits_{x \to -\infty} h(x) = +\infty$ i $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = -\infty$

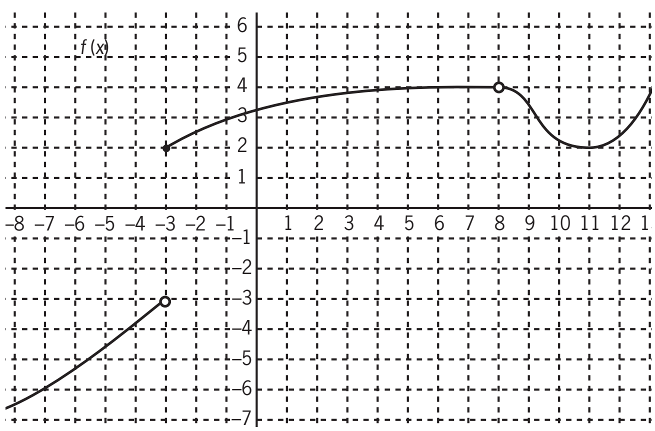
$\lim\limits_{x \to -\infty} i(x) = -1$ i $\lim\limits_{x \to +\infty} i(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} j(x) = +\infty$ i $\lim\limits_{x \to +\infty} j(x) = -1$

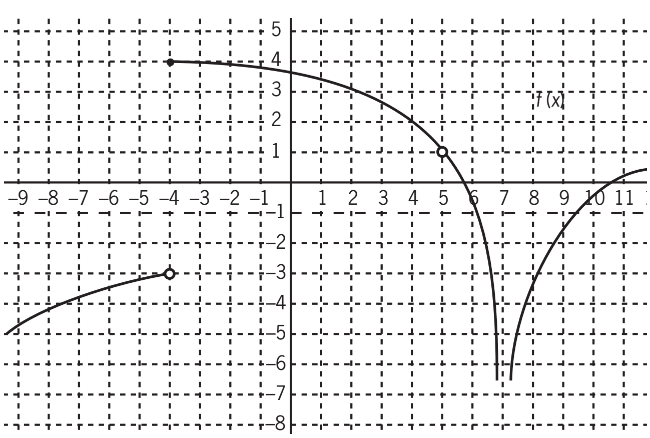
$\lim\limits_{x \to -\infty} k(x) = -\infty$ i $\lim\limits_{x \to +\infty} k(x) = -\infty$

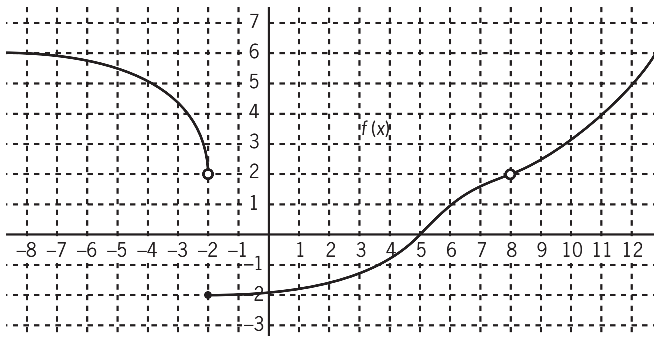
7. Els gràfics següents són possibles solucions:

a)



b)



c) 

8. a) $\lim\limits_{x \to 2} (2x^3 - 2x - 3) = 9$

b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 3x - 3}{x^2 + 2} = -\dfrac{5}{6}$

c) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{2x^3 + 3}{x + 6} = -\dfrac{13}{4}$

d) $\lim\limits_{x \to \pi} \left(\dfrac{x^3}{\pi^3} - \sin x\right) = 1$

e) $\lim\limits_{x \to 0} (2^x - x + 3) = 4$

f) $\lim\limits_{x \to \pi} (2^x - 3 \cos x) = 2^\pi + 3$

9. a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x^3 - x^2}{x^2} = -1$

b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x - 1} = -1$

c) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6} = \dfrac{1}{5}$

d) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + x - 2} = 2$

e) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 - 1} = -1$

f) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 - 9}{x + 3} = -6$

g) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16}{3x^3 - 18x^2 + 36x - 24} = 0$

h) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^3 + x^2 - 6x} = 0$

10. a) En $x = 3$ hi ha una discontinuïtat evitable i en $x = -3$, una de tipus asimptòtic.

b) En $x = 1$ i en $x = -2$ hi ha una discontinuïtat evitable i en $x = -1$, una de tipus asimptòtic.

c) $\dfrac{3}{2}$

d) -2

11. 4.000.000.

12. Per sota.

13. Per a tots els valors.

14. a) En $x = 3$ hi ha una discontinuïtat evitable i en $x = -3$, una de tipus asimptòtic.

b) En $x = 1$ i en $x = -2$ hi ha una discontinuïtat evitable i en $x = -1$, una de tipus asimptòtic.

c) En $x = -1$ i en $x = 2$ hi ha una discontinuïtat evitable.

d) En $x = -1$ hi ha una discontinuïtat evitable i en $x = 0$ i en $x = 2$, una de tipus asimptòtic.

e) En $x = -3$ i en $x = 2$ hi ha una discontinuïtat evitable i en $x = 1$, una de tipus asimptòtic.

f) En $x = 1$ evitable i en $x = 2$ i $x = -3$ asimptòtica.

15. a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18} = -1$

b) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} = 0$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 4x - 8}{-x^3 - 2} = +\infty$

d) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2 + \dfrac{-x^3 + 2}{x - 3}}{-2x^2 - 2x} = 0$

16. a) En $x = 0$ hi ha una discontinuïtat evitable i en $x = 2$, una de tipus asimptòtic.

b) En $x = 1$ i en $x = 6$ hi ha una discontinuïtat evitable i en $x = 3$, una de tipus asimptòtic.

c) En $x = -3$ i en $x = 2$ hi ha una discontinuïtat evitable i en $x = -1$, una de tipus asimptòtic.

d) En $x = -3$ i en $x = 1$ hi ha una discontinuïtat de tipus asimptòtic.

Per saber-ne més

17. a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-x^3 + 3x + 12}{\sqrt{2x^4 + x + 5}} = -\infty$

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-3x^4 + 3x + 1}{\sqrt[3]{x^6 + 5}} = -\infty$

c) $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{-13x^2+3}{\sqrt[5]{x+5}} = -\infty$

18. a) $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{x^3-3x+2}{\sqrt{x-2}} = +\infty$

b) $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{x+3\sqrt{x}}{7\sqrt{x}+2x} = \dfrac{1}{2}$

c) $\lim_{h \to +\infty} \dfrac{\sqrt{a+h}-\sqrt{a}}{h} = 0$

19. A partir de la gràfica s'observa que $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{2x^2} - x) = +\infty$ i que $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}\,) = 0.$

Per tant, en el primer límit tenim $+\infty - \infty = +\infty$ i en el segon $+\infty - \infty = 0$.

20. $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x^7} - 3x^2) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x^3} - 3x^5) = -\infty$

21. a) $\lim_{x \to +\infty} (2^x - x) = +\infty$

b) $\lim_{x \to +\infty} (x - 2^x) = -\infty$

c) $\lim_{x \to -\infty} (2^x - x) = +\infty$

d) $\lim_{x \to -\infty} (x - 2^x) = -\infty$

22. a) $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}) = 0$

b) $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x^2-1} - \sqrt{2x}\,) = +\infty$

c) $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x^3+1} - \sqrt{x}\,) = +\infty$

d) $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x^2-2x} - x) = -1$

e) $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{4x^2+1} - 2x) = 0$

f) $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2-3x} - x\right) = -\dfrac{3}{2}$

23. a) $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2+2x-x} - x\right) = \dfrac{1}{2}$

b) $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{(x+2)(x-5)} - x\right) = -\dfrac{3}{2}$

c) $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2-3x+2}\right) = \dfrac{3}{2}$

d) $\lim_{x \to +\infty} \left(3x - \sqrt{x^2-x+1}\right) = +\infty$

24. A partir de la gràfica s'observa que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e$ i que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x = e^2$

Per tant, en el primer límit tenim $1^{+\infty} = e$ i en el segon $1^{+\infty} = e^2$.

25. a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x}\right)^{x+1} = e^{\frac{1}{2}}$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)^{x+1} = e$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-3}{x-4}\right)^{x} = e$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+1}{x}\right)^{x^2} = +\infty$

e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x}\right)^{x} = e^{\frac{3}{2}}$

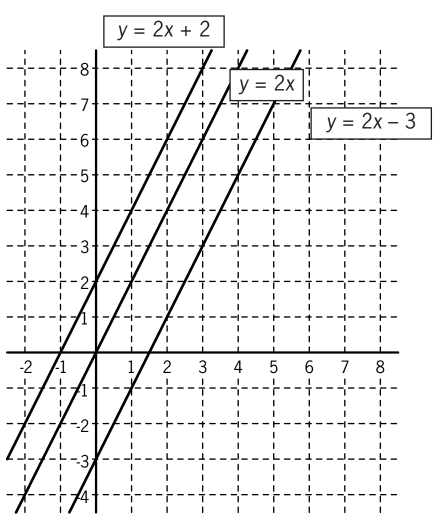
f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-1}{x-3}\right)^{x+1} = e^2$

26. Fixat un nombre k tan petit com es vulgui, podem trobar un nombre δ tal que:
Si $|x-a| < \delta$ aleshores $f(x) < k$.

27. Fixada prèviament una distància r entre les imatges i el límit, podem trobar un valor k tal que:
Si $x < k$ llavors $|f(x) - L| < r$.

unitat 2 Derivades

1. a)



b) Són paral·leles. Tallen l'eix d'ordenades en punts diferents.

c) El nombre que multiplica la x determina l'angle que forma la recta amb l'eix d'abscisses.