

1. És una comprovació aritmètica.
2. Igual que l'anterior.
3. a) Àrea superior = $0,385 \text{ u}^2$. Àrea inferior = $0,285 \text{ u}^2$. Diferència = $0,1 \text{ u}^2$.
b) Fent la mitjana surt $0,335 \text{ u}^2$.
4. Àrea aproximada = $0,2525$.

5. a) Sis subdivisions:

$$\frac{1}{6^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2) < A < \frac{1}{6^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2)$$

Set subdivisions:

$$\frac{1}{7^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2) < A < \frac{1}{7^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2)$$

Vuit subdivisions:

$$\frac{1}{8^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2) < A < \frac{1}{8^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2)$$

- b) Sis subdivisions:

$$\text{Àrea inferior} = 0,254629629\dots$$

$$\text{Àrea superior} = 0,421296296\dots \quad (1/6)$$

Set subdivisions:

$$\text{Àrea inferior} = 0,2653061224\dots$$

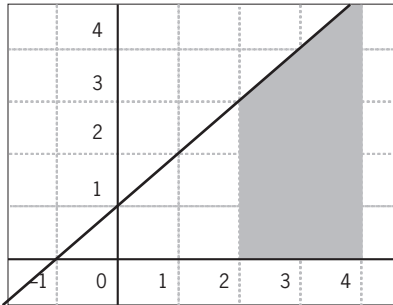
$$\text{Àrea superior} = 0,4081632653\dots \quad (1/7)$$

Vuit subdivisions:

$$\text{Àrea inferior} = 0,2734375\dots$$

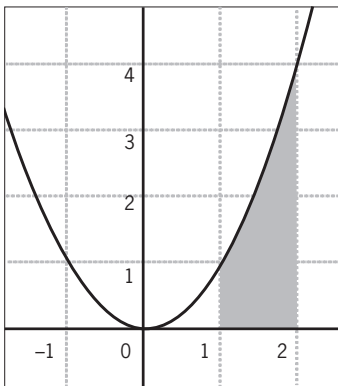
$$\text{Àrea superior} = 0,3984375\dots \quad (1/8)$$

6. Càlcul aritmètic.
 7. Demostració anàloga a la feta en el llibre.
 8. a)



- b) $F(4) = 8$
 c) $F(5) = 13,5$ $F(6) = 20$

9. a)



- b) $F(3) > F(2)$

10. a) $g'(x) = x^2$

b) $\int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{3} u^2$

11. a) $g(x) = \frac{x^4}{4}$

b) $\frac{1}{4} u^2$

c) Sí.

12. a) Sí, perquè $\left(\frac{x^3}{3} + 5 \right)' = x^2$.

b) Per exemple, $\frac{x^3}{3} - 8$ o $\frac{x^3}{3} + 7$.

c) Infinites.

13. a) $\int 3 \, dx = 3x + C$

b) $\int x^7 \, dx = \frac{x^8}{8} + C$

c) $\int \sqrt{x} \, dx = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + C$

d) \int

e) $\int 5^x \, dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$

f) $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C$

g) $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$

h) $\int \cos x \, dx = \sin x + C$

i) $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \tan x + C$

j) $\int (1 + \tan^2 x) \, dx = \tan x + C$

k) $\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\cotan x + C$

l) $\int (1 + \cotan^2 x) \, dx = -\cotan x + C$

m) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \arcsin x + C$

$\int \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = a$

$\int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \arcsin$

14. a) $\int (5x^4 - 8x^3 + 4x^2 - x + 2) \, dx = x$

$x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$

$$b) \int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{6}{x} - 2e^x \right) dx = \frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} + 6 \ln |x| + 2 \cos x + C$$

$$c) \int \left(2^x \frac{2^x}{\ln 2} \right) dx = \quad -$$

$$d) \int \frac{x^3 - 5x^2 + 4x - 21}{2x^2} dx = \frac{x^2}{4} - \frac{5x}{2} + 2 \ln |x| + \frac{21}{2x} + C$$

$$e) \int \frac{2^x + 3^x}{5^x} dx = \frac{(2/5)^x}{\ln (2/5)} + \frac{(3/5)^x}{\ln (3/5)} + C$$

$$f) \int (3 \sin x + 5 \cos x + \tan^2 x + 1) dx = -3 \cos x + 5 \sin x + \tan x + C$$

$$g) \int \left(\frac{5}{x^2} + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx = -\frac{5}{x} + 6\sqrt{x} + C$$

15. Sí, perquè $\left(\frac{(x^2+x)^3}{3} \right)' = (x^2+x)^2 (2x+1)$.

16. a) $\int (5x^3 - 2x^2)^5 (15x^2 - 4x) dx = \frac{(5x^3 - 2x^2)^6}{6} + C$

b) $\int (x^3 - 3x)^3 (x^2 - 1) dx = \frac{(x^3 - 3x)^4}{12} + C$

c) $\int \frac{1}{(x-3)^2} dx = \frac{-1}{x-3} + C$

17. a) $\int \frac{3x^2}{\sqrt{x^3+7}} dx = 2\sqrt{x^3+7} + C$

b) $\int \sqrt[3]{x^2+2x} (2x+2) dx = \frac{3\sqrt[3]{(x^2+2x)^4}}{4} + C$

$$\frac{\cos x}{\sin^2 x} \int \frac{1}{\sin x} dx = -$$

18. a) $\int \frac{x^3}{x^4+6} dx = \frac{1}{4} \ln |x^4+6| + C$

b) $\int \frac{x+1}{x^2+2x} dx = \frac{1}{2} \ln |x^2+2x| + C$

$$c) \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\ln |\cos x| + C$$

$$19. \left(\frac{3^{x^2}}{\ln 3} \right)' dx = 3^{x^2} \cdot 2x$$

$$20. a) \int e^{x^3-3x} (x^2-1) dx = \frac{e^{x^3-3x}}{3} + C$$

$$b) \int e^{\sin x} \cos x dx = e^{\sin x} + C$$

$$c) \int e^{5x} dx = \frac{2^{5x}}{5 \ln 2} + C$$

$$21. a) \int x^2 \cos x^3 dx = \frac{1}{3} \sin x^3 + C$$

$$b) \int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx = -\cos(\ln x) + C$$

$$c) \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = 2 \sin \sqrt{x} + C$$

$$22. a) \int \sqrt{x^2-2x} (x-1) dx = \frac{\sqrt{(x^2-2x)^3}}{3} + C$$

$$\frac{1}{(2+3x)^4} \int \frac{1}{9(2+3x)^3} dx = -$$

$$c) \int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx = \sin(\ln x) + C$$

$$\frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \int dx = -2c$$

$$e) \int \tan \frac{1}{2} 2x dx = - \ln |\cos$$

$$f) \int \frac{1}{3x-1} dx = \frac{\ln |3x-1|}{3} + C$$

$$g) \int \sin^4 x \cos x dx = \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

$$h) \int e^{\cos x} \sin x dx =$$

$$\text{i) } \int x^2 (1 + \tan^2 x^3) dx = \frac{1}{3} \tan x^3 + C$$

$$\mathbf{23.} \quad \text{a) } \int (x^4 - 3) \frac{(x^3 - 3)^2}{8} dx$$

$$\text{b) } \int e^{x^2 - 3x} (x^2 - 1) dx = \frac{e^{x^2 - 3x}}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\text{c) } \int \frac{3x^3 + x}{3x^4 + 2x^2 - 4} dx = \frac{\ln |3x^4 + 2x^2 - 4|}{4} + 2$$

$$\mathbf{24.} \quad \text{a) } \int x^2 \ln x dx = \frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9} + C$$

$$\text{b) } \int \ln x dx = x \ln x - x + C$$

$$\text{c) } \int x^3 e^{2x} dx = \frac{x^3 e^{2x}}{2} - \frac{3x^2 e^{2x}}{4} + \frac{3x e^{2x}}{4} - \frac{3e^{2x}}{8} + C$$

$$\text{d) } \int \arcsin x dx = x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2} + C$$

$$\mathbf{25.} \quad \text{a) } \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = \frac{(\sqrt{x^2 + 1})^3}{3} - \sqrt{x^2 + 1} + C$$

$$\text{b) } \int \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx = 2 \ln |\sqrt{x} + 1| + C$$

$$\text{c) } \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x + 1}} dx = \frac{2}{3} \sqrt{(e^x + 1)^3} - 2 \sqrt{e^x + 1} + C$$

$$\text{d) } \int \frac{x}{\cos^2 x^2} dx = \frac{1}{2} \tan x^2 + C$$

$$\text{e) } \int x^2 \sqrt{x - 7} dx = \frac{2}{7} \sqrt{(x - 7)^7} + \frac{28}{5} \sqrt{(x - 7)^5} + \frac{98}{3} \sqrt{(x - 7)^3} + C$$

$$\text{f) } \int x^5 \sqrt{1 - x^3} dx = -\frac{2}{9} \sqrt{(1 - x^3)^3} + \frac{2}{15} \sqrt{(1 - x^3)^5} + C$$

26. No. Només és cert si la funció és no negativa en aquest interval.

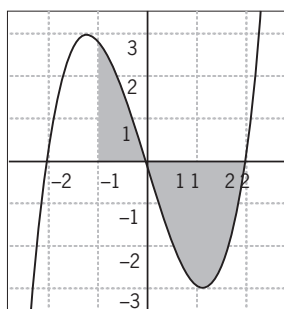
27. a) 0

b) No. Pot passar que l'àrea de la part positiva sigui igual a l'àrea de la part negativa i en sumar-se s'anul·lin.

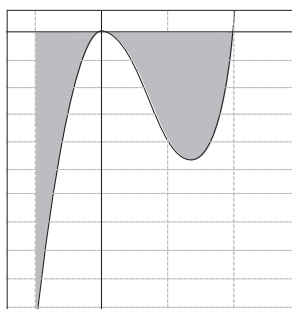
28. a) $\int_0^{2\pi} \sin x \, dx = 0$

b) 4

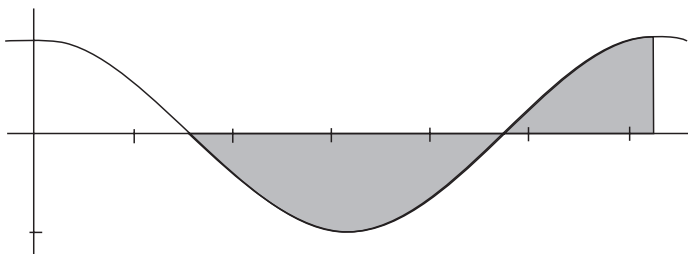
29. a) Àrea = 5,75



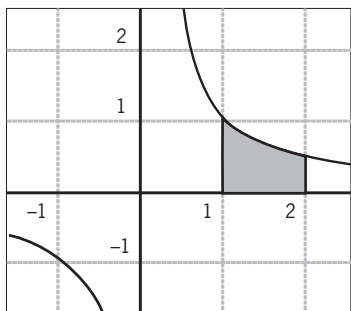
b) Àrea = 36



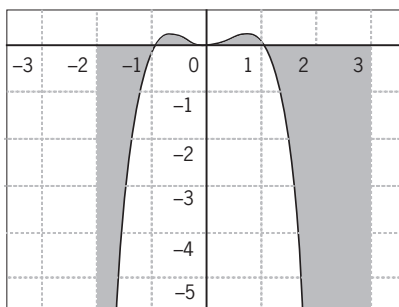
c) Àrea = 3



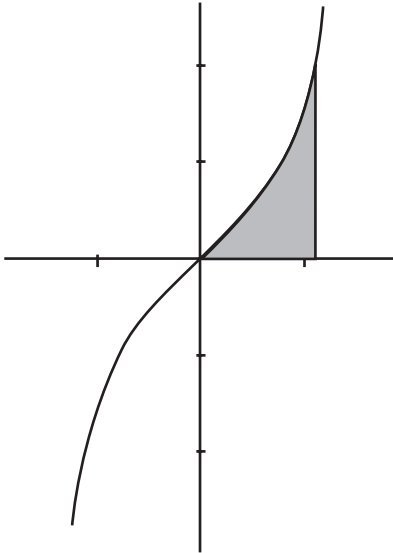
d) Àrea = $\ln 2$



e) Àrea = 43,8666



f) Àrea = 0,693147...



30. a) -1 i 2. b) 10,5
c) 6 d) $10,5 - 6 = 4,5$
31. a) $A_1 = 2,666\dots$
 $A_2 = 0,41666\dots$
b) Àrea total = $3,08333\dots$
32. Aquesta integral és igual a $-A_1$.
33. 0,5
34. 7,5
35. a) 4,5
b) 36
c) $11,8333\dots$
d) 8
36. a) 3,5
b) 9
c) $5,333\dots$
37. 145 m
38. $76,6^\circ$
39. 126

Per practicar més

1. a) Àrea inferior = 0,095703.
Àrea superior = 0,3457031 (amb quatre subdivisions).
b) Mitjana = 0,2207; Àrea real = 0,2.

$$2. \text{ a) } \int (7x^5 - 2x^4 + 8x^3 - 3x^2 + x - 4) dx = \frac{7}{6}x^6 - \frac{2}{5}x^5 + 2x^4 - x^3 + \frac{x^2}{2} - 4x + C$$

$$\text{b) } \int \left(\frac{3}{x} - \sqrt{x} + 3 \cos x - 2e^x \right) dx = 3 \ln |x| - \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + 3 \sin x - 2e^x + C$$

$$\text{c) } \int \frac{2x^4 + 5x^2 - x - 12}{3x^3} dx = \frac{x^2}{3} - \frac{5}{3} \ln |x| + \frac{1}{3x} + \frac{2}{x^2} + C$$

$$\text{d) } \int \tan^2 x dx = -x + \tan x + C$$

$$\text{e) } \int \left(2 \sin x + \frac{3}{\sin^2 x} - \frac{2}{\cos^2 x} \right) dx = -2 \cos x - 3 \cotan x - 2 \tan x + C$$

$$\text{f) } \int \frac{4^x - 2^x}{3^x} dx = \frac{(4/3)^x}{\ln(4/3)} - \frac{(2/3)^x}{\ln(2/3)} + C$$

$$\text{g) } \int \left(\frac{5}{1+x^2} - \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx = 5 \arctan x + 2 \arccos x + C$$

$$\text{h) } \int \left(\frac{2}{x} - \cotan^2 x + 5 \right) dx = 2 \ln |x| + \cotan x + 6x + C$$

$$3. \text{ a) } \int \frac{2}{3x-2} dx = \frac{2}{3} \ln |3x-2| + C$$

$$\text{b) } \int \frac{x}{(x^2+3)} dx = -\frac{1}{2(x^2+3)} + C$$

$$\text{c) } \int \sqrt{x^3-x+1} (3x^2-1) dx = \frac{2\sqrt{(x^3-x+1)^3}}{3} + C$$

$$\text{d) } \int \cotan x dx = \ln |\sin x| + C$$

$$\text{e) } \int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = e^{\tan x} + C$$

$$\text{f) } \int \frac{x}{1+x^4} dx = \frac{1}{2} \arctan x^2 + C$$

$$g) \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} dx = \frac{-2\sqrt{1-x^3}}{3} + C$$

$$h) \int 2^{\sin x} \cos x dx = \frac{2^{\sin x}}{\ln 2} + C$$

$$i) \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = 2e^{\sqrt{x}} + C$$

$$j) \frac{-1}{2} e^{2\cos x} + C$$

$$4. a) \int x \sqrt{x^2-1} dx = \frac{\sqrt{(x^2-1)^3}}{3} + 1$$

$$b) \int \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{\ln|x^2+1|}{2} + 3$$

$$c) \int x e^{x^2} dx = \frac{e^{x^2}}{2} + \frac{3e}{2}$$

5. a) 10,666...
 b) 3,08333...
 c) 4
 d) 3,4641016

6. L'àrea de cada part és $\frac{1}{3}$.

7. a) 2,75
 b) 5,41666...
 c) 0,666...
 d) 2,350402387
 e) 6
 f) 0,69314718...

8. a) 10,666...
 b) 9
 c) 2,5
 d) $1 + \ln 3 + \ln 5 = 3,708050201$

9. a) 42,666...
 b) 5,4
 c) 9
 d) 2,666...
 e) 1,237463
 f) 20,25
 g) 1,08616127
 h) 1,41421...

10. a) 26 m
b) 2,3 s
c) 26,45 m

11. 78

Per saber-ne més

12. a) 0,375
b) Amb 4 subintervalls surt 0,34375 i amb 5, surt 0,34.
c) El valor exacte és $\frac{1}{3}$.
d) Perquè la gràfica és còncaua.

13. a) 6,700169592
b) 6,764298359
c) 6,78689326
d) Perquè és convexa.

14. 1,462740504

15. 13

16. 4,55 km

17. 324. Surt el mateix valor.

18. $\frac{1}{3}$. Surt el valor exacte.

19. 4,356 km

20. a) 72π

b) 72π

21. $48,6 \pi$

22. 16π

23. $\frac{16 \pi}{3}$

24. $\frac{\pi}{2}$