

25. a)  $x = 1, y = 2; x = 3, y = 2; x = 0, y = 0$   
 b) Una única solució,  
 26. No és solució, perquè no compleix la segona equació.  
 27. Hi ha molts sistemes, per exemple:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = -4 \\ -x + 3y = 4 \end{array} \right\}$$

28. L'Eva té 53 anys, la Marta 47 anys i el Vicenç té 11 anys.  
 29. 17 anys.

31. a)  $2 \cdot E_1; 3 \cdot E_2; E_1 - E_2$ .  
 b)  $2 \cdot E_1 - 3 \cdot E_2$   
 32. Hi ha moltes possibilitats.

33. Als apartats a i c.  
 34. a)  $x = 1, y = 2, z = 1$   
 b)  $x = -5, y = 2, z = 4$   
 c)  $x = 0, y = 2, z = \frac{1}{3}$

36. a)  $x = 8, y = 2, z = -8$   
 b)  $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}, z = \frac{1}{4}$   
 c)  $x = 14, y = -24, z = -96$   
 d)  $x = 2, y = 1, z = 20$

37. a) El sistema és incompatible.  
 b) El sistema és compatible determinat.

38. a)  $\left. \begin{array}{l} 3x + 2y - 5z = 11 \\ -4y + 4z = 8 \end{array} \right\}$   
 b)  $x = 7, y = 0, z = 2$ . Sí, en podem trobar infinites.  
 c) El sistema és compatible indeterminat.  $y = z - 2, x = z + 5$   
 d) Una equació és combinació de les altres dues:  $E_3 = -2E_1$

39. a)  $\left. \begin{array}{l} -x + y + z = 3 \\ 3y + 3z = 10 \end{array} \right\}$

Una solució és:  $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3}, z = 3$

El sistema és compatible indeterminat;

$$y = -z + \frac{10}{3}, x = \frac{1}{3}$$

La primera i la tercera equació són iguals.

b)  $\left. \begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ 6z = 0 \end{array} \right\}$

Una solució és:  $x = 0, y = 1, z = 0$

El sistema és compatible indeterminat;

$$x = 1 - y, z = 0;$$

La segona equació és múltiple de la primera.

c)  $\left. \begin{array}{l} z + 2x = -5 \\ -3y - 3x = 17 \end{array} \right\}$

Una solució és:  $x = 0, y = -\frac{17}{3}, z = -5$

El sistema es compatible determinat;

$$y = -x - \frac{17}{3}, z = -5 + 2x;$$

Una equació és combinació lineal de les altres dues:  $E_1 = E_3 - E_2$

40. a)  $x = 0, y = 1, z = -1$ ; N'hi ha infinites. El sistema és compatible indeterminat.

b) Perquè la segona i tercera equació són múltiples de la primera:

$$E_2 = -2 \cdot E_1 \quad i \quad E_3 = 3 \cdot E_1$$

c)  $2x + 3y - 4z = 7$

41. a) La segona equació. Perquè  $E_2 = -5 \cdot E_1$

b) La tercera equació. Perquè  $E_3 = E_1 + E_2$

c) No n'eliminarà cap.

42. a) És un sistema compatible determinat. La

solució és:  $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$

b) És un sistema incompatible.

c) És un sistema incompatible.

d) És un sistema compatible determinat.

La solució és:  $x = 2, y = -5, z = 1$ .

43. a) És un sistema compatible determinat. De cada equació podem trobar el valor d'una incògnita.

b) És un sistema compatible indeterminat. Amb dues equacions no podem determinar els valors de les tres incògnites. Per cada valor que donem a una incògnita podem trobar un valor per a cadascuna de les altres incògnites.

c) És un sistema compatible indeterminat. Amb una equació no podem determinar els valors de les tres incògnites. Per cada valor

que donem a dues incògnites podem trobar el valor de la tercera per ser solució del sistema.

44. a) Hi ha moltes possibilitats, per exemple:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2z = 0 \\ 3x + 4y + 2z = 0 \end{array} \right\}$$

b) No sempre tindrà com a mínim la solució que té tots els valors de les incògnites iguals a zero.

c) Sí, per exemple: 
$$\left. \begin{array}{l} x + 2z = 0 \\ 3x + 4y + 2z = 0 \end{array} \right\}$$

45. 
$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 4 \\ y - z = -4 \\ 2z = 6 \end{array} \right\}$$

Perquè el sistema és triangular i té tres equacions i tres incògnites.

46. 
$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = -2 \\ x + y + z = -2 \\ x + y + z = -2 \\ x + y + z = -2 \end{array} \right\}$$

47. 
$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ x + y = 0 \end{array} \right\}$$

48. 
$$\left. \begin{array}{l} 3x + 9y - z = 10 \\ x + 2y + 3z = 5 \\ 2x + 7y - 4z = 5 \end{array} \right\}$$

49. a) No podem classificar-lo.

b) No podem classificar-lo.

c) Aquest sistema no pot ser compatible determinat.

50. rang  $A = 2$ ; rang  $A^* = 3$

51. a) Matriu associada, 
$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Matriu ampliada 
$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & -6 \\ 0 & -3 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

b) rang  $A = 3$ ; rang  $A^* = 3$

c) El sistema és compatible determinat.

d) rang  $A = 2$ ; rang  $A^* = 3$ . El sistema és incompatible.

rang  $A = 3$ ; rang  $A^* = 4$ . El sistema és incompatible.

rang  $A = 1$ ; rang  $A^* = 2$ . El sistema és incompatible.

rang  $A = 2$ ; rang  $A^* = 2$ . El sistema és compatible indeterminat.

e) Si els dos rangs són iguals, el sistema és compatible; en cas contrari, és incompatible.

52. a) Perquè la matriu  $A^*$  s'obté afegint una columna més a la matriu  $A$  i totes dues tenen el mateix nombre de files. Si  $A$  té  $f$  files no nul·les  $A^*$  tindrà com a mínim  $f$  files no nul·les.

b) Perquè hi ha una equació que té tots els coeficients zero i el terme independent diferent de zero. Això fa que el sistema no tingui solució.

c) Perquè obtenim un sistema triangular amb el mateix nombre d'equacions que d'incògnites, la qual cosa permet trobar els valors de les incògnites.

d) Perquè el nombre d'equacions és més petit que el nombre d'incògnites, la qual cosa no ens permet determinar les solucions.

53. a) Per qualsevol valor de  $\lambda$  el sistema és compatible determinat

b) Per  $\lambda = -2$  el sistema és incompatible; per  $\lambda = 1$  el sistema es compatible indeterminat; altrament és compatible determinat.

c) Per  $\lambda \neq 1$  és SI i per  $\lambda = 1$  és SCI.

d) Per  $\lambda = 5$  el sistema és incompatible, altrament és compatible determinat

e) Per  $\lambda = 2$  el sistema és incompatible; altrament és compatible determinat.

54. a)  $x = 3 - 3\lambda$      $y = 2\lambda - 1$

b)  $x = \frac{-\lambda}{\lambda + 2}$      $y = \frac{-4}{\lambda + 2}$

c)  $x = \frac{1 + 2\lambda}{3}$      $y = 1 + \frac{\lambda}{2}$      $z = \lambda$

d)

$x = \frac{2\lambda^2 - 17\lambda + 50}{2(5 - \lambda)}$ ,     $y = \frac{\lambda + 20}{2(\lambda - 5)}$ ,     $z = \frac{-\lambda}{\lambda - 5}$

e)

$x = \frac{3\lambda - 17}{8\lambda - 16}$ ,     $y = \frac{-7\lambda - 8}{4\lambda - 8}$ ,     $z = \frac{-11}{4\lambda - 8}$

55. Det A = 10; det B = 0; det C = 137  
 56. Hauria triat la fila dos; així només caldria calcular dos determinants d'ordre 3.  
 57. 24.  
 57. Matriu A: La suma de les dues primeres files dóna la tercera.  
 Matriu B: La segona columna és el doble de la primera  
 Matriu C: La suma de les dues primeres columnes dóna la tercera.  
 58. 1r pas: Hem sumat a la tercera fila la segona.  
 2n pas: Hem restat a la primera fila el doble de la quarta fila.  
 3r pas: Hem desenvolupat per la primera columna.  
 4t pas: Hem dividit la quarta fila per 4.  
 5è pas: Hem restat a la quarta fila la segona.  
 6è pas: Hem desenvolupat per la tercera fila.  
 7è pas: Hem calcular el determinant d'ordre 2  
 60. rang A = 2; rang B = 3; rang C = 3

$$61. a) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 9 & 10 \end{pmatrix} \quad A^* = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 & -3 \\ 1 & 9 & 10 & 13 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -5 \end{pmatrix} \quad B^* = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -5 & -3 \end{pmatrix}$$

- b) Rang A = 2; rang A\* = 2  
 Rang B = 3; rang B\* = 3  
 c) S'obtenen els mateixos resultats.

### Per practicar més

1. a)  $x = -18, y = -39, z = -1$   
 b)  $x = 0, y = 0$   
 c)  $x = \frac{19}{11}, y = -13, z = -\frac{67}{11}$   
 d)  $x = \frac{85}{13}, y = \frac{47}{13}, z = \frac{93}{13}$   
 e)  $x = 8, y = 8, z = 8$   
 f)  $x = \frac{1}{1000}, y = \frac{2}{1000}, z = \frac{3}{1000}$   
 2. a)  $x = -6, y = 7, z = 8$   
 b) Sistema incompatible.  
 c)  $x = 11, y = 12, z = 17$   
 3. a) Sistema compatible indeterminat.

- b) Sistema incompatible.  
 c) Sistema incompatible.  
 d) Sistema incompatible.  
 e) Sistema incompatible.  
 f) Sistema compatible indeterminat.

$$4. a) x = \frac{-19 - 8z}{10}, y = \frac{-6 - 8z}{4}$$

$$x = \frac{-25z - 29}{26}, y = \frac{-29z + 43}{26}$$

$$b) x = -1.9, y = -1.5, z = 0$$

$$x = \frac{-2}{13}, y = \frac{7}{13}, z = -1$$

5. a) No

$$b) x = \frac{17}{10}, y = \frac{4}{10}, z = -\frac{21}{10}$$

6. a) Hi ha moltes possibilitats. Per exemple:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = -5 \\ x - y = 9 \end{array} \right\}$$

- b) Hi ha moltes possibilitats. Per exemple:

$$\left. \begin{array}{l} x + y - z = 0 \\ x - 3z = 0 \\ x - y - 5z = 0 \end{array} \right\}$$

7. Alguna equació ha de ser combinació lineal de les altres.

8. Si  $\lambda = \frac{4}{5}$  el sistema és incompatible, altrament

el sistema és compatible determinat.

Si  $\lambda = 1$  el sistema és incompatible, altrament el sistema és compatible determinat.

$$9. x = -\frac{13}{4}, y = \frac{39}{8}, z = \frac{27}{16}$$

$$x = -2, y = 9, z = 8$$

$$x = \frac{1}{3}, y = \frac{5}{3}, z = \frac{1}{3}$$

10. 13; -46; 0

11. La tercera fila és igual a la primera fila menys la segona.

La segona fila és el doble de la primera fila.

La tercera fila és igual a la primera fila més deu vegades la segona.

12. 0; 119; 0; -72

13. Sí.

### Per saber-ne més

$$14. a) x = \frac{5}{4}, y = 8, z = \frac{31}{4}, t = \frac{15}{2}$$

b)  $x = \frac{82}{37}$ ,  $y = \frac{20}{37}$ ,  $z = -\frac{40}{37}$ ,  $t = \frac{2}{37}$

c) El sistema és incompatible.

15. a) Si  $\lambda = 0$  el sistema és incompatible; si  $\lambda = -2$  el sistema és compatible indeterminat, altrament el sistema és compatible determinat.

b) Per  $\lambda = 1$  el sistema és incompatible; per  $\lambda = -2$  el sistema és compatible indeterminat, altrament és compatible determinat.

16. 0; 4; (a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d); -720

17. -2

18. No, perquè en afegir una columna a una matriu, aquesta no pot tenir dues columnes independents més.

19. S'obté el mateix resultat.

20. a) Si  $\lambda = -2$  o  $\lambda = 1$  és SI; altrament és SCD.

b) Si  $\lambda = 1$  o  $\lambda = 2$  és SCI; altrament és SCD.

21.  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,  $z = 3$ ;  $x = 6$ ,  $y = 1$ ,  $z = -6$

22.  $x = \frac{13 - 2\lambda}{10}$ ,  $y = \frac{-1 + 14\lambda}{10}$  ;

$$x = \frac{1}{2}, \quad y = \frac{13}{6}, \quad z = 5$$