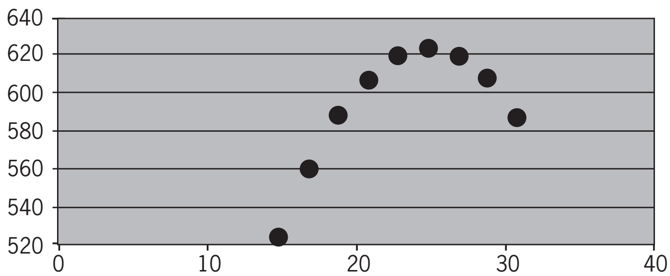
1. a) 400 m^2; 525 m^2; $x = 23$, rectangle de costats 23 i 27 m i àrea de 621 m^2.

b)

altura	15	17	19	21	23	25	27	29	31
àrea	525	561	589	609	621	625	621	609	589

c)



d) Quan l'altura és 25. És a dir, quan és un quadrat.

2. 15 i 15.

3. 1 i 3.

4. 24 i 20.

5. $t = 20$s.

6. Dos costats de 25 m i l'altre de 50 m.

7. Ha de ser un quadrat de costat 80 m.

8. 10 cm i 12 cm.

9. 3 cm i 4 cm.

10. 20 cm i 15 cm.

11. Quan el rectangle és el quadrat de costat 1 m.

12. 10 i 35.

13. $\frac{1}{6}$ m.

14. El cilindre d'àrea total mínima és el de $h = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$ i $r = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$.

15. La base del rectangle és 0,85 m i l'altura del rectangle és 0,69 m.

16. Entre totes les rectes de pendent negatiu, la que forma un triangle d'àrea mínima amb els eixos de coordenades és la recta $y = -2x + 4$.

17. De tots els punts que compleixen l'equació $y^2 = x$, el que està a menys distància del punt (5, 0) és el punt d'abscissa $x = 4{,}5$.

18. a) Màxim absolut en $x = 1$ i mínim absolut en $x = 0$.
b) Màxim absolut en $x = 4$ i mínim absolut en $x = 0$.

19. a) Màxim absolut en $x = 8$ i mínim absolut en $x = 0$.
b) Màxim absolut en $x = 10$ i mínim absolut en $x = 21$.

20. a) $t = \frac{10}{3}$. La quantitat de sofre en parts per milió quan $t = \frac{10}{3}$ és de $\frac{53}{30}$.
b) Quan $t = 3$, s'obté el valor mínim de sofre en l'atmosfera, que és 1,77.

Per practicar més

1. El màxim s'obté quan els dos sumands són iguals. És a dir, 49.

2. El màxim s'obté quan els dos nombres són iguals.

3. El desè any.

4. $\sqrt[3]{\frac{4}{8}}$ dm

5. És el con de radi $10\frac{\sqrt{6}}{3}$ i d'altura $10\frac{\sqrt{3}}{3}$.

6. El cilindre d'àrea total mínima és el de $h = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$ i $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

7. a) Màxim absolut en $x = 0$ i mínim absolut en $x = -0{,}5$ i $x = 0{,}5$.
b) No hi ha màxim ni mínim absolut.

Per saber-ne més

8. $x = 0$

9. La suma de les àrees dels triangles equilàters construïts sobre cada un dels dos segments és mínima quan els dos segments són iguals (3 cm).

10. $8\sqrt{3}$ cm d'altura i $4\sqrt{6}$ cm de radi de la base.

11. El con d'altura $\frac{4}{3}$ m.

12. La base ha de ser 1 m i l'altura 1,414 m.

13. La depreciació és màxima quan es divideix en dos trossos iguals. El preu de cada tros és de 144 e.

14. Els punts que es troben a una distància mínima són els punts d'abscissa $x = 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ i $x = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

15. El rectangle d'àrea màxima que es pot inscriure en una circumferència de diàmetre 16 m és el quadrat de costat $8\sqrt{2}$ m.

16. El con d'altura $\frac{4r}{3}$ té el volum màxim.

17. A 33,46 m del córner.

18. $f(x) = \ln(4 - x^2)$ és una funció contínua en l'interval $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ i no és constant; $f(-\sqrt{3}) = 0$ i $f(\sqrt{3}) = 0$. El teorema de Rolle diu que hi ha un valor c tal que $f'(c) = 0$. Per tant, en $x = c$ hi ha un màxim o un mínim.

19. $f(x) = (x^2 - 9) \cdot 2^x$ és una funció contínua en l'interval $[-3, 3]$ i no és constant; $f(-3) = 0$ i $f(3) = 0$. El teorema de Rolle diu que hi ha un valor c tal que $f'(c) = 0$. Per tant, en $x = c$ hi ha un màxim o un mínim.

20. $f(x)$ és una funció contínua en l'interval $[0, 14]$ i derivable en l'interval $(0, 14)$. El teorema del valor mitjà ens assegura que hi ha un punt c de l'interval $(0, 14)$ tal que:

$$f'(c) = \frac{f(14) - f(0)}{14 - 0} \geq 1$$

$$f(14) - f(0) \geq 14 \Rightarrow f(14) \geq 14 + f(0) \Rightarrow f(14) \geq 18$$

unitat 5 Integrals

1. És una comprovació aritmètica.

2. Igual que l'anterior.

3. a) Àrea superior = 0,385 u^2. Àrea inferior = 0,285 u^2. Diferència = 0,1 u^2.
b) Fent la mitjana surt 0,335 u^2.

4. Àrea aproximada = 0,2525.

5. a) Sis subdivisions:

$$\frac{1}{6^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2) < A < \frac{1}{6^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2)$$

Set subdivisions:

$$\frac{1}{7^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2) < A < \frac{1}{7^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2)$$

Vuit subdivisions:

$$\frac{1}{8^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2) < A < \frac{1}{8^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2)$$

b) Sis subdivisions:
Àrea inferior = 0,254629629...
Àrea superior = 0,421296296... (1/6)
Set subdivisions:
Àrea inferior = 0,2653061224...
Àrea superior = 0,4081632653... (1/7)
Vuit subdivisions:
Àrea inferior = 0,2734375...
Àrea superior = 0,3984375... (1/8)